

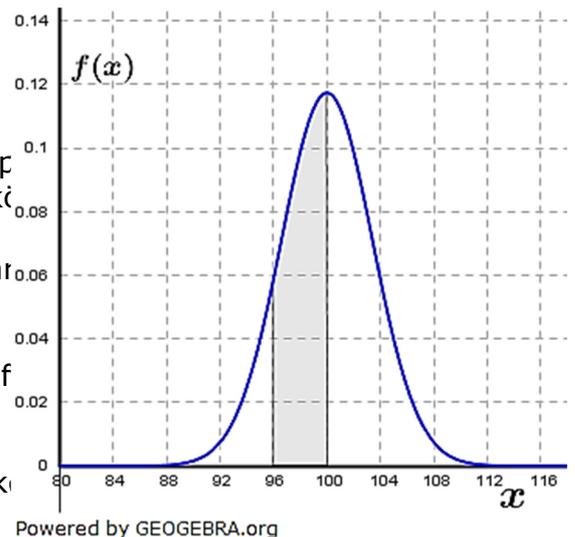


Musteraufgabe M02

Eine Firma stellt Plastikgussteile her, deren Längen um den Normwert 100 mm schwanken. Messungen zeigen, dass die Länge L der Gussteile normalverteilt ist mit dem Erwartungswert 100 und der Standardabweichung 3,4 (alle Angaben in mm).

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Länge eines Gussteils weniger als 95 mm beträgt.
Geben Sie ein anderes Ereignis an, welches dieselbe Wahrscheinlichkeit besitzt.

In der nebenstehenden Abbildung ist der Graph der zu dieser Situation gehörenden Glockenkurve dargestellt.



- b) Erläutern Sie, wie man mit Hilfe des Graphen die Standardabweichung von L bestimmen kann.
- c) In der Abbildung ist eine Fläche grau markiert. Beschreiben Sie den Sachzusammenhang.

Die Gussteile werden als mangelhaft eingestuft, wenn die Länge um 5 mm vom Normwert abweicht.

- d) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für ein mangelhaftes Gussteil $\frac{1}{2}$ beträgt.
- e) Beschreiben Sie ein Zufallsexperiment im Sachzusammenhang und geben Sie dazu ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit dem folgenden Term berechnen lässt:

$$0,14^{200} + 200 \cdot 0,14^{199} \cdot 0,86 + \binom{200}{2} \cdot 0,14^{189} \cdot 0,86^2$$

Lösung M02

Lösungsvorbereitung:

a) Gussteil kleiner 95 mm:

$$\mu = 100; \sigma = 3,4$$

Gesucht: $P(X < 95)$

$N(100; 3,4) \rightarrow N(0; 1)$ schieben.

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{95 - 100}{3,4} = -1,4706$$

$$P(X < 95) = P(z < -1,4706) = \Phi(-1,4706) = 0,071$$

Anderes Ereignis

Wegen der Symmetrie bei $\mu = 100$ ist $P(X > 105)$ ebenfalls 0,071

b) Erwartungswert und Standardabweichung:

Der Erwartungswert liegt im Maximum, also bei $x_1 = \mu$.

Über die linke Wendestelle ermittelt sich die Standardabweichung mit

$$x_2 = \mu - \sigma.$$

c) Bedeutung der Fläche:

Der Inhalt dieser Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Plastikgussteil eine Länge zwischen 96 mm und 100 mm besitzt.

d) Begründung:

$$p = 1 - P(95 \leq L \leq 105) = 1 - 0,8586 \approx 0,14.$$

e) Zufallsexperiment und Ereignis:

Der laufenden Produktion werden 200 Gussteile zufällig entnommen.

Ereignis: „Mindestens 198 dieser Gussteile sind mangelhaft.“

Lösungspräsentation

Siehe Video unter