

Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**

Diese Aufgaben sind zu bearbeiten. Sie können nicht abgewählt werden.

Aufgabe A1

1. Gegeben ist die Funktion f mit

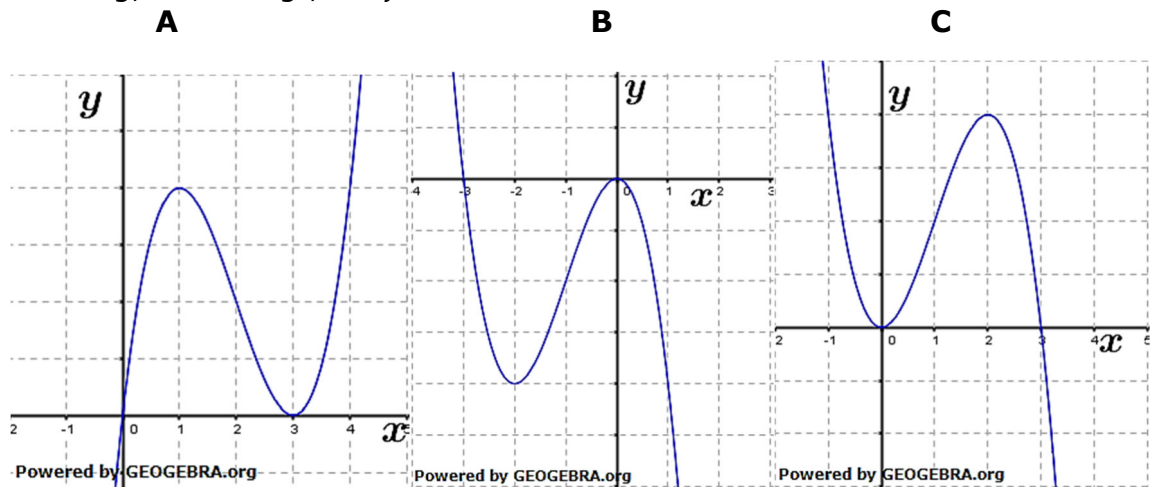
$$f(x) = -2x^2(x - 3); \quad x \in \mathbb{R}$$

Das Schaubild von f ist K .



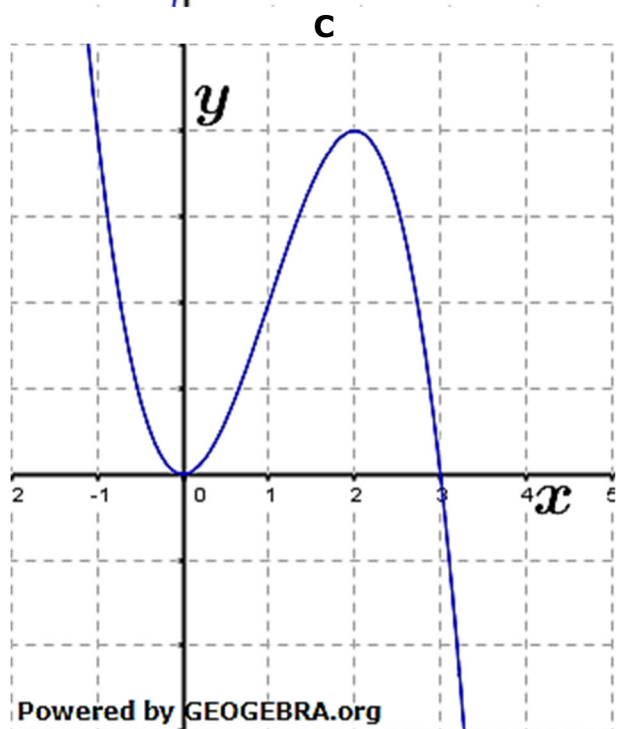
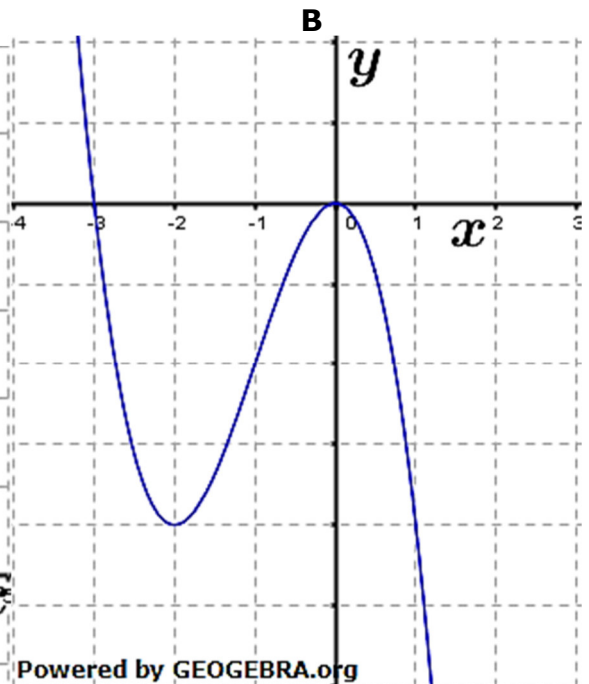
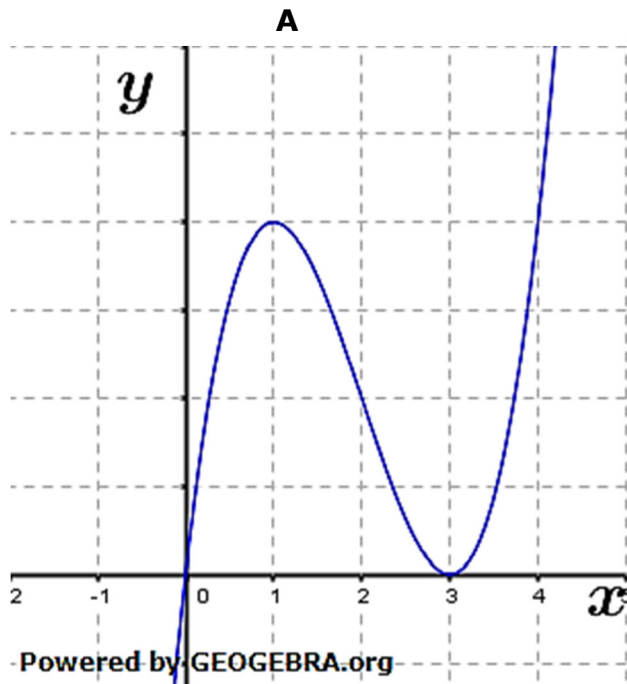
- 1.1 Eine der folgenden Abbildung zeigt das Schaubild K .
Untersuche für jede der Abbildungen, ob es sich um das Schaubild K handeln kann.
Skaliere auf dem beiliegenden Arbeitsblatt bei derjenigen Abbildung, die K zeigt, die y -Achse.

6P



- 1.2 Berechne den Inhalt der Fläche, die das Schaubild von K mit der x -Achse einschließt. **5P**
- 1.3 Die Gerade mit der Gleichung $y = -4x + 8$ zerlegt die Fläche zwischen K und der x -Achse in zwei Teilflächen. **5P**
Ermittle einen Term, mit dem der Inhalt einer der beiden Teilflächen berechnet werden kann und kennzeichne in der Abbildung aus 1.1 auf dem Arbeitsblatt die von dir gewählte Fläche.
- 1.4 Die Abbildung A zeigt das Schaubild einer Funktion g . **4P**
Begründe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
1. $g''(3) < 0$
 2. Bei $x = 1$ hat g' einen Vorzeichenwechsel von $+$ nach $-$.
 3. An der Stelle $x = 2$ hat das Schaubild von g' einen Hochpunkt.
 4. Die momentane Änderungsrate von g an der Stelle $x = 3$ ist größer als die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[1; 2]$.

Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**
Arbeitsblatt:



Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**
Aufgabe A2

1.1 Gegeben ist die Funktion f mit

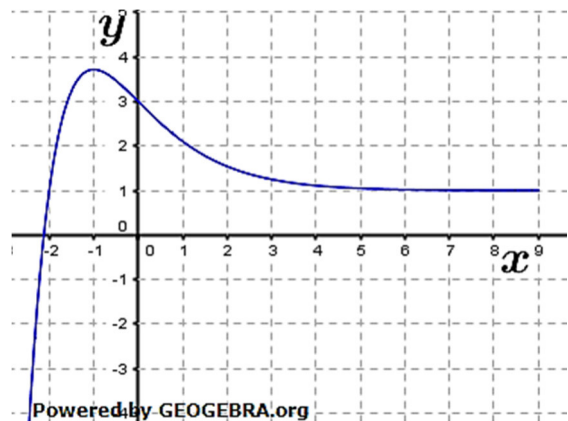
$$f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right) + 1; \quad x \in \mathbb{R}$$

Das Schaubild von f ist K .

1.1.1 Wie entsteht das Schaubild K aus der Sinuskurve mit $y = \sin(x)$?
Skizziere K . **7P**

1.1.2 Gib die Koordinaten von zwei benachbarten Wendepunkten von K an. **6P**
Bestimme eine Gleichung der Ursprungsgeraden, die parallel ist zur Normalen an K in einem dieser Wendepunkte.

1.2 Das nebenstehende Schaubild K_g gehört zu einer Funktion g mit $g(x) = (x+a) \cdot e^{-x} + b$.



1.2.1 G ist eine Stammfunktion von g . **4P**

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch?

Begründe:

1. Das Schaubild von g besitzt eine schiefe Asymptote, die parallel zur 1. Winkelhalbierenden ist.
2. Das Schaubild von G besitzt an der Stelle $x = -1$ einen Hochpunkt.

1.2.2 Bestimme a und b . **3P**

Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**

Aufgabe A3

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{x-1} - x$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild der Funktion f heißt K .
 - 1.1 Zeichne das Schaubild K in ein Koordinatensystem ein. **5P**
Gib die Gleichung der Asymptote von K an und zeichne sie ebenfalls ein.
 - 1.2 Untersuche K auf Extrempunkte. **4P**
 - 1.3 Das Schaubild K und die 2. Winkelhalbierende schließen mit der y -Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = a$ für $a < 0$ eine Fläche ein. Bestimme den Inhalt dieser Fläche in Abhängigkeit von a .
Gegen welchen Wert strebt dieser Flächeninhalt für $a \rightarrow -\infty$? **4P**
 - 1.4 Das zur y -Achse symmetrische Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades schneidet die y -Achse im Punkt $S(0|2)$, es hat an der Stelle $x = 1$ die Steigung -4 und einen Extrempunkt an der Stelle $x = \sqrt{2}$. Bestimme den zugehörigen Funktionsterm. **4P**
 - 1.5 Zeige: Die Wendestelle einer Polynomfunktion 3. Grades liegt bei $x = -2$, wenn die Koeffizienten von x^3 und x^2 das Verhältnis 1:6 haben. **3P**

Aufgabe A4

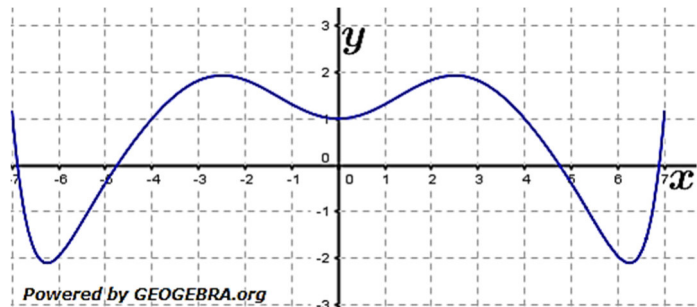
1. Die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{4}$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von g ist K .
 - 1.1 Untersuche K auf Symmetrie. **7P**
Berechne die Koordinaten der Extrempunkte von K .
Zeichne K .
 - 1.2 Die beiden Wendetangenten begrenzen mit K eine Fläche. **5P**
Berechne den Inhalt dieser Fläche.
 - 1.3 Betrachte nun die Funktion w mit $w(x) = -4x^2 + 4$; $x \in \mathbb{R}$. **4P**
Die Schaubilder von g und w schneiden sich in $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$.
Das Flächenstück, das von den beiden Schaubildern eingeschlossen wird, rotiert um die x -Achse. Geben Sie einen Rechenansatz zur Berechnung des Volumens des entstehenden Rotationskörpers an.

Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**

- 1.4 Gegeben ist das Schaubild einer Funktion f mit dem Definitionsbereich $[-7; 7]$.

6P

Begründe für jede der folgenden Behauptungen, ob sie wahr oder falsch ist.



- (1) Die Tangente an das Schaubild von f an der Stelle $x = -2$ hat die Steigung -1 .
- (2) Das Schaubild jeder Stammfunktion von f hat an der Stelle $x = 0$ eine waagrechte Tangente.
- (3) Jede Stammfunktion von f hat fünf Wendestellen.
- (4) $\int_0^4 f'(x) dx = 0$

Aufgabe A5

1. Die Funktion f hat die Gleichung $f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{13}{4}x$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f ist K .

- 1.1 Zeige, dass K keine Extrempunkte besitzt. Untersuche das Krümmungsverhalten von K .
Zeichne K .

5P

- 1.2 Entscheide und begründe, welche der folgenden Abbildungen das Schaubild K zeigt.

2P

Abbildung 1

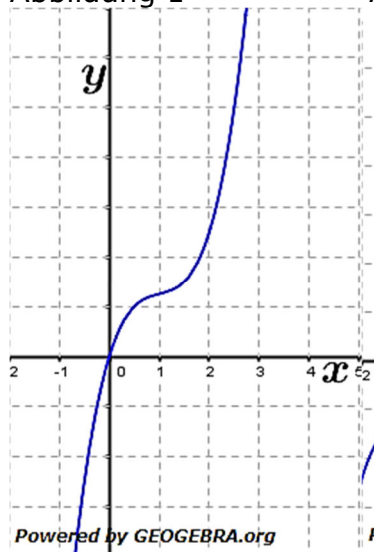


Abbildung 2

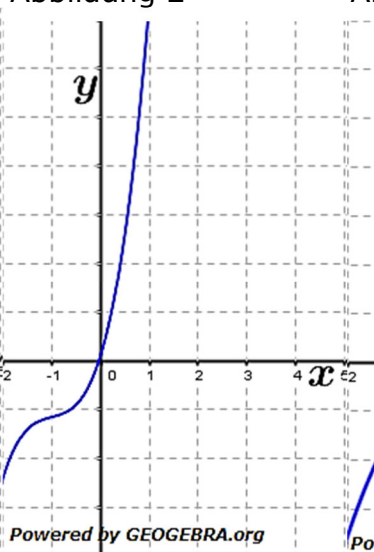
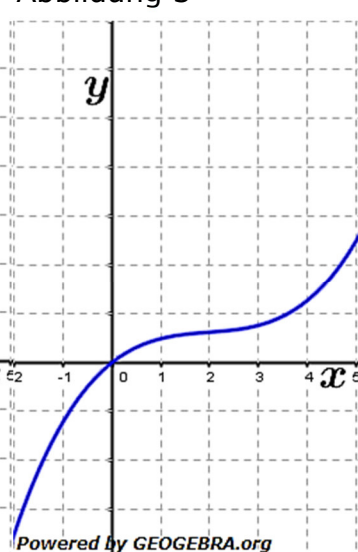


Abbildung 3



Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) Musteraufgaben

- 1.3 Die Tangente an K im Ursprung begrenzt mit K eine Fläche. **7P**
Zeichne diese Tangente in die entsprechende Abbildung aus 1.2 ein.
Ermittle den Inhalt der Fläche mithilfe einer Stammfunktion.
- 1.4 Zeige, dass die erste Winkelhalbierende eine Tangente an das Schaubild darstellt. **3P**
- 1.5 Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + b$; $x \in \mathbb{R}$. **3P**
Bestimme a und b so, dass die Tangente an das Schaubild von g in $P(2|2)$ parallel zur Geraden mit der Steigung $y = -x$ verläuft.

Aufgabe A6

1. Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = 2 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f ist K .
- 1.1 Beschreibe, wie K aus dem Schaubild mit der Gleichung $y = \sin(x)$ hervorgeht. **8P**
Gib die Periode und die Wertemenge von f an.
Zeichne K für $-3 \leq x \leq 5$.
- 1.2 Bestimme den Schnittwinkel der Tangente an K in zwei benachbarten Wendepunkten von K . **3P**
- 1.3 Zwischen zwei benachbarten Tiefpunkten von K schließen K und die x -Achse eine Fläche ein. **6P**
Ermittle die Stammfunktion F von f , deren Schaubild durch den Punkt $P(-1|0)$ verläuft. Dem Funktionswert $F(3)$ entspricht der Inhalt einer Fläche in deiner Zeichnung aus 1.1. Schraffiere diese Fläche.
Berechne den Inhalt dieser Fläche.
- 1.4 Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 2e^{2x}$ und die Gerade mit der Gleichung $y = x + 2$ begrenzen ein Flächenstück. Dieses rotiert um die x -Achse. **3P**
Notiere einen Ansatz zur Berechnung des dadurch erzeugten Rotationskörpers.

Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) **Musteraufgaben**
Aufgabe A7

- 1.1 Gegeben ist die Funktion s mit $s(x) = \frac{1}{2}x + 1 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von s ist C .

- 1.1.1 Zeichne C für $-2 \leq x \leq 6$. **6P**
Untersuche, welche Werte die Steigung von C annehmen kann.

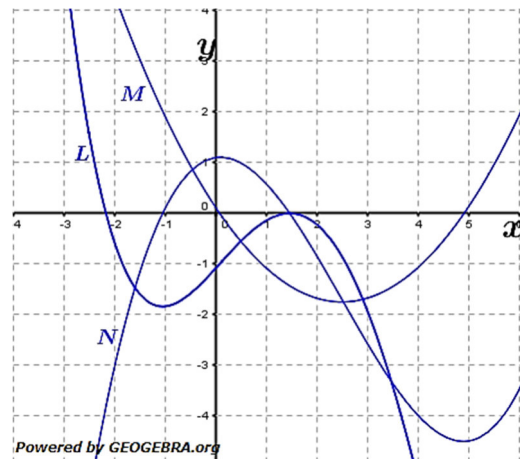
- 1.1.2 Weise nach, dass die Gerade g mit der Gleichung $y = 0,5x - 1$ **3P**
das Schaubild C an den Stellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 6$ berührt.

- 1.1.3 C und g begrenzen für $-2 \leq x \leq 6$ eine Fläche. **3P**
Berechne deren Inhalt.

- 1.2 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Schaubilder einer Funktion h ,
ihrer Ableitungsfunktion h' und einer Stammfunktion H von h .

- 1.2.1 Ordne die Schaubilder den **3P**
Funktionen h , h' und H zu und
begründe deine Entscheidung.

- 1.2.2 Das Schaubild N und die x -Achse **2P**
begrenzen eine Fläche, die ober-
halb der x -Achse liegt.
Bestimme näherungsweise
deren Inhalt.



- 1.3 G ist das Schaubild von f mit $f(x) = 1 - e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$. **3P**
 $\bar{G}$ entsteht durch Spiegelung von G an der y -Achse. Zeige, dass sich
 G und $\bar{G}$ senkrecht schneiden.