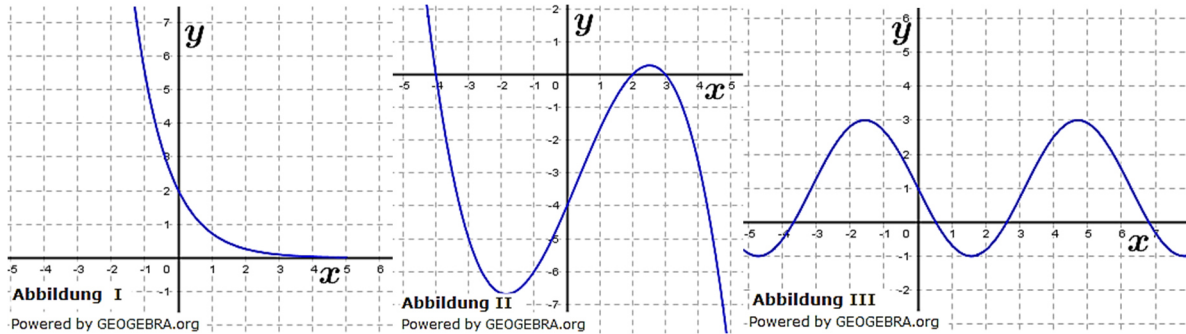




Musteraufgabe M01

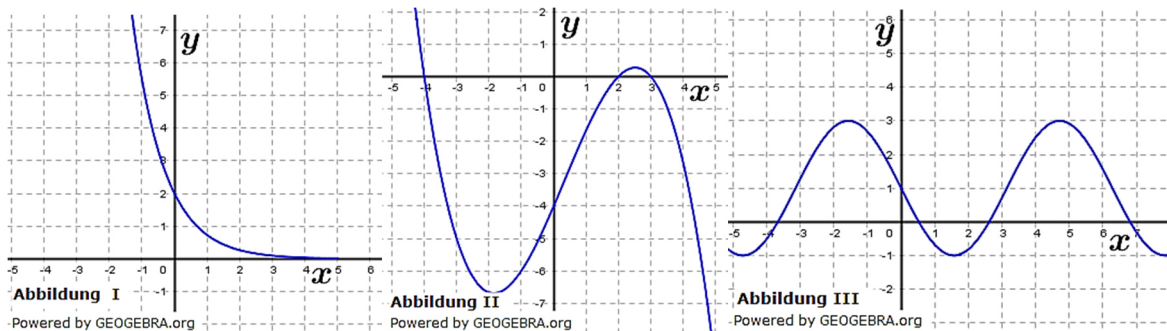
Die Abbildungen zeigen die Graphen einer ganzrationalen Funktion f , einer trigonometrischen Funktion g und einer Exponentialfunktion h .



- Ordnen Sie die Funktionen f, g und h den abgebildeten Graphen zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.
- Geben Sie für einen der abgebildeten Graphen einen möglichen Funktionsterm an. Erklären Sie, wie Sie dabei vorgegangen sind.
- Der Graph der Funktion in Abbildung II schließt mit der x -Achse eine Fläche ein. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man den Inhalt dieser Fläche berechnen kann und geben Sie einen entsprechenden Rechenausdruck an.
- Gegeben ist die Funktion i mit $i(x) = -e^{-x}$. Berechnen Sie a so, dass $\int_a^0 i(x) dx = -2$ gilt. Bestimmen Sie eine nichtkonstante ganzrationale Funktion j und Werte für b und c , so dass gilt $\int_b^c j(x) dx = -8$

Lösung M01

Lösungsvorbereitung:



- a) Wir sollen den Abbildungen 1 bis 3 Graphen einer ganzrationalen Funktion f , einer trigonometrischen Funktion g sowie einer Exponentialfunktion h zuordnen.

Abbildung 2 gehört zum Graphen f . Der Graph hat einen Tiefpunkt, einen Hochpunkt, einen Wendepunkt sowie drei Nullstellen bei $x_1 = -4$, $x_2 = 2$ und $x_3 = 3$. Er verläuft aus dem zweiten Quadranten in den vierten Quadranten. Abbildung 3 gehört zum Graphen g , der trigonometrischen Funktion mit gleichbleibendem Ausschlag nach unten und oben und periodisch wiederkehrenden Funktionswerten.

Abbildung 1 gehört somit zum Graphen von h , einer Exponentialfunktion. Der Graph hat die x -Achse als waagrechte Asymptote für x nach $+\infty$. Er verläuft für x nach $-\infty$ nach $+\infty$.

- b) Funktion f ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit drei gegebenen Nullstellen. Mithilfe der Nullstellengleichung ergibt sich zunächst

$$f(x) = a \cdot (x + 4) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3).$$

Die Punktprobe mit $f(0) = -4$ führt zu

$$-4 = a \cdot 4 \cdot (-2) \cdot (-3) = 24a.$$

Daraus folgt: $a = -\frac{1}{6}$.

$$f(x) = -\frac{1}{6}(x + 4) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3).$$

Funktion g ist eine trigonometrische Funktion mit einer Periode von $p = 2\pi$, einer Amplitude von $a = 2$ und einer Verschiebung in y -Richtung um $d = 1$. Wegen der negativen Steigung bei $x_0 = 0$ ist es eine an der x -Achse gespiegelte Sinuskurve.

$$g(x) = -2 \cdot \sin(x) + 1$$

Funktion h ist eine Exponentialfunktion. Die Exponentialfunktion e^x wurde an der y -Achse gespiegelt, was zu e^{-x} führt und dann in y -Richtung mit dem Faktor 2 gestreckt. Ihre Gleichung lautet

$$h(x) = 2 \cdot e^{-x}.$$

- c) Die Fläche, die der Graph mit der x -Achse einschließt erstreckt sich zwischen den Nullstellen $x_1 = -4$; $x_2 = 2$ und $x_3 = 3$. Da nach dem Flächeninhalt gefragt ist, ein Teil der Fläche unterhalb und ein Teil oberhalb der x -Achse sich befindet, muss das Integral aufgeteilt werden. Und zwar in

$$A = \left| \int_{-4}^2 f(x) dx \right| + \int_2^3 f(x) dx.$$

Abituraufgaben Basisfach Analysis – Vortrag - Musteraufgabe 01

- d) Wir sollen zunächst den Wert einer Integralgrenze bestimmen.
Für welches a ist der Wert des Integrals von a bis 0 der Funktion $-e^{-x}$ gleich -2 .

Wir bilden die Stammfunktion, setzen die obere Grenze 0 ein und subtrahieren die untere Grenze a .

$$\int_a^0 -e^{-x} dx = [e^{-x}]_a^0 = 1 - e^{-a}.$$

Der Ergebnisterm soll den Wert -2 annehmen.

$$1 - e^{-a} = -2$$

$$-e^{-a} = -3$$

$$-a = \ln(3)$$

$$a = -\ln(3)$$

Des Weiteren soll eine nicht konstante ganzrationale Funktion j bestimmt werden, deren Integral in den Grenzen von b bis c den Wert -8 haben soll.

Als nichtkonstante, ganzrationale Funktion wählen wir z. B. eine Ursprungsgerade mit der Form $j(x) = -x$ (ganzrationale Funktion 1. Grades).

Der Teil des unterhalb der x -Achse verlaufenden Graphen beginnt bei $x_0 = 0$.
Damit können wir wählen:

$$b = 0; \quad c = c$$

$$\int_0^c -x dx = \left[-\frac{1}{2}x^2\right]_0^c = -\frac{1}{2}c^2$$

$$\frac{1}{2}c^2 = 8$$

$$c^2 = 16$$

$$c_{1,2} = \pm 4$$

Wegen \int_0^c ist $+4$ Lösung der Aufgabe.

Allerdings wird das Integral auch negativ, wenn die obere Grenze kleiner als die untere Grenze ist, somit ist auch -4 Lösung der Aufgabe.

Lösungspräsentation

Fit in Mathe Online
Das Portal mit mehr als 500000 Aufgaben für Schule und Studium

Musteraufgabe 01
Die Abbildungen zeigen die Graphen einer ganzrationalen Funktion f , einer trigonometrischen Funktion g und einer Exponentialfunktion h .

a) Ordnen Sie die Funktionen f, g und h den abgebildeten Graphen zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.

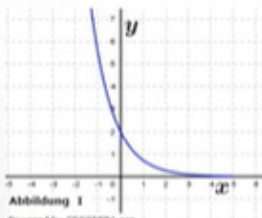


Abbildung I
Powered by GEOGEBRA.org

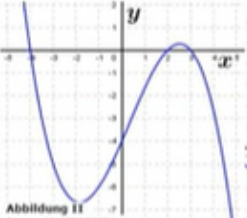


Abbildung II
Powered by GEOGEBRA.org

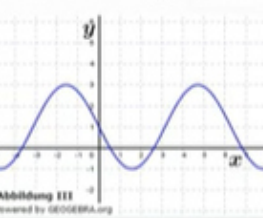


Abbildung III
Powered by GEOGEBRA.org

https://www.youtube.com/watch?v=xmOcO1URszE&ab_channel=Fit-in-Mathe-Online