Musteraufgabe M01

a) Beschreiben Sie, welche gegenseitige Lage eine Ebene und eine Gerade im Raum haben können und wie man diese bestimmen kann.

Gegeben sind die Gerade

$g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};\ \ t\ \in \mathbb{R}$ und die Ebene $E\colon x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1$.

b) Zeigen Sie, dass g und E parallel sind.
Die Gerade h schneidet die Gerade g orthogonal in $P(2|0|2)$ und verläuft parallel zur Ebene E. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h.

c) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der von E den Abstand $3 \cdot \sqrt{21}$ hat.

d) Von allen Geraden, die in der Ebene E liegen und parallel zu g verlaufen, ist die Gerade j diejenige mit dem geringsten Abstand zur Geraden g.
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man eine Gleichung der Geraden j bestimmen kann.