

Lösung M02

Lösungsvorbereitung:

a) Gerade g durch A und B :

$$g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4-2 \\ 0-1 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Punktprobe mit $C(0|2|-2)$:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aus der x_3 -Koordinate folgt $t = -1$.

x_1 -Koordinate: $2 - 2 = 0$

x_2 -Koordinate: $1 + 1 = 2$

Der Punkt $C(0|2|-2)$ liegt auf g .

b) Prüfung, ob $g \in E$:

Zunächst Prüfung auf Parallelität:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 - 2 = 0$$

$g \parallel E$

$\overrightarrow{OA} \in E$:

$$2 + 2 = 4$$

$$4 = 4$$

g verläuft in E .

Weitere Ebene, die ebenfalls g enthält:

$$F: x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0$$

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \vec{v}_0 = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{4+1+4}} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} \pm \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \pm 9 \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \pm 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD}_1 = \begin{pmatrix} 2+6 \\ 1-3 \\ 0+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{OD}_2 = \begin{pmatrix} 2-6 \\ 1+3 \\ 0-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

d) Gesucht ist der Punkt C , sodass $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$ ist.

Wir bilden den Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} .

Wir bilden einen Vektor \overrightarrow{MC} , der senkrecht auf dem Vektor \overrightarrow{AB} steht.

Wir bilden die Gerade h mit dem Mittelpunkt M als Aufpunkt und \overrightarrow{MC} als Richtungsvektor.

$$h: \vec{x} = \overrightarrow{OM} + t \cdot \overrightarrow{MC}$$

Wir bestimmen den Punkt C auf h , sodass $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| = 3$ ist.

Lösungspräsentation

Siehe Video unter