

Prüfungsaufgaben Basisfach Stochastik

Abituraufgaben Basisfach Stochastik Musteraufgabe 04

Musteraufgabe M04

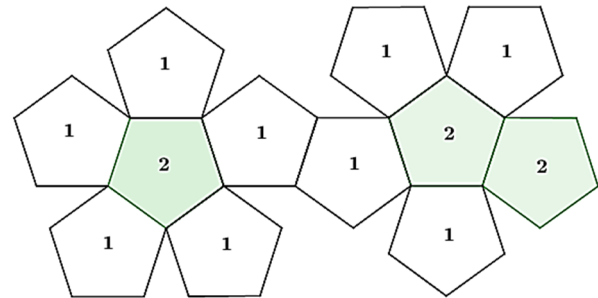
Bei einem zwölf-seitigen Spielwürfel fallen alle Seiten bei einem Wurf jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Jede Seite des Spielwürfels ist gemäß dem abgebildeten Netz mit einer Zahlen 1 bzw. 2 beschriftet.



- a) Bestimmen Sie unter Angabe einer geeigneten Zufallsgröße die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Bei 100 Würfeln fällt genau 77-mal die Zahl 1.“

B: „Bei 100 Würfeln fällt mindestens 73-mal aber höchstens 81-mal die Zahl 1.“



Powered by GEOGEBRA.org

- b) Für ein Gewinnspiel wird der Spielwürfel bei jedem Spiel viermal geworfen. Man betrachtet die Augensumme der vier Würfe. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der geworfenen Zahlen 4 ist, größer ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der geworfenen Zahlen 8 ist.
- c) Einen Hauptpreis erhält eine Spielerin bzw. ein Spieler, wenn die Summe der geworfenen Zahlen mindestens 7 ist. Zeigen Sie, dass auf lange Sicht im Mittel etwa bei einem von zwanzig Spielen ein Hauptpreis vergeben wird.
- d) Beurteilen Sie jede der folgenden Aussagen:
A1: Wird bei einmaligem Werfen des Spielwürfels die geworfene Zahl betrachtet, so handelt es sich um ein Bernoulli-Experiment.
A2: Wird bei mehrfacher Durchführung des beschriebenen Spiels jeweils festgehalten, ob ein Trostpreis (Augensumme 4) oder ein Hauptpreis vergeben wird, so handelt es sich um eine Bernoulli-Kette.

Lösung M04

Lösungsvorbereitung:

a) Wahrscheinlichkeiten

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt und gibt die Anzahl gewürfelter 1-en an.

$$P(A) = B_{100; \frac{9}{12}}(X = 77) = 0,0847$$

$$P(B) = B_{100; \frac{9}{12}}(73 \leq X \leq 81) = B_{100; \frac{9}{12}}(X \leq 81) - B_{100; \frac{9}{12}}(X \leq 72) = 0,6594$$

b) Wahrscheinlichkeit von Augensummen:

Betrachten wir den Ergebnisräume:

Augensumme 4:

$$\Omega_4 = \{(1; 1; 1; 1;)\}$$

Augensumme 8:

$$\Omega_8 = \{(2; 2; 2; 2;)\}$$

Die Wahrscheinlichkeit eine 1 zu würfeln beträgt $\frac{9}{12}$, die einer 2 beträgt $\frac{3}{12}$.

Wegen $\left(\frac{9}{12}\right)^4 > \left(\frac{3}{12}\right)^4$ ist die Wahrscheinlichkeit, Augensumme 4 zu würfeln größer als die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 8.

c) Häufigkeit eines Hauptpreises

$$\Omega_{>7} = \{(2; 2; 2; 2;); (1; 2; 2; 2); (2; 1; 2; 2); (2; 2; 1; 2); (2; 2; 2; 1)\}$$

$$P(\text{Augensumme} \geq 7) = \left(\frac{3}{12}\right)^4 + 4 \cdot \left(\frac{3}{12}\right)^3 \cdot \frac{9}{12} = \frac{13}{256} \approx 0,05 = \frac{1}{20}$$

d) Beurteilungen:

A1: Es ist ein Bernoulliexperiment, da das Experiment nur 2 Ausgänge hat, nämlich das Würfeln einer 1 oder einer 2.

A2: Es ist keine Bernoullikette, da das Experiment MEHR als 2 Ausgänge hat, nämlich Gewinn eines Trostpreises (Augensumme 4), Gewinn eines Hauptpreises (Augensumme ≥ 7) und alle anderen Ausgänge (Augensumme nicht 4 und Augensumme < 7).

Lösungspräsentation

Siehe Video unter