



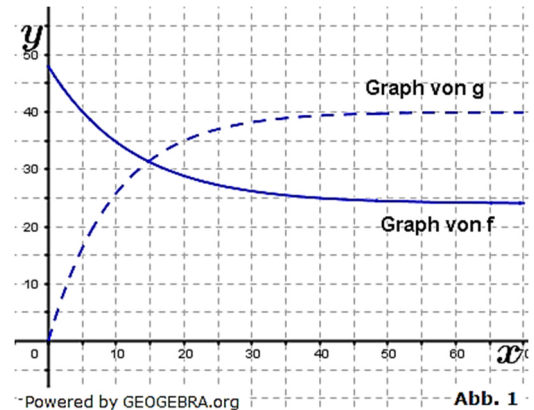
Musteraufgabe M02

Die Geschwindigkeit eines Autos auf einer Teststrecke wird beschrieben durch eine Funktion f mit $f(x) = 24 + 24 \cdot e^{-0,08x}$; $0 \leq x \leq 60$ (x in Sekunden, $f(x)$ in Meter pro Sekunde).

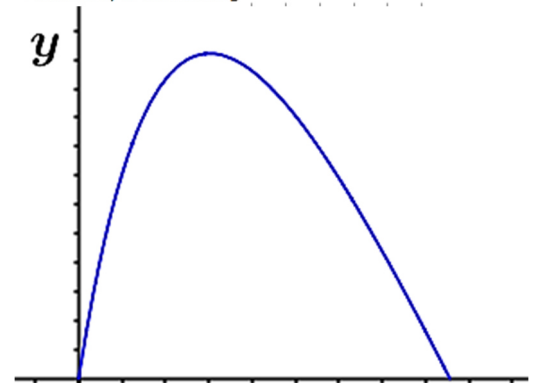
- a) Berechnen Sie $f(0)$ und $f'(0)$ und $\int_0^{60} f(x) dx$.
Deuten Sie diese Werte im Sachzusammenhang.

Das Auto und ein Motorrad befinden sich zum Zeitpunkt $x = 0$ nebeneinander und fahren in den nächsten 60 Sekunden in die gleiche Richtung.

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der Funktion f und den Graphen der Funktion g , die die Geschwindigkeit des Motorrads beschreibt.



- b) Beschreiben Sie die Bewegungen des Autos und des Motorrads.
- c) Abbildung 2 stellt für einen Ausschnitt der Fahrt den Abstand der beiden Fahrzeuge dar. Beschreiben Sie, wie man die x -Koordinate des Punktes H mithilfe von Abbildung 1 ermitteln kann. Entscheiden Sie, ob die y -Koordinate von H größer als 500 ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.
- d) Das Motorrad überholt das Auto zum Zeitpunkt x_0 . Bestimmen Sie eine Gleichung, mit der man bei gegebenem Funktionsterm von g den Zeitpunkt x_0 berechnen kann.



Lösung M02

Lösungsvorbereitung:

a) $f(x) = 24 + 24 \cdot e^{-0,08x}; 0 \leq x \leq 60.$
 $f(0) = 24 + 24 \cdot e^{-0,08 \cdot 0} = 24 + 24 \cdot e^0 = 48$
 $f'(x) = 24 \cdot (-0,08) \cdot e^{-0,08x} = -1,92 \cdot e^{-0,08x}$
 $f'(0) = -1,92 \cdot e^0 = -1,92$

$$\int_0^{60} 24 + 24 \cdot e^{-0,08x} dx = \left[24x - \frac{24 \cdot e^{-0,08x}}{0,08} \right]_0^{60} = [24x - 300 \cdot e^{-0,08x}]_0^{60}$$

$$= 24 \cdot 60 - 300 \cdot e^{-0,08 \cdot 60} - (-300 \cdot e^{-0,08 \cdot 0})$$

$$= 1440 - 2,469 + 300 = 1737,53$$

Das Auto legt in den ersten 60 Sekunden etwa 1,74 km zurück.

b) Die Geschwindigkeit des Autos nimmt stets ab, wobei die Abnahme immer geringer wird.
 Das Motorrad hat zu Beobachtungsbeginn die Geschwindigkeit 0 Meter pro Sekunde, seine Geschwindigkeit nimmt stets zu, wobei die Zunahme immer geringer wird.

c) Beschreibung

Die x -Koordinate von H ist die Schnittstelle der beiden Graphen f und g und liegt etwa bei 15 Sekunden.

Zum besseren Verständnis, muss nicht vorgetragen werden:

Die Geschwindigkeit des Autos ist bis zum Schnittpunkte der beiden Graphen größer als die des Motorades. Somit ist die zurückgelegte Strecke des Autos größer als die Strecke des Motorades.

Nach dem Schnittpunkt der beiden Graphen ist die Geschwindigkeit des Motorades größer als die des Autos. Somit holt das Motorrad das Auto langsam wieder ein.

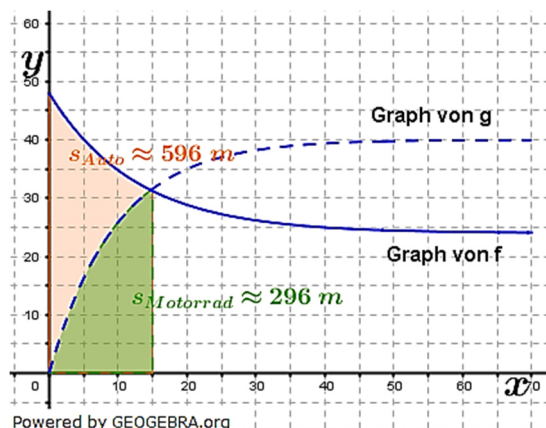
Ergo sind im Schnittpunkt die beiden Fahrzeuge am weitesten voneinander entfernt.

Entscheidung

Die y -Koordinate von H entspricht dem Inhalt der Fläche, die von den Graphen von g und h und der y -Achse eingeschlossen wird. Dieser Wert ist offensichtlich kleiner als 500 (Kästchen zählen).

Zum besseren Verständnis, muss nicht vorgetragen werden:

Die Geschwindigkeit ist die Ableitung des Weges nach der Zeit. Die Fläche unter dem Geschwindigkeitsgraphen entspricht somit der zurückgelegten Strecke (Integral). Aus nebenstehender Graphik ist ersichtlich, dass die Strecke zwischen den beiden Fahrzeugen dem Integral aus oberer Kurve (Auto) und unterer Kurve (Motorrad) im Intervall von 0 bis 15 entspricht.

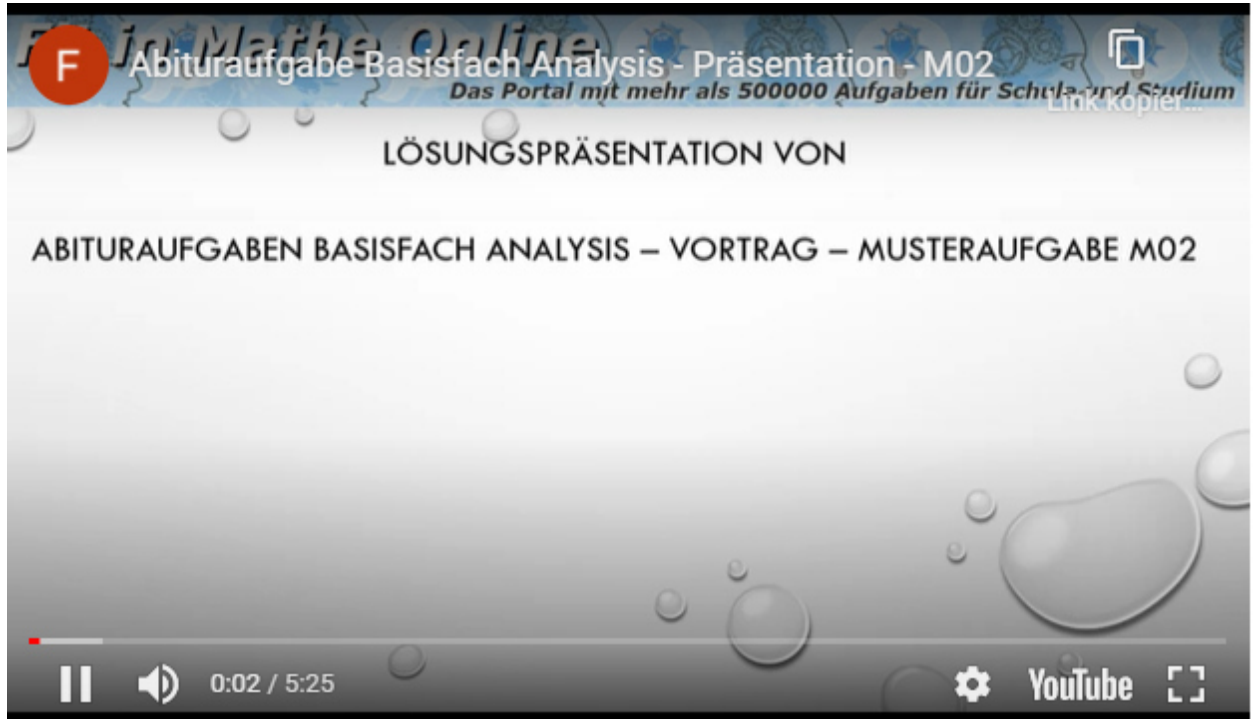


Abituraufgaben Basisfach Analysis Musteraufgabe 02

- d) Zum Zeitpunkt x_0 haben beide Fahrzeuge die gleiche Strecke zurückgelegt (Motorrad überholt Auto). x_0 ist damit die Lösung der Gleichung $\int_0^{x_0} f(x) dx = \int_0^{x_0} g(x) dx$.

Lösungspräsentation

Siehe Video



unter

https://www.youtube.com/watch?v=Ab7MU1tbeAc&feature=emb_logo&ab_channel=Fit-in-Mathe-Online