

Lösung C1

Lösungslogik

a) *Gefäß G₁*:

Bernoullikette $B_{20; \frac{3}{5}}(X \geq 12) = 1 - B_{20; \frac{3}{5}}(X \leq 11)$.

Gefäß G₂:

Kann mit der Bernoulliformel nicht berechnet werden. Es ist die Überlegung erforderlich, wie oft bei acht Zügen das Ziehen von 2 schwarzen Kugeln direkt aufeinander möglich ist. Dies ist siebenmal der Fall. Die

Wahrscheinlichkeit für einen solchen Fall beträgt $\left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^6$.

b) Zunächst müssen die Wahrscheinlichkeiten für $P(ss; sw; ws; ww)$ aus Gefäß G_1 berechnet werden. Da diese Kugeln in das Gefäß G_2 gelegt werden, ist die Verteilung in Gefäß G_2 entweder 5 schwarze und 7 weiße Kugeln (für $P_{G_1}(ss)$) oder 4 schwarze und 6 weiße Kugeln (für $P_{G_1}(sw; ws)$) oder 3 schwarze und 9 weiße Kugeln (für $P_{G_1}(ww)$). Somit ändert sich die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer schwarzen Kugel aus G_2 von $\frac{5}{12}$ (für $P_{G_1}(ss)$) auf $\frac{4}{12}$ (für $P_{G_1}(sw; ws)$) auf $\frac{3}{12}$ (für $P_{G_1}(ww)$). Die Wahrscheinlichkeit für eine schwarze Kugel aus G_2 ist somit $P_{G_2}(s) = P_{G_1}(ss) \cdot \frac{5}{12} + P_{G_1}(sw; ws) \cdot \frac{4}{12} + P_{G_1}(ww) \cdot \frac{3}{12}$.

Klausuraufschrieb

a) *Gefäß G₁ Bernoullikette*:

$$B_{20; \frac{3}{5}}(X \geq 12) = 1 - B_{20; \frac{3}{5}}(X \leq 11) \stackrel{\text{GTR}}{=} 0,5955$$

```
1-binomcdf(20, 3, 11)
.5955987232
```

Die Wahrscheinlichkeit mindestens 12 Mal eine schwarze Kugel aus Gefäß G_1 zu ziehen ist etwa 59,6 %.

Gefäß G₂:

Die Wahrscheinlichkeit für genau 2 schwarze Kugeln ist:

$$P_{G_2}(ss) = 0,3^2 \cdot 0,7^6 = 0,0106$$

2 schwarze Kugeln bei direkt aufeinander folgenden Zügen kommt in einer 8er-Kette genau 7 Mal vor, somit:

$$P_{G_2}(ss)_{\text{direkt aufeinander}} = 7 \cdot P_{G_2}(ss) = 0,0741$$

Die Wahrscheinlichkeit genau 2 schwarze Kugeln in direkt aufeinander folgenden Zügen zu ziehen beträgt etwa 7,4 %.

$$b) \quad P_{G_1}(ss) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} \qquad P_{G_1}(sw; ws) = 2 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{48}{90}$$

$$P_{G_1}(ww) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90}$$

$$P_{2P_1}(ss)(s) = \frac{30}{90} \cdot \frac{5}{12} = \frac{150}{1080} \qquad P_{2P_1}(sw; ws)(s) = \frac{48}{90} \cdot \frac{4}{12} = \frac{192}{1080}$$

$$P_{2P_1}(ww)(s) = \frac{12}{90} \cdot \frac{3}{12} = \frac{36}{1080}$$

$$P_{G_2}(s) = P_{2P_1}(ss)(s) + P_{2P_1}(sw; ws)(s) + P_{2P_1}(ww)(s) = \frac{150+192+36}{1080} = 0,3491$$

Die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel aus G_2 zu ziehen beträgt etwa 35 %.

Abitur allg. bildendes Gymnasium Wahlteil Stochastik 2014 BW

Lösung C2

Lösungslogik

Binomialverteilung mit $n = 800$, $p = 0,05$ und $k \leq 30$

- a) $P(X \leq 30)$:
 $B_{800,0,05}(X \leq 30)$, Lösung per GTR.
 Wahrscheinlichkeit für um weniger als 10 abweichenden Erwartungswert:
 Erwartungswert $\mu = n \cdot p$. Gesucht ist $B_{800,0,05}(\mu - 10 < X < \mu + 10)$.
- b) **Anzahl fehlerhafter Stifte für Ablehnung der H_0 -Hypothese:**
 Man will die Aussage des Herstellers prüfen, dass höchstens 2 % der hergestellten Stifte fehlerhaft sind, man nimmt also an, dass die Ausschussquote größer als 2 % ist, also $p_1 > 0,02$. Es handelt sich also um einen rechtsseitigen Test mit dem Signifikanzniveau 5 %:
 $B_{800,0,02}(X \geq k) > 0,05$, Lösung per GTR.

Klausuraufschrieb

- a) $P(X \leq 30)$:
GTR
 $B_{800,0,05}(X \leq 30) \approx 0,0571$
 Wahrscheinlichkeit für um weniger als 10 abweichenden Erwartungswert:
 $\mu = n \cdot p = 800 \cdot 0,05 = 40$

- b) **Anzahl fehlerhafter Stifte für Ablehnung der H_0 -Hypothese:**
 $H_0: p_0 = 0,02$; $H_1: p_1 > 0,02$
 $\alpha = 0,05$
 Rechtsseitiger Signifikanztest.
 $B_{800,0,02}(X \geq k) > 0,95 \Rightarrow$
 $1 - B_{800,0,02}(X \leq k - 1) < 0,05$
 $A[0; 1; 2; \dots 23]; \bar{A}[24; 25; 26; \dots 800]$
 Bei mehr als 23 fehlerhaften Stiften wird die H_0 -Hypothese abgelehnt. Der Fehler der 1. Art beträgt dabei etwa 3,5 %.

GTR

```
binomcdf(800,.02,30)
.0570583267
binomcdf(800,.02,23)
.8776570429
```

zu b)
Y1: **1-**
binomcdf(800,.02,X-1)

X	Y1	
20	.18563	
21	.12957	
22	.08708	
23	.05637	
24	.03518	
25	.02117	
26	.0123	