



Musteraufgabe M03

Eine Firma stellt Kerzen her.

Die Brenndauer B einer Kerze ist normalverteilt mit dem Erwartungswert 40 und der Standardabweichung 5 (alle Angaben in Stunden).

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: „Die Brenndauer einer Kerze beträgt weniger als 35 Stunden.“
B: „Die Brenndauer einer Kerze beträgt mehr als 37 und höchstens 43 Stunden.“

- b) Skizzieren Sie den Graphen der zu dieser Situation gehörenden Glockenkurve und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

- c) Eine Kerze ist mangelhaft, wenn ihre Brenndauer um mehr als 10 Stunden von der mittleren Brenndauer abweicht.
Erläutern Sie anhand der Glockenkurve, wie man die Wahrscheinlichkeit für diese Abweichung bestimmen kann.

- d) Durch ein neues Produktionsverfahren soll die Brenndauer der Kerze verändert werden, so dass die Streuung um den Erwartungswert geringer wird.
Beschreiben Sie, wie sich die Glockenkurve verändert, wenn die Standardabweichung halbiert wird.

- e) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kerze mangelhaft ist, beträgt 5 %.
Beschreiben Sie eine Zufallsexperiment im Sachzusammenhang und geben Sie dazu ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit folgendem Term berechnen lässt:

$$\binom{100}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^{98} + 100 \cdot 0,05 \cdot 0,95^{99} + 0,95^{100}$$

Lösung M03

Lösungsvorbereitung:

a) Wahrscheinlichkeiten

$\mu = 40; \sigma = 5$

$N(40; 5) \rightarrow N(0; 1)$ schieben.

$z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{35-40}{5} = -1$

$P(X < 35) = P(z < -1) = \Phi(-1) = 0,1587$

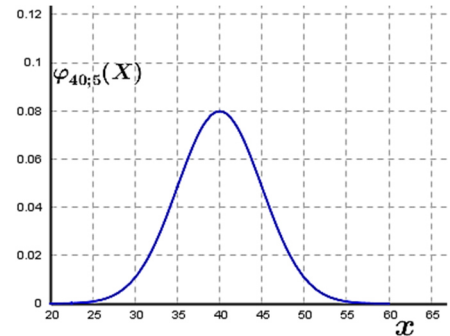
$P(37 < X \leq 43) = 0,4515$

b) Glockenkurve:

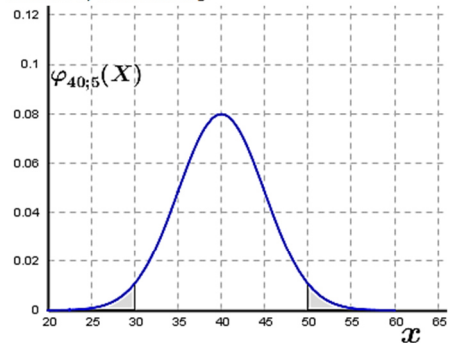
Der Erwartungswert liegt im Maximum, also bei $x_1 = \mu = 40$ und hat den Funktionswert $\varphi(40) = \frac{0,4}{5} = 0,08$.

Die Wendestellen der Glockenkurve liegen bei $x_1 = \mu - \sigma = 40 - 5 = 35$ und bei

$x_2 = \mu + \sigma = 40 + 5 = 45$.



Powered by GEOGEBRA.org



Powered by GEOGEBRA.org

c) Wahrscheinlichkeit für mangelhafte Kerze:

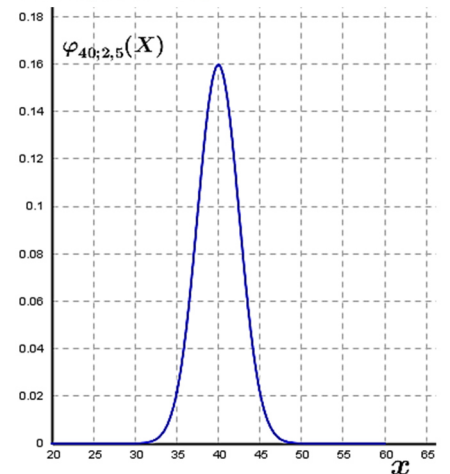
Eine Kerze ist fehlerhaft, wenn ihre Brenndauer mehr als Stunden vom Mittelwert abweicht, d.h. wenn die Brenndauer weniger als Stunden oder mehr als Stunden beträgt.

Die Wahrscheinlichkeit für diese Abweichung erhält man als Fläche unter der Glockenkurve.

d) Veränderung der Standardabweichung:

Wird die Standardabweichung halbiert, so wird die Glockenkurve in x -Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestreckt, also gestaucht.

Dadurch wird die Glockenkurve schmaler, da die Wendestellen dann bei $x_1 = 37,5$ und $x_2 = 42,5$ liegen. Damit die Fläche unter der Glockenkurve gleich bleibt ($100\% = 1$) muss sie noch in y -Richtung mit dem Faktor 2 gestreckt werden, d.h. das Maximum ist bei $x = 40$ doppelt so groß wie bei der ursprünglichen Kurve.



Powered by GEOGEBRA.org

e) Zufallsexperiment und Ereignis:

Der laufenden Produktion werden 100 Kerzen zufällig entnommen.

Ereignis: „Höchstens 2 dieser Kerzen sind mangelhaft.“

Lösungspräsentation

Siehe Video unter