Lösung A19

2.1 Die Konstante a bestimmt die Maximal- bzw. Minimaltemperatur in München. Sie entspricht dem Ausschlag der Temperatur nach oben bzw. unten vom Mittelwert her gesehen. Die Konstante d stellt den jährlichen Temperatur-Mittelwert von München dar.

Aus der Tabelle ermitteln wir:

$g(x)_{max} = 17{,}5$ für $x = 6{,}5$; $\quad g(x)_{min} = -2{,}1$ für $x = 0{,}5$

$a = \frac{g(x)_{max} - g(x)_{min}}{2} = \frac{17{,}5-(-2{,}1)}{2} = 9{,}8$

$d = \frac{g(x)_{max} + g(x)_{min}}{2} = \frac{17{,}5-2{,}1}{2} = 7{,}7$

Periode $p = 12 \Longrightarrow \quad b = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

Ermittlung von c:

Die vorgegebene Funktion ist eine Sinuskurve. Der Nulldurchgang der Funktion durch die Mittellinie liegt zwischen Hoch- und Tiefpunkt in der Mitte. Die ist in unserem Falle bei $x = 3{,}5$; $g(3{,}5) = 8$

Punktprobe mit $P(3{,}5|8)$

$8 = 9{,}8 \sin\left(\frac{\pi}{6}(3{,}5 + c)\right) + 7{,}7$

$\frac{0{,}3}{9{,}8} = sin\left(\frac{\pi}{6}(3{,}5 + c)\right) = 0{,}0306$

$arcsin(0{,}0306) = \frac{\pi}{6}(3{,}5 + c)$

$\frac{\pi}{6}(3{,}5 + c) = 0{,}0306$

$c_1 = \frac{6 \cdot 0{,}0306}{\pi} - 3{,}5 = -3{,}44$

Mit ist die Sinuskurve um Einheiten nach rechts verschoben.

$g(x) = 9{,}8\, sin\left(\frac{\pi}{6}(x - 3{,}44)\right) + 7{,}7$

2.2.1 $\overline{T_{4;9}} = \frac{1}{9-4}\int_4^9 (9{,}7 \sin\left(\frac{\pi}{12}(x - 9{,}4)\right) + 14{,}8\, dx$

2.2.2 Stärkste Zunahme im Wendepunkt mit positiver Steigung. Die Sinuskurve hat die Periode $p = 24$ und ist in x-Richtung um $9{,}4$ Stunden nach rechts verschoben. An dieser Stelle befindet sich auch der Wendepunkt mit positiver Steigung.

Die stärkste Zunahme der Temperatur findet etwa um $9{:}24$ Uhr statt.

Lösung A20

3.1 $h(7) = 10^5 \cdot e^{0,02 \cdot 7} = 1{,}15027 \cdot 10^5$

Im Jahr 2020 *kann mit einem Holzbestand von etwa* $115027\,m^3$ *gerechnet werden.*

$150000 > 10^5 \cdot e^{0,02 \cdot t}$

$1{,}5 > e^{0,02t} \quad | \quad ln$

$0{,}02t = ln(1{,}5)$

$t = \frac{ln(1,5)}{0,02} = 20{,}27$

Im Verlaufe des $20.$ *Jahres nach Beobachtungsbeginn wird der Bestand erstmals größer als* $150000\,m^3$ *sein.*

3.2 $h(0) = 100000; \quad h(1) = 100000 \cdot e^{0,02}$

$\frac{h(1)}{h(0)} = e^{0,02} = 1{,}0202$

Der Holzbestand nimmt um etwa $2{,}02\,\%$ im Verlauf des ersten Jahre zu.

3.3 $h'(t) = 2500$

$2500 = 0{,}02 \cdot 10^5 \cdot e^{0,02t}$

$1{,}25 = e^{0,02t} \quad | \quad ln$

$0{,}02t = \ln(1{,}25)$

$t = \frac{\ln(1,25)}{0,02} = 11{,}157$

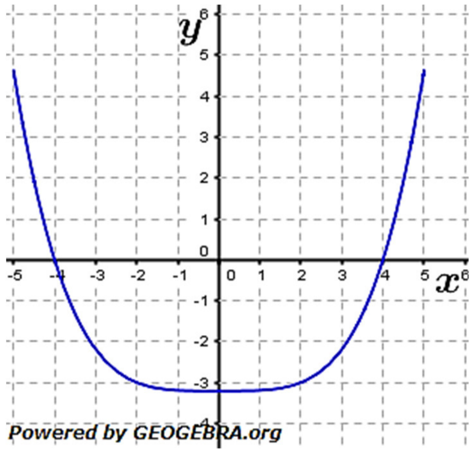
Nach ca. $11{,}16$ *Jahren wird die momentane Änderungsrate* $2500\,m^3$ *pro Jahr betragen.*

3.4 Fragestellung ist der mittlere Holzbestand im Zeitraum vom 3. bis 7. Jahr. Die gegebene Funktion ist die Bestandsfunktion. Somit ist die Fläche unter der Ableitungsfunktion im genannten Zeitraum die Bestandsveränderung. Die Multiplikation der Bestandsveränderung mit $\frac{1}{4}$ führt zur mittleren Bestandsveränderung vom 3. bis 7. Jahr.

Da h eine Stammfunktion von h' ist, ist der Ansatz von Timo gleichbedeutend mit dem Ansatz von Tom.

Lösung A21

4.1 Kanalquerschnitt:



4.2 Nullstellen der Randkurve sind

$x_1 = -4$ und $x_2 = 4$.

Tangente an f in $N_2(4|0)$:

$t_2(x) = f'(4) \cdot (x-4)$

$f'(x) = 0{,}05x^3$

$f'(4) = 3{,}2$

$t_2(x) = 3{,}2 \cdot (x-4) = 3{,}2x - 12{,}8$

Aus Symmetriegründen betrachten wir nur die rechte Seite. Für diese gilt nun:

$t_2(x) = 1{,}8 = 3{,}2x - 12{,}8$

$3{,}2x = 14{,}6$

$x = 4{,}56$

Oberkante Pegel rechts bei $1{,}8\,m$ Wasserstand ist $P(4{,}56|1{,}8)$

Die obere Gesamtbreite des Kanals ist somit $b = 2 \cdot 4{,}56 = 9{,}12\,m$.

4.3 $Q = A \cdot v$ (Fläche mal Strömungsgeschwindigkeit)

$Q = 1{,}3 \cdot |\int_{-4}^{4}(0{,}0125x^4 - 3{,}2)| = 1{,}3 \cdot |[0{,}0025x^5 - 3{,}2x]_{-4}^{4}| = 1{,}3 \cdot |(-20{,}48)|$

$Q = 26{,}624\,m^3/s$

Pro Sekunde fließen etwa $26{,}6\,m^3$ *Wasser durch den Kanalquerschnitt.*