



Aufgabe C1

Ein Großhändler gibt an, dass sein Weizensaatgut eine Keimfähigkeit von mindestens 80 % hat. Mehrere Kunden vermuten, dass die Keimfähigkeit in Wirklichkeit kleiner ist.

Deswegen wird die Aussage des Großhändlers mit Hilfe eines Tests auf einem Signifikanzniveau von 10 % überprüft, indem 500 Weizenkörner untersucht werden.

Als Nullhypothese wird die Angabe des Großhändlers verwendet

Formulieren Sie die zugehörige Entscheidungsregel in Worten.

Die tatsächliche Keimfähigkeit des Sattgutes beträgt 82 % .

Wie groß ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei obigem Test die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird?

Aufgabe C2

Bei einem Biathlonwettbewerb läuft ein Athlet eine 2,5 km lange Runde, dann schießt er liegend fünf Mal; anschließend läuft er eine zweite Runde und schießt stehend fünf Mal; nach einer dritten Runde erreicht er das Ziel. Aufgrund der bisherigen Schießleistungen geht der Trainer davon aus, dass der Athlet stehend mit 88 % und liegend mit 93 % Wahrscheinlichkeit trifft. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Ergebnisse der einzelnen Schüsse voneinander unabhängig sind.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Athlet stehend bei fünf Schüssen genau vier Mal trifft.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Athlet im gesamten Wettbewerb höchstens einmal eine Strafrunde laufen muss.
- c) Der Athlet möchte seine Leistungen im Stehendschießen verbessern und künftig mit über 95 % Wahrscheinlichkeit bei fünf Schüssen mindestens vier Mal treffen. Welche Trefferwahrscheinlichkeit muss er dafür mindestens erreichen?

Lösung C1

Lösungslogik

Formulierung Entscheidungsregel:

Siehe Klausuraufschrieb.

Fälschlicherweise verworfene Nullhypothese:

Wir führen den Signifikanztest jetzt mit einer Wahrscheinlichkeit $p_0 = 0,82$ erneut aus wobei wir die Zufallsvariable auf die größte Zahl des Ablehnungsbereichs von setzen. Die daraus sich ergebende Wahrscheinlichkeit ist mit der die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird.

Klausuraufschrieb

Formulierung Entscheidungsregel:

Es handelt sich um einen Signifikanztest mit $p_0 \geq 0,8$ und $p_1 < 0,8$. Der Stichprobenumfang ist $n = 500$, das Signifikanzniveau $\alpha = 0,1$.

Wegen $p_1 < p_0$ ist ein linkseitiger Test durchzuführen. Die Zufallsvariable X gibt an, bis zu welcher Anzahl nicht keimender Weizenkörner die H_0 -Hypothese abgelehnt wird. Es gilt:

$$B_{500;0,8}(X \leq k) \leq 0,1$$

Berechnung mittels GTR: $Y1 = \text{binomcdf}(500,0.8,X)$

Hieraus ergibt sich ein Ablehnungsbereich von $\bar{A} = [0,1,2,3 \dots, 387]$ und der Annahmebereich mit $A = [388,389,400, \dots, 500]$.

X	Y1
385	.05431
386	.0673
387	.08261
388	.10044
389	.12098
390	.14435
391	.17066

X=387
binomcdf(500,.8,387)
.0053192819

Fälschlicherweise verworfene Nullhypothese:

Es gilt: $B_{500;0,82}(X \leq 387) = 0,00532$

Berechnung mittels GTR:

Die Nullhypothese wird in diesem Falle mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von etwa 0,5 % verworfen.

Lösung C2

Lösungslogik

GTR-Einstellungen (für Aufgabenteil c))

$$Y1 = 1 - \text{binomcdf}(5, X, 3)$$

$$Y2 = 0.95$$

```
WINDOW
Xmin=-.1
Xmax=1.1
Xscl=.1
Ymin=-.1
Ymax=1.5
Yscl=.1
Xres=7
```

a) *Stehend genau vier Mal treffen ist $B_{5;0,88}(X = 4)$:*

Lösung per GTR.

b) *Wahrscheinlichkeit für höchstens eine Strafrunde:*

Höchstens eine Strafrunde heißt keine oder eine Strafrunde. Dieses Ereignis setzt sich zusammen aus:

A: „Der Athlet trifft immer“ | keine Strafrunde

B: „Der Athlet trifft liegend einmal nicht und stehend immer“

| eine Strafrunde

C: „Der Athlet trifft stehend einmal nicht und liegend immer“

| eine Strafrunde

c) *Trefferwahrscheinlichkeit für stehend mindestens vier Treffer:*

Gesucht wird $B_{5,p}(X \geq 4) = 1 - B_{5,p}(X \leq 3) = 0,95$

Klausuraufschrieb

a) *Stehend genau vier Mal treffen:*

GTR

$$B_{5;0,88}(X = 4) \approx 0,35982$$

Die Wahrscheinlichkeit, im Stehen genau vier Mal zu treffen beträgt etwa 36 %.

b) *Wahrscheinlichkeit für höchstens eine Strafrunde:*

Ereignisse:

- | | | |
|---|--|------------------|
| A: „Der Athlet trifft immer“ | | keine Strafrunde |
| B: „Der Athlet trifft liegend einmal nicht und stehend immer“ | | eine Strafrunde |
| C: „Der Athlet trifft stehend einmal nicht und liegend immer“ | | eine Strafrunde |

$$P(\text{höchstens eine Strafrunde}) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$P(A) = 0,88^5 \cdot 0,93^5 = 0,3671$$

$$P(B) = \binom{5}{4} \cdot 0,93^4 \cdot 0,07^1 \cdot 0,88^5 = 0,1382$$

$$P(C) = \binom{5}{4} \cdot 0,88^4 \cdot 0,12^1 \cdot 0,93^5 = 0,2503$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 0,7556$$

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine Strafrunde laufen zu müssen beträgt etwa 76 %.

c) *Trefferwahrscheinlichkeit für stehend mindestens vier Treffer:*

$$B_{5;p}(X \geq 4) = 1 - B_{5;p}(X \leq 3) = 0,95$$

$$B_{5;p}(X \leq 3) = 0,05$$

GTR

$$p \approx 0,924355961$$

Der Athlet muss eine Trefferwahrscheinlichkeit von mindestens 92,4 % erreichen.

