Aufgabensatz 1/22 A7

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit den Parametern n und $p = 0{,}5$. Sie hat den Erwartungswert $\mu = 18$.

a) Bestimmen Sie den Wert von n und die Standardabweichung

b) Entscheiden Sie, ob $P(X = 14) < P(X = 22)$ ist und begründen Sie Ihre Entscheidung.

(Quelle Abitur BW 2022)

Aufgabensatz 1/22 A8

Für ein Spiel wird ein Behälter mit 100 Kugeln gefüllt. Dafür stehen rote und blaue Kugeln zur Verfügung. Vor jedem Spiel legt der Spieler die Anzahl der blauen Kugeln im Behälter fest. Anschließend wird dem Behälter eine Kugel zufällig entnommen.
Ist diese Kugel rot, so wird dem Spieler die festgelegte Anzahl blauer Kugeln in Cent ausgezahlt; ist die Kugel blau, so beträgt die Auszahlung 10 Cent.
Ermitteln Sie, wie der Spieler die Anzahl blauer Kugeln für ein Spiel festlegen muss, damit der Erwartungswert der Auszahlung möglichst groß ist.

(Quelle Abitur BW 2022)

Aufgabensatz 2/22 A7

Ein Glücksrad besteht aus einem gelben, einem blauen und einem roten Sektor. Wird das Glücksrad einmal gedreht, erscheint der gelbe Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ und der rote Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei zweimaligem Drehen der blaue Sektor zweimal erscheint.

b) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment und ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit dem Term

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3}$$

berechnen lässt.

(Quelle Abitur BW 2022)

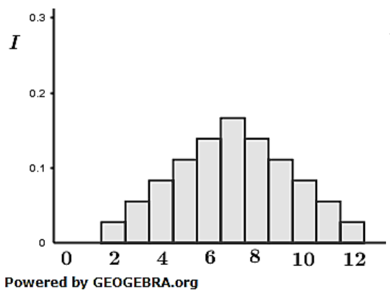
Aufgabensatz 2/22 A8

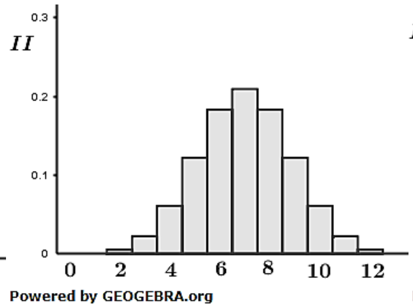
Gegeben sind die im Folgenden beschriebenen Zufallsgrößen X und Y:

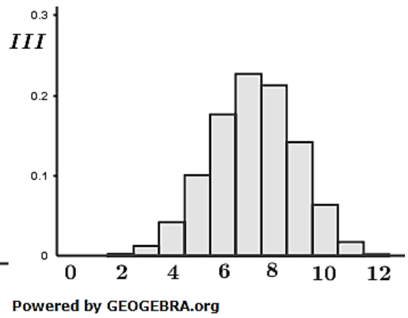
- Ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind, wird zweimal geworfen. X gibt die Summe der dabei gewürfelten Zahlen an.
- Aus einem Behälter mit 60 schwarzen und 40 weißen Kugeln wird zwölfmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Y gibt die Anzahl der entnommenen schwarzen Kugeln an.

a) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit $P(X = 4)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ übereinstimmt.

b) Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Y werden jeweils durch eines der folgenden Diagramme I, II und III dargestellt. Ordnen Sie X und Y jeweils dem passenden Diagramm zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.







(Quelle Abitur BW 2022)

Lösung Aufgabensatz 1/22 A7

Binomialverteilung mit $p = 0{,}5$ und $\mu = 18$.

a) $\mu = n \cdot p \;\Rightarrow\; n = \frac{\mu}{p} = \frac{18}{0{,}5} = 36$

$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = \sqrt{18 \cdot 0{,}5} = 3$

b) $P(X = 14) = P(X = 22)$. Die beiden Werte liegen links und rechts vom Erwartungswert gleich weit entfernt und die Wahrscheinlichkeit für Erfolg beträgt $0{,}5$.

Lösung Aufgabensatz 1/22 A8

Aufgabe zum Erwartungswert.

Sei die Anzahl blauer Kugeln. Dann gilt für den Zug:

$P(blau) = \frac{a}{100}$; $P(rot) = \frac{100-a}{100}$

Wird rot gezogen, so erhält der Spieler a Cent. Wir blau gezogen, erhält der Spieler 10 Cent.

Berechnung des Erwartungswertes:

$E(X) = a \cdot \frac{100-a}{100} + 10 \cdot \frac{a}{10}$

$E(X) = \frac{100a-a^2}{100} + 10 = -\frac{a^2}{100} + a + 10$

Maximum mit $E'(X) = 0$

$E'(X) = -\frac{a}{50} + 1$

$-\frac{a}{50} + 1 = 0$

$\frac{a}{50} = 1$

$a = 50$

Der Spieler muss 50 blaue Kugeln für das Spiel festlegen.

Lösung Aufgabensatz 2/22 A7

Glücksrad mit $P(gelb) = \frac{1}{3}$; $P(rot) = \frac{1}{2}$.

a) $P(blau) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$P(blau; blau) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

b) Das Glücksrad wird 5 Mal gedreht. Es erscheint mindestens 4 mal gelb.

Lösung Aufgabensatz 2/22 A8

a) Bei der Augensumme von 2 Würfeln liegt der Erwartungswert bei Augensumme 7. Die Dichtefunktion ist symmetrisch zum Erwartungswert. $P(X=4)$ und $P(X=10)$ liegen links und rechts symmetrisch zum Erwartungswert.

b) Histogramm I zeigt die Verteilung von X. $P(X=7)=\frac{6}{36}\approx 0{,}17$. Das Maximum bei Histogramm I zeigt etwa diesen Wert.
Histogramm III zeigt die Verteilung von Y. $P(schwarz)=0{,}6$; $n=12$; $\mu=12\cdot 0{,}6=7{,}2\ \approx 7$.
Wegen $P(schwarz)=0{,}6$ ist das Histogramm NICHT symmetrisch zum Erwartungswert.