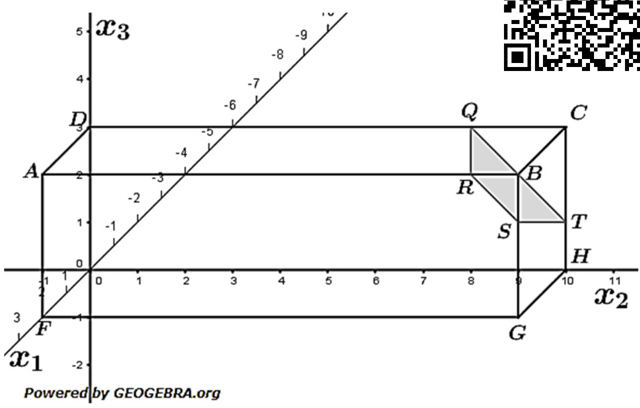
Aufgabe B1

Ein Künstler teilt einen quaderförmigen Container durch einen ebenen Schnitt in einen großen und kleinen Teilkörper. Der Container wird in einem Koordinatensystem als Quader mit den Eckpunkten $A(2|0|3)$, $B(2|10|3)$, $C(0|10|3)$, D, F, $G(2|10|0)$, H, und $O(0|0|0)$ dargestellt. (Koordinatenangaben in Meter).

Die Ebene E schneidet die Kanten des Quaders in den Punkten $R(2|9|3)$, $S(2|10|2)$, $T(0|10|1)$ und $Q(0|8|3)$.



Die Eckpunkte der Dachfläche liegen vertikal über den Eckpunkten der Nutzfläche. Der kleine Teilkörper hat also die Eckpunkte Q, R, S, T, B, C.

a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E.
Begründen Sie, dass es sich bei dem Viereck $QRST$ um ein Trapez handelt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $QRST$.
(Teilergebnis: $E: -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 22$)

b) Der kleine Körper wird mit den Schnittkanten nach unten auf den großen Teilkörper gestellt.
Bestimmen Sie die Höhe des zusammengesetzten Körpers.

c) Der Container besitzt eine Tür, die im geschlossenen Zustand durch das Viereck $ODAF$ dargestellt wird. Die Tür ist drehbar um die Kante, die durch die Strecke $\overline{OD}$ beschrieben wird.
Jede Ebene T_a: $ax_1 + x_2 = 0;\quad a \geq 0$ beschreibt eine mögliche Stellung dieser Tür.
Bestimmen Sie den Wert für a, für den der Öffnungswinkel der Tür $30°$ beträgt.

Aufgabe B2

Zwei Flugzeuge F_1 und F_2 bewegen sich geradlinig mit jeweils konstanter Geschwindigkeit über dem offenen Meer. In einem Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2-Ebene die Meeresoberfläche. Die Beobachtung der Flugzeuge beginnt im $14{:}00$ Uhr. Die Flugbahn von F_1 wird beschrieben durch die Gleichung

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \\ 3{,}4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ 0{,}3 \end{pmatrix} \quad (t \text{ in Minuten nach Beobachtungsbeginn}).$$

Der Punkt $P(-17|54|3{,}2)$ beschreibt die Position von F_2 um $14{:}00$ Uhr, der Punkt $Q(1|36|3{,}8)$ die Position von F_2 um $14{:}03$ Uhr ($1\ LE$ entspricht $1\ km$).

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit von F_1 in km/min.
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem F_1 eine Höhe von $4{,}9\ km$ erreicht.
Berechnen Sie die Weite des Winkels, mit dem das Flugzeug F_2 steigt.

b) Die Flugbahnen F_1 und F_2 schneiden sich.
Aus Sicherheitsgründen müssen die Zeitpunkte, zu denen die Flugzeuge den Schnittpunkt ihrer Flugbahnen durchfliegen, mindestens einer Minute auseinander liegen.
Prüfen Sie, ob diese Bedingung erfüllt ist.

c) Die Position eines Ballons wird durch den Punkt $B(6|43|4{,}3)$ beschrieben.
Bestimmen Sie einen Zeitpunkt t_0, zu dem beide Flugzeuge denselben Abstand vom Ballon haben.
Die Punkte auf der Meeresoberfläche, die zum Zeitpunkt t_0 ebenfalls von beiden Flugzeugen gleich weit entfernt sind, liegen auf einer Geraden.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man eine Gleichung dieser Geraden bestimmen kann.