Abituraufgaben anwendungsorientierte Analysis (Teil 2) 2022-2023

2 Forscher gehen davon aus, dass bei der Herstellung von Zement im Zeitraum von Beginn des Jahres 1950 bis einschließlich 2010 weltweit rund $3 \cdot 10^{10}$ Tonnen Kohlendioxid (CO_2) freigesetzt wurden, d.h. pro Jahr wurden durchschnittlich etwa $4{,}9 \cdot 10^8$ Tonnen CO_2 freigesetzt.

2.1 Ein Quadratkilometer (km^2) Regenwald absorbiert jährlich rund 400 Tonnen CO_2 aus der Atmosphäre.
Ermitteln Sie, wie viele Quadratkilometer Regenwald nötig wären, um die durchschnittlich pro Jahr so freigesetzte Menge an CO_2 zu absorbieren.
Geben Sie an, um wie viel Prozent diese Regenwaldfläche von der Fläche Deutschlands (circa $357000\,km^2$) abweicht. (3P)

2.2 Andererseits absorbiert Zement, falls dieser zum Beispiel zu Beton verarbeitet wurde, im Laufe der Zeit wieder einen Teil des zuvor freigesetzten CO_2.
In der Tabelle sind die von den Forschern ermittelten Mengen an CO_2 aufgelistet, die weltweit in den betrachteten Jahren durch den verarbeiteten Zement absorbiert wurden.
Beispielsweise wurden im Jahr 1990 weltweit 255 Millionen Tonnen CO_2 durch den verarbeiteten Zement absorbiert.

Jahr	1950	1970	1990	2010
CO_2 in Tonnen	$3{,}7 \cdot 10^7$	$9{,}7 \cdot 10^7$	$25{,}5 \cdot 10^7$	$67{,}2 \cdot 10^7$

2.2.1 Die vom Zement absorbierte Menge an CO_2 ist im dargestellten Zeitraum exponentiell angewachsen. Erläutern Sie, wie dies aus den Daten hervorgeht. (2P)

2.2.2 Die Funktion m mit $m(t) = 3{,}7 \cdot 10^7 \cdot e^{kt}$ und $t \geq 0$ modelliert die jährlich absorbierte Menge an CO_2 in Tonnen. Dabei wird t in Jahren gemessen und $t = 0$ entspricht dem Beginn des Jahres 1950.

2.2.2.1 Zeigen Sie, dass die Wachstumskonstante k etwa den Wert $0{,}048$ hat. (2P)

2.2.2.2 Ermitteln Sie für den Zeitraum von Beginn des Jahres 1950 bis einschließlich 2010, wie viel Prozent der bei der Herstellung von Zement freigesetzten CO_2-Menge im selben Zeitraum wieder absorbiert wurden. (3P)

Abituraufgaben anwendungsorientierte Analysis (Teil 2) 2022-2023

Aufgabe A3/2022

3 Ein Marktforschungsinstitut ermittelt zu Beginn des Jahres 2021 einen Marktanteil von $6\,\%$ der rein elektrisch angetriebenen Autos (E-Autos) unter allen neu zugelassenen Autos.
Die zukünftige Entwicklung dieses Marktanteils zum Zeitpunkt t wird im Folgenden durch die Funktion f mit $f(t) = 0{,}06 \cdot e^{0{,}04t};\ t \geq 0$ modelliert, wobei t in Monaten ab Beginn des Jahres 2021 gemessen wird.
Beispielsweise ist $f(1)$ der Marktanteil, den man zu Beginn des Monats Februar im Jahr 2021 für die E-Auto Neuzulassungen erwartet.

3.1 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
(1) Zu Beginn des Monats Februar 2023 wird etwa jedes sechste neu zugelassene Auto ein E-Auto sein.
(2) Der Marktanteil der E-Autos wird im Jahr 2025 erstmalig $50\,\%$ übersteigen. (3P)

3.2 Begründen Sie, dass der Marktanteil der neu zugelassenen E-Autos um mehr als $60\,\%$ pro Jahr zunimmt. (2P)

3.3 Ermitteln Sie den durchschnittlichen Marktanteil der E-Autos unter allen neu zugelassenen Autos von Beginn des Jahres 2021 bis einschließlich 2025. (3P)

3.4 Im Folgenden wird mit der Funktion $g\colon t \to g(t)$ mit $t \geq 0$ die gesamte Anzahl der monatlich neu zugelassenen Autos zum Zeitpunkt t modelliert, wobei t die vergangene Zeit in Monaten ab Beginn des Jahres 2021 ist.
Formulieren Sie eine Frage im Sachzusammenhang, die durch die Bestimmung des Wertes des Integrals
$\int_3^{39} f(t) \cdot g(t)\,dt$
beantwortet werden kann. (2P)

Abituraufgaben anwendungsorientierte Analysis (Teil 2) 2022-2023

Aufgabe A4/2022

4 Die Mantelfläche einer ein Meter hohen Vase wird durch Rotation des Schaubilds der Funktion f mit
$f(x) = 0{,}014x^3 - 0{,}2x^2 + 0{,}625x + 1{,}7;\ \ 0 \le x \le 10$
um die x -Achse modelliert. Dabei entspricht eine Längeneinheit einem Dezimeter (dm) in der Realität. Die Dicke des Vasenbodens und die Wandstärke der Vase werden vernachlässigt.

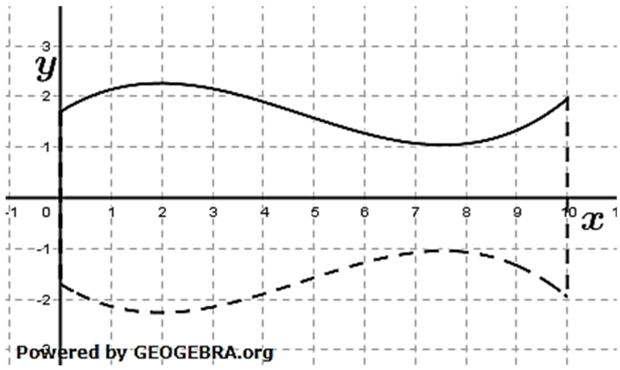

Abb.1: Modellierung der Vasenkontur mit f. Das Schaubild von f ist als durchgezogene Kurve dargestellt.

Abb. 2: Vase

4.1 Bestimmen Sie den Wert des Flächeninhalts des Bodens der Vase. Berechnen Sie die Differenz aus dem Durchmesser der Vasenöffnung und dem Durchmesser des Vasenbodens. (2P)

4.2 Beurteilen Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:
„Der größte Durchmesser der Vase ist größer als $4{,}4\ dm$." (3P)

4.3 Es gilt $\pi \cdot \int_0^5 (f(x))^2\, dx \approx 65{,}57$.
Das Design der Vase soll nun geändert werden. Bis zu einer Höhe von $5\ dm$ soll dabei das Modell f beibehalten werden. Ab dieser Höhe wird eine Gerade verwendet, die sich knickfrei an das Schaubild von f anschließt.
Bestimmen Sie die Höhe der derart veränderten Vase, falls deren Fassungsvermögen insgesamt 70 Liter betragen soll. (5P)