



Aufgabensatz 1/23 A6

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, auf denen jeweils eine Zahl steht. Auf drei der Kugeln steht die Zahl 2, auf zwei der Kugeln die negative Zahl a .

Zweimal nacheinander wird eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

- a) Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$ berechnet werden kann.
- b) Die Zufallsgröße X gibt das Produkt der Zahlen an, die auf den beiden entnommenen Kugeln stehen. Der Erwartungswert von X ist 4. Bestimmen Sie den Wert von a .

(Quelle Abitur BW 2023)

Aufgabensatz 2/23 A5

Ein Glücksrad besteht aus zwei Sektoren, die mit den Zahlen 2 bzw. 3 beschriftet sind. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen die Zahl 2 erzielt wird, beträgt p . Bei einem Spiel dreht eine Person das Glücksrad genau so oft, bis die Summe der erzielten Zahlen 5, 6 oder 7 beträgt. Bei der Summe 6 gewinnt die Person das Spiel, sonst verliert sie.

- a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.
- b) Die beiden folgenden Ereignisse sind stochastisch unabhängig:
E: „Beim Drehen des Glücksrads wird die Zahl 2 erzielt.“
G: „Die Person gewinnt das Spiel.“
Ermitteln Sie eine Gleichung, die die Variable p enthält und die Berechnung des Werts von p ermöglicht.

(Quelle Abitur BW 2023)

Aufgabensatz 2/23 A6

In einen leeren Behälter werden drei Kugeln gelegt. Dabei wird die Farbe jeder Kugel durch Werfen eines Würfels festgelegt, dessen Seiten mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind: Wird die „1“ oder die „2“ erzielt, wird eine gelbe Kugel gewählt, sonst eine schwarze.

- a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich nun mindestens zwei schwarze Kugeln im Behälter befinden, $\frac{20}{27}$ beträgt.
- b) Aus dem Behälter werden zwei der drei Kugeln zufällig entnommen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide entnommenen Kugeln schwarz sind.

(Quelle Abitur BW 2023)

Lösung Aufgabensatz 1/23 A6

a) $P(2) = \frac{3}{5}; P(a) = \frac{2}{5}$

Ziehen mit Zurücklegen.

Das Ereignis lautet:

A: „Es wird eine Kugel mit einer „2“ und eine Kugel mit einem „a“ gezogen.“

b) Bestimmung des Ergebnisraums:

$$S = (2 \cdot 2; -2a; -a \cdot 2; a \cdot a)$$

Somit kann X die Werte $4; -2 \cdot a; -a \cdot 2; a^2$ annehmen.

Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten

$$P(X = 4) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}; P(X = 2a) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}; P(X = a \cdot 2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

$$P(X = a^2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Berechnung von $E(X)$:

$$E(X) = 4 \cdot \frac{9}{25} + 2a \cdot \frac{6}{25} + 2a \cdot \frac{6}{25} + a^2 \cdot \frac{4}{25} = \frac{36}{25} + \frac{24}{25}a + \frac{4}{25}a^2$$

Gegeben $E(X) = 4$

$$\frac{4}{25}a^2 + \frac{24}{25}a + \frac{36}{25} = 4 \quad | \quad -4$$

$$\frac{4}{25}a^2 + \frac{24}{25}a - \frac{64}{25} = 0 \quad | \quad \cdot \frac{25}{4}$$

$$a^2 + 6a - 16 = 0$$

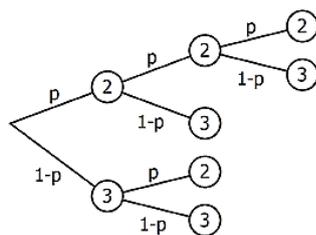
$$a_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 16} = -3 \pm 5$$

$$a_1 = 2; a_2 = -8$$

Wegen Aufgabenstellung „a ist negative Zahl“ sind die beiden Kugel mit -8 beschriftet.

Lösung Aufgabensatz 2/23 A5

a) Baumdiagramm



b) Bedingung für stochastisch unabhängige Ereignisse:

$$P(G \cap E) = P(G) \cdot P(E)$$

$$P(G) = P(222; 33) = p^3 + (1-p)^2$$

$$P(E) = P(2) = p$$

$$P(G \cap E) = P(222) = p^3$$

$$P(G) \cdot P(E) = p \cdot (p^3 + (1-p)^2)$$

$$p \cdot (p^3 + (1-p)^2) = p^3 \quad | \quad :p$$

$$p^3 + (1-p)^2 = p^2$$

$$p^3 + 1 - 2p = 0$$

Lösung Aufgabensatz 2/23 A6

- a) Mindestens 2 schwarze Kugeln heißt 2 oder 3 schwarze Kugeln

Wahrscheinlichkeit eine 1 oder eine 2 zu würfeln beträgt $\frac{1}{3}$.

Wahrscheinlichkeit eine 3 bis 6 zu würfeln beträgt $\frac{2}{3}$.

Wahrscheinlichkeit für mindestens 2 schwarze Kugeln:

$$P(sss; gss; sgs; ssg) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{27} + \frac{12}{27} = \frac{20}{27} \text{ was zu zeigen war.}$$

- b) Damit das funktioniert, müssen 2 oder 3 schwarze Kugeln in der Urne sein. Die Wahrscheinlichkeit für eine Urne mit 3 schwarzen Kugeln ist

$P_3 = \frac{8}{27}$. Die für eine Urne mit 2 schwarzen Kugeln ist $P_2 = \frac{12}{27}$.

$$\begin{aligned} P(2 \text{ schwarze Kugeln}) &= P_3 \cdot P(ss) + P_2 \cdot P(ss) \\ &= \frac{8}{27} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} + \frac{12}{27} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{27} + \frac{4}{27} = \frac{12}{27} \end{aligned}$$