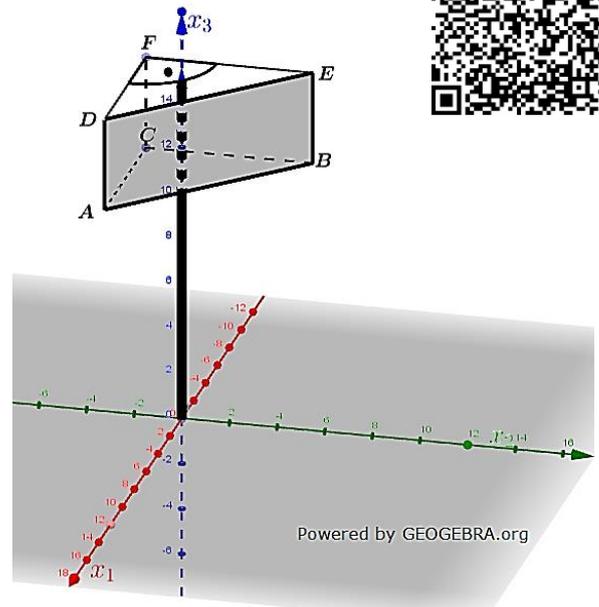


Abitur Leistungskurs Wahlteil Analytische Geometrie 2023 BW

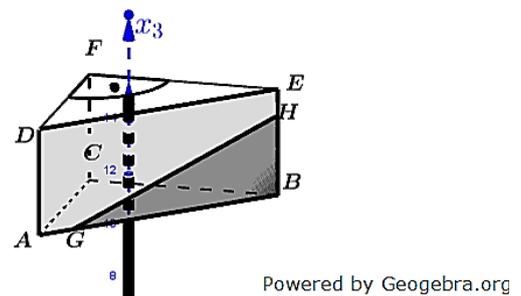
Aufgabe B1

Auf einem ebenen, horizontalen Gelände steht ein 15 m hoher Mast, an dem drei rechteckige Werbeflächen befestigt sind. In der seitlichen Abbildung ist eine der Werbeflächen grau dargestellt. Der Mast ist zylinderförmig und hat einen Durchmesser von 80 cm; er verläuft ebenso wie die seitlichen Kanten der Werbefläche vertikal. In einem Koordinatensystem wird das Gelände durch die x_1x_2 -Ebene beschrieben; eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Wirklichkeit. Der Mittelpunkt der Grundfläche des Masts wird durch den Koordinatenursprung dargestellt. Die Punkte $A(5|-2|11)$, $E(-2|5|15)$ und $F(-2|-2|15)$ stellen Eckpunkte der Werbeflächen dar.



- Bestimmen Sie den Flächeninhalt der grau dargestellten Werbefläche. Prüfen Sie, ob die beiden anderen Werbeflächen einen rechten Winkel einschließen.
- Die grau dargestellte Werbefläche liegt im Modell in einer Ebene, deren Gleichung in der Form $a \cdot x_1 + a \cdot x_2 = b$ dargestellt werden kann. Ermitteln Sie passende Werte von a und b .
- Begründen Sie, dass der Abstand der grau dargestellten Werbefläche zum Mast mit dem Abstand des Mittelpunkts der oberen Kante dieser Werbefläche zum Mast übereinstimmt.

Auf dem Gelände befindet sich ein Sportplatz. Von dort aus blickt ein Kind zur grau dargestellten Werbefläche. Die Sicht des Kindes wird durch eine Mauer eingeschränkt. Die obere Kante der Mauer wird im Modell durch die Strecke zwischen den Punkten $P(20|-5|3)$ und $Q(20|25|3)$ dargestellt. Der Punkt, von dem der Blick des Kindes ausgeht, wird durch $K(24|15|1)$ beschrieben. Das Kind kann denjenigen Teil der Werbefläche, der durch das Dreieck GBH mit $G(4|-1|11)$ dargestellt wird, nicht sehen.



- Eine Sichtlinie verläuft im Modell von K zu G . Berechnen Sie die Größe des Winkels dieser Sichtlinie gegenüber der Horizontalen. Beschreiben Sie, wie man die Koordinaten von H rechnerisch bestimmen könnte.

Abitur Leistungskurs Wahlteil Analytische Geometrie 2023 BW

- e) Auf dem Sportplatz wird ein Fußball geschossen. Die Flugbahn des Balls wird im Modell durch Punkte der Form $R_t(32 - 8t|5t - 5t^2 + 6,5t + 0,3)$ mit $t \in \mathbb{R}^+$ beschrieben.
- Der Ball bewegt sich im Modell in der Ebene L . Beschreiben Sie die besondere Lage von L im Koordinatensystem und geben Sie eine Gleichung dieser Ebene an.
- Untersuchen Sie, ob der Ball die Mauer trifft, bevor er den Boden berührt.

Abitur Leistungskurs Wahlteil Analytische Geometrie 2023 BW Aufgabe B2

Die Abbildung in der Anlage zeigt den Körper $ABCDEF$ mit $A(6|3|0)$, $B(0|6|0)$, $C(3|0|0)$, $D(6|3|6)$, $E(0|6|6)$ und $F(3|0|12)$.

- a) Die Punkte D , E und F liegen in der Ebene L .
Ermitteln Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform.
(Teilergebnis: $L: 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 42$).
- b) Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den L mit der x_1x_2 -Ebene einschließt.
- c) Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC kann mit dem Term $6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6$ berechnet werden. Veranschaulichen Sie diese Tatsache durch geeignete Eintragungen in der Abbildung.
Berechnen Sie das Volumen des Körpers $ABCDEF$.
- d) Die Ebene N_k enthält die x_3 -Achse und den Punkt $P_k(1-k|k|0)$ mit $k \in]0; 1[$. Welche Kanten des Körpers von N_k geschnitten werden, ist abhängig von k . Durchläuft k alle Werte zwischen 0 und 1, so gibt es Bereiche $]a; b[$, für die N_k für alle Werte von $k \in]a; b[$ jeweils die gleichen Kanten des Körpers schneidet.
Bestimmen Sie den größten dieser Bereiche und geben Sie die zugehörigen Kanten an.
- e) Auf der Kante AD liegt der Punkt Q , auf der Kante BE der Punkt $R(0|6|2)$. Das Dreieck FQR hat in Q einen rechten Winkel. Bestimmen Sie die x_3 -Koordinate von Q .
- f) Der Körper wird so um die Gerade AB gedreht, dass der mit D bezeichnete Eckpunkt nach der Drehung in der x_1x_2 -Ebene liegt und dabei eine positive x_2 -Koordinate hat. Die folgenden Rechnungen liefern die Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit der beschriebenen Drehung:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = 0; \quad \Leftrightarrow \quad t = 0,8, \text{ d.h. } S(4,8|3,6|0)$$

$$\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{CS} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Formulieren Sie eine passende Aufgabenstellung und geben Sie die Bedeutung von S an.

Anlage Aufgabe B2

