Lösung A1

$f(x) = \frac{1}{8} \cdot sin(4x^2)$ Kettenregel erforderlich

---

$f'(u \circ v) = v'(u(x)) \cdot u'(x)$
$u = 4x^2 \quad u' = 8x$
$v(u(x)) = \frac{1}{8} sin(u) \quad v'(u(x)) = \frac{1}{8} cos(u)$
$f'(x) = \frac{1}{8} \cdot 8x \cdot \cos(4x^2)$
$f'(x) = xcos(4x^2)$

Lösung A2

$f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} x^3$ Summenregel mit Potenzregel erforderlich

---

$$F(x) = \int \left(\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} x^3\right) dx = \int \left(4 \cdot x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} x^3\right) dx = \frac{4x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2 \cdot 4} x^4 + c$$

$F(x) = 8\sqrt{x} + \frac{1}{8} x^4 + c$

Lösung A3

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ mit $x_1 = 1$ Polynomdivision, quadratische Gleichung

---

Polynomdivision:

$(x^3 - 3x^2 - x + 3) : (x - 1) = x^2 - 2x - 3$
$\underline{-x^3 + x^2}$
$\quad -2x^2 - x$
$\quad \underline{+2x^2 - 2x}$
$\qquad -3x + 3$
$\qquad \underline{+3x - 3}$
$\qquad\quad 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$
$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{1 + 3} = 1 \pm 2$ | p/q-Formel
$x_2 = 3; \quad x_3 = -1$
$\mathbb{L} = \{-1; 3; 1\}$

Lösung A4

Lösungslogik:

Die allgemeine Gleichung einer ganzrationalen Funktion lautet:
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
Wegen des Berührpunktes im Ursprung ist $d = 0$, außerdem ist dieser Berührpunkt einer doppelte Nullstelle, sodass sich die Gleichung reduziert auf:
$f(x) = ax^2(x + x_3) = ax^3 + bx^2$.
Wegen des Hochpunktes in $P(1|1)$ ist außerdem $f'(1) = 0$.

Klausuraufschrieb:
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
Berührpunkt im Ursprung: $\Rightarrow\ d = 0;\ f(x) = ax^2(x + x_3) = ax^3 + bx^2$
Hochpunkt in $P(1|1)$: $\Rightarrow\ f(1) = 1 \wedge f'(1) = 0$
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$
$f(1) = a + b = 1 \Longrightarrow\ a = 1 - b$
$f'(1) = 3a + 2b = 0$
$a \longrightarrow f'(1) \Longrightarrow\ 3(1 - b) + 2b = 0$
$3 - 3b + 2b = 0 \Longrightarrow\ b = 3$
$b \longrightarrow a$
$1 - 3 = a \Longrightarrow\ a = -2$
$f(x) = -2x^3 + 3x^2$

Lösung A5

(1) *Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.*
Die Aussage ist falsch. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle $x = -2$ einen Extrempunkt. Nur Wendestellen einer Stammfunktion führen zu Extremstellen bei der Ableitungsfunktion. Wegen des Berührpunkts von f' mit der x–Achse liegt in f sogar ein Sattelpunkt vor.

(2) *Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.*
Die Aussage ist wahr. f' hat im angegebenen Intervall genau zwei Extremstellen, die bei f zu Wendepunkten führen.

(3) *Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y–Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.*
Die Aussage ist wahr. Aus dem Schaubild von f' liest man für $x_0 = 0$ die Steigung $m = 4$ von f ab. Die 1. Winkelhalbierende hat die Steigung $m = 1$.

(4) $f(0) > f(5)$.
Die Aussage ist falsch. Die Ableitungskurve f' verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x–Achse, f ist in diesem Intervall somit streng monoton steigend. $f(0)$ muss somit kleiner als $f(5)$ sein.

Lösung A6

Lösungslogik

a) $E \parallel g$, wenn $\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \perp \overrightarrow{rv_g} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist.

b) Abstand Punkt-Ebene mithilfe der HNF.

Klausuraufschrieb

a) $\overrightarrow{n_E} \circ \overrightarrow{rv_g} = 0$
$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = -2 + 4 - 2 = 0$$
E ist parallel zu g.

b) $d = \left|\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3 + d}{|\overrightarrow{n_E}|}\right|$ mit z. B. dem Aufpunkt der Geraden.
$$d = \left|\frac{-2\cdot2 - 16 - 2\cdot2 + 15}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2(-2)^2}}\right| = \left|\frac{-9}{\sqrt{9}}\right| = 3$$
Der Abstand der Geraden g von der Ebene E beträgt $3\ LE$.

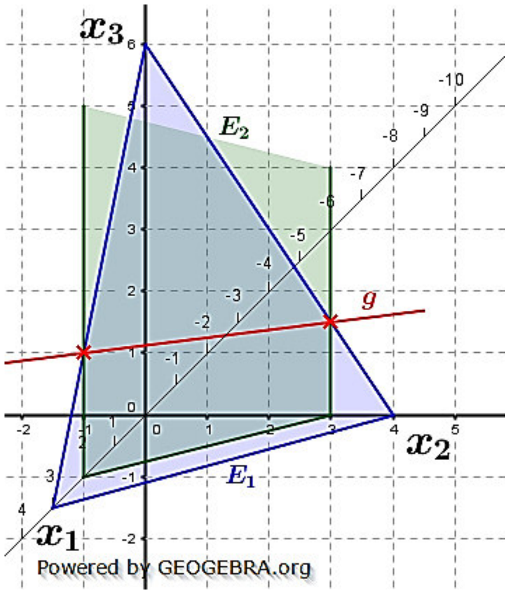
Lösung A7

Lösungslogik

Ermittlung der Spurpunkte von E_1.
Ermittlung der Spurpunkte von E_2.
Da bei E_2 die x_3–Koordinate fehlt, hat E_2 keinen Schnittpunkt mit der x_3–Achse, zwei Spurgeraden verlaufen parallel zur x_3–Achse.
Diese parallelen Spurgeraden schneiden die Spurgeraden der Ebene E_1 in den Punkten A und B.
Die Verbindungsgerade von A und B ist die Schnittgerade der beiden Ebenen.

Klausuraufschrieb

E_1: $4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12$
S_1 : $4x_1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 12 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3$
$S_1(3|0|0)$
S_2 : $4 \cdot 0 + 3x_2 + 2 \cdot 0 = 12 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 4$
$S_2(0|4|0)$
S_3 : $4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot x_3 = 12 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 6$
$S_3(0|0|6)$
E_2: $3x_1 + 2x_2 = 6$
T_1 : $3x_1 + 2 \cdot 0 = 6 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2$
$T_1(2|0|0)$
T_2 : $3 \cdot 0 + 2x_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 3$
$T_2(0|3|0)$



Lösung A8

Da A und B symmetrisch zur Ebene E liegen, liegt der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ mit $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$. auf E. Gleichzeitig ist $\overrightarrow{AB}$ der Normalenvektor von E, sodass die Ebene beschrieben werden kann mit E: $(\vec{x} - \overrightarrow{OM}) \circ \overrightarrow{AB} = 0$.