

## Abitur Leistungskurs Wahlteil Analytische Geometrie 2021 BW



### Aufgabe B1

Gegeben ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Die Eckpunkte der Grundfläche sind  $A(-3|-3|0)$ ,  $B(3|-3|0)$ ,  $C(3|3|0)$  und die Spitze ist  $S(0|0|6)$ .

Die Ebene  $E$  enthält die Punkte  $A, B$  und  $S$ .

- a) Stellen Sie die Pyramide in einem geeigneten Koordinatensystem dar. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene  $E$ .

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide.

(Teilergebnis:  $E: 2x_2 - x_3 = -6$ )

- b) Innerhalb der Pyramide gibt es einen Punkt, dessen Abstand von der Grundfläche der Pyramide  $\sqrt{5}$ -mal so groß ist wie sein Abstand zu den Seitenflächen.

Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

- c) Betrachtet wird für jedes  $a > 0$  die gerade Pyramide mit folgenden Eigenschaften:

- $A(-a|-a|0)$ ,  $B(a|-a|0)$ ,  $C(a|a|0)$  und  $D$  sind die Eckpunkte der quadratischen Grundfläche.
- Die  $x_3$ -Koordinate der Spitze  $S$  ist positiv.
- Die Höhe der Pyramide stimmt mit der Kantenlänge der Grundfläche überein.

$M_1$  ist die Kantenmitte von  $AB$ ,  $M_2$  die Kantenmitte von  $DS$ .

Zeigen Sie: Die Strecke  $M_1M_2$  ist orthogonal zur Kante  $DS$ .

#### Aufgabe B2

Eine Firma stellt Gewächshäuser her. Die Ecken der Grundfläche dieser Gewächshäuser können modellhaft durch die Punkte  $A(8|0|0)$ ,  $B(8|7|0)$ ,  $C(0|7|0)$  und  $D(0|0|0)$  beschrieben werden. In diesen Ecken stehen senkrecht zur Grundfläche Pfosten, die das Dach des Gewächshauses tragen (alle Koordinatenangaben in Meter).

- a) Bei einem dieser Gewächshäuser können die Ecken der Dachfläche durch die Punkte  $E(8|0|4)$ ,  $F(8|7|5)$ ,  $G(0|7|5)$  und  $H(0|0|4)$  beschrieben werden. Stellen Sie dieses Gewächshaus in einem geeigneten Koordinatensystem dar. Berechnen Sie den Rauminhalt dieses Gewächshauses. Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die die Lage der Dachfläche beschreibt.
- b) Die Firma bietet die Gewächshäuser mit unterschiedlichen Neigungen der Dachfläche an. Die Lage jeder dieser Dachflächen kann durch eine Ebene beschrieben werden, die zur Schar  $E_a: ax_2 - 7x_3 = 7a - 35$  mit  $a > 0$  gehört. Berechnen Sie den Wert von  $a$ , für den die Neigung der Dachfläche  $30^\circ$  beträgt.  
Es gibt eine Gerade  $g$ , die in allen Ebenen der Ebenenschar liegt. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Geraden  $g$ .  
Untersuchen Sie, für welche Werte von  $a$  im gesamten Gewächshaus eine Mindesthöhe von  $2\text{ m}$  gegeben ist.