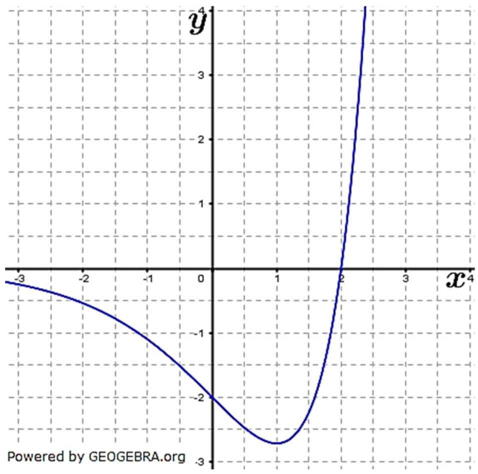
Musteraufgabe M04

(Aufgabe ist ohne WTR zu lösen)

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f.



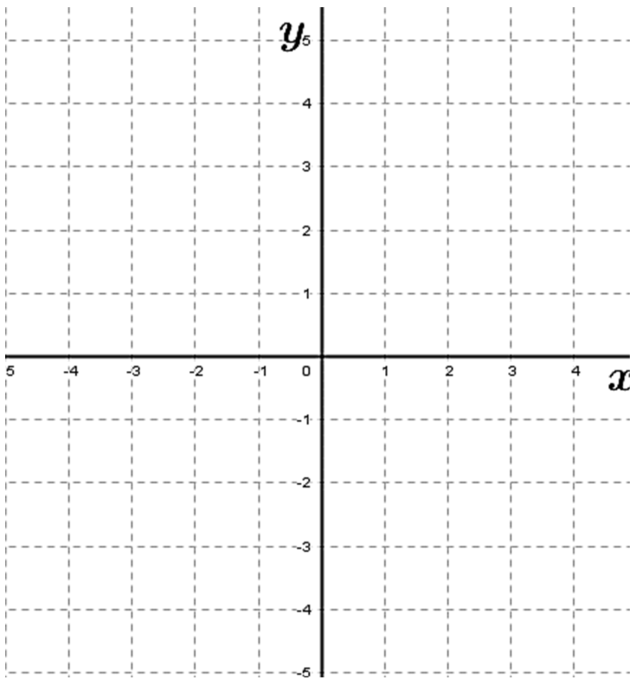
a) Bestimmen Sie $f'(0)$.

b) Ermitteln Sie $\int_0^2 f(x)\,dx$.

c) F ist eine Stammfunktion von f.
Untersuchen Sie mit Hilfe des Graphen von f, ob der Graph von F im abgebildeten Bereich Hoch-, Tief- bzw. Wendepunkte besitzt. Geben Sie gegebenenfalls die entsprechenden Stellen an.

d) Entscheiden Sie, welche der folgenden Funktionsgleichung zu f gehört:
$f_1(x) = (x-2)\cdot e^{-x}$; $f_2(x) = (x-2)\cdot e^{x}$;
$f_3(x) = x \cdot e^{x} - 2$;
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

e) Der Graph der Funktion g mit $g(x) = (x-2)^2 \cdot e^{x}$ besitzt den Hochpunkt $H(0|4)$.
Skizzieren Sie den Graphen von g in das beigefügte Koordinatensystem und erläutern Sie Ihr Vorgehen.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung M04

Lösungsvorbereitung:

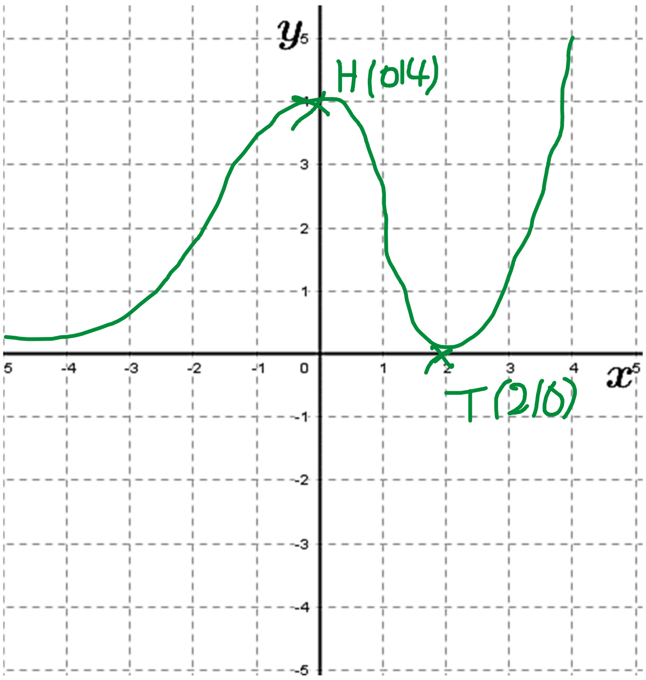
a) $f'(0)$:
Legt man eine Tangente an den Graphen an der Stelle $x = 0$, so lässt sich eine Steigung an dieser Stelle von etwa -1 ablesen.
$f'(0) = -1$

b) $\int_0^2 f(x)\,dx$
Wir zählen die Anzahl der Kästchen zwischen dem Graphen von f und der x-Achse. Es sind zwischen 14 und 15 Kästchen. Jedes Kästchen hat den Flächeninhalt $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$. Die Fläche liegt unterhalb der x-Achse.
$\int_0^2 f(x)\,dx \approx -\frac{17}{4}$.

c) Nach der NEW-Regel gilt:
Der Graph von F hat bei $x = 2$ einen Tiefpunkt, da f dort eine Nullstelle mit VZW von „-„ nach „+" aufweist.
Der Graph von F hat bei $x = 1$ eine Wendestelle mit negativer Steigung, da f dort einen Tiefpunkt mit $f(1) \approx -2{,}7$ hat.
Andere markante Punkte können im abgebildeten Bereich nicht benannt werden.

d) Der Graph ist der Graph der Funktion f_2 mit $f_2(x) = (x-2) \cdot e^x$.
Er besitzt an der Stelle $x = 2$ eine einfache Nullstelle. Der globale Verlauf für $x \to \pm\infty$ stellt sich wie folgt dar:
Für $x \to +\infty$ läuft $f_2(x) \to +\infty$ und für $x \to -\infty$ läuft $f_2(x) \to 0$.

e) Trage als erstes den Punkt $H(0|4)$ ein.
Markiere denn die doppelte Nullstelle bei $x = 2$.
Überlege das globale Verhalten.
Für $x \to +\infty$ läuft $g(x) \to +\infty$.
Für $x \to -\infty$ läuft $g(x) \to 0$, somit ist die x-Achse Asymptote.
Die Skizze kann jetzt erstellt werden.



Lösungspräsentation
Siehe Video unter
https://www.fit-in-mathe-online.de/abituraufgaben-allgemeinbildendes-gymnasium/basisfach-analysis/musteraufgabe-m04#loesungspraesentation