

**Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute**  
 Diese Aufgaben sind zu bearbeiten. Sie können nicht abgewählt werden.



**Aufgabe A1/2017**

1.1 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,5x^4 + x^3 + 1$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .  
 Das Schaubild von  $f$  ist  $K$ .

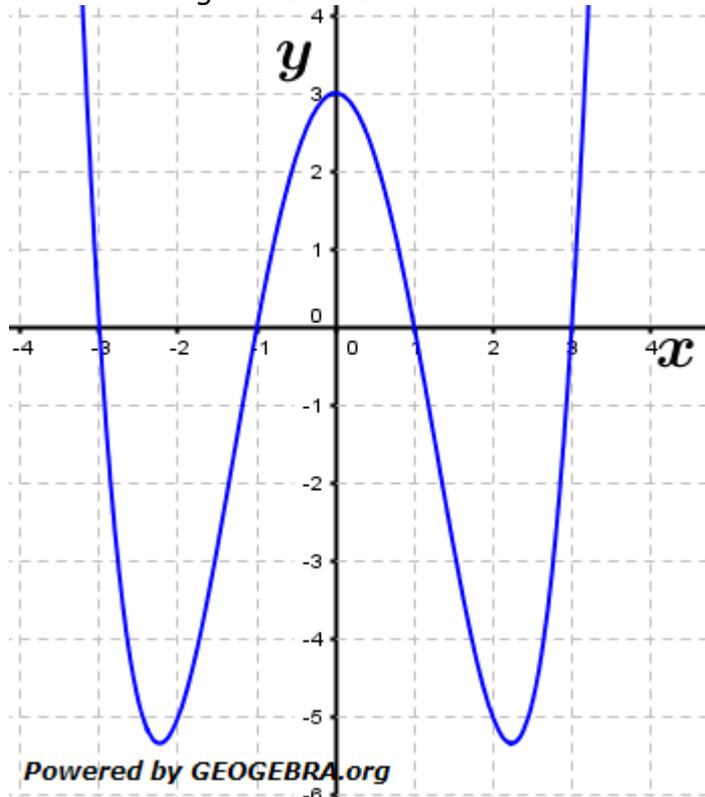
1.1.1 Untersuchen Sie  $K$  auf Extrempunkte und Wendepunkte. (8P)  
 Zeichnen Sie  $K$ .

1.1.2 Das Schaubild  $K$ , die Tangente von  $K$  an der Stelle  $x = -1$  (5P)  
 und die  $y$ -Achse schließen im zweiten Quadranten ein Fläche ein.  
 Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

1.1.3 Für einen positiven Wert von  $m$  hat das Schaubild der Funktion  $g$  (3P)  
 mit  $g(x) = 0,5 \cdot x^4 + x^3 + x^2 + m \cdot x + 2$ ;  $x \in \mathbb{R}$   
 genau einen gemeinsamen Punkt mit  $K$ .  
 Bestimmen Sie diesen Wert von  $m$ .

1.2  $C$  ist das Schaubild einer Funktion  $h$ .  
 Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion  $h'$ .

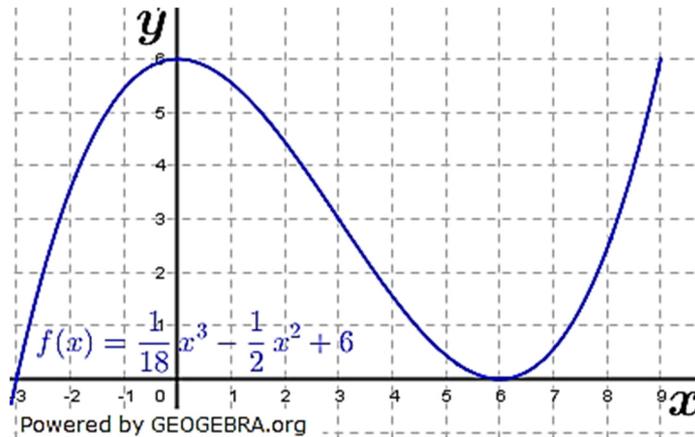
Entscheiden Sie, obfolgende Aussagen für den abgebildeten Bereich (4P)  
 wahr oder falsch sind. Begründen Sie.



- (1) Das Schaubild  $C$  hat den Tiefpunkt  $T(1|h(1))$ .
- (2) Es gibt Punkte, an denen  $C$  eine Normale mit der Steigung  $\frac{1}{6}$  hat.

**Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute**  
**Aufgabe A1/2018**

- 1.1 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{18}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 6$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .  
 Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubilds  $K$  von  $f$ .

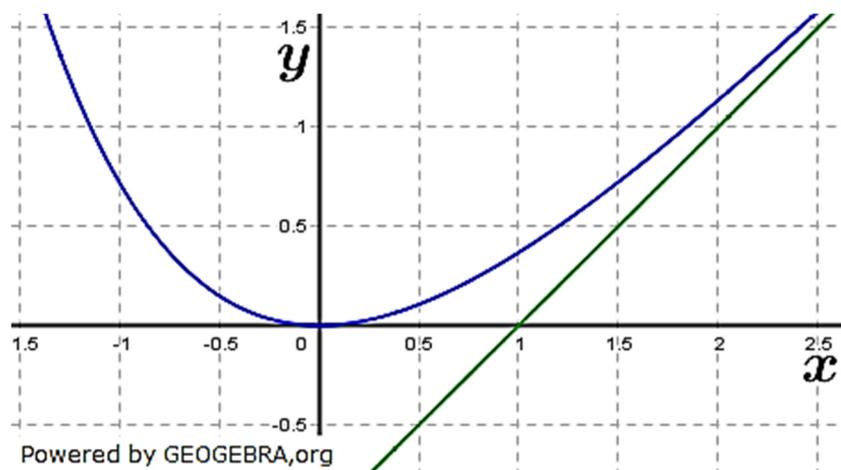


- 1.1.1 Bestimmen Sie die reellen Werte von  $a$ ,  $b$  und  $c$ , sodass gilt:  
 $f(x) = a \cdot (x - b) \cdot (x - c)^2$ ;  $x \in \mathbb{R}$ . (3P)
- 1.1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes von  $K$  und zeigen Sie, dass dieser auf der ersten Winkelhalbierenden liegt. (4P)
- 1.1.3 Das Schaubild  $K$  schließt mit der  $x$ -Achse eine Fläche  $A$  ein, die von der  $y$ -Achse in zwei Flächen unterteilt wird. Bestimmen Sie den prozentualen Anteil des Inhalts der kleineren Fläche am Inhalt von  $A$ . (4P)
- 1.1.4 Geben Sie jeweils die Gleichung einer Geraden durch den Punkt  $(0|6)$  an, die mit  $K$
- (1) genau einen Punkt
  - (2) genau drei Punkte
- gemeinsam hat.  
 Die Gerade mit der Gleichung  $y = m \cdot x + 6$  soll mit  $K$  genau zwei gemeinsame Punkte haben. Bestimmen Sie die beiden Werte für die Steigung  $m$ . (6P)
- 1.2 Die Funktion  $g$  ist gegeben durch:  
 $g(x) = \int_1^{x^2+1} \sin(2t) dt$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .  
 Gabi behauptet, dass die erste Ableitung der Funktion  $g$  wie folgt lautet:  
 $g'(x) = \sin(2x^2 + 2) - \sin(2)$ .  
 Beurteilen Sie diese Behauptung. (3P)

*Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute*

**Aufgabe A1/2019**

- 1.1 Eine Polynomfunktion  $p$  ist gegeben durch  $a \cdot x^3 + bx^2$  für  $x \in \mathbb{R}$ , wobei  $a \neq 0$  ist.
- 1.1.1 Bestimmen Sie die Werte von  $a$  und  $b$ , sodass die Punkte  $P(-1|1)$  und  $Q(1|0)$  auf dem Schaubild von  $p$  liegen. (3P)
- 1.1.2 Nun gilt:  $b = -a$ . Untersuchen Sie, ob es eine negative Nullstelle von  $p$  gibt. (2P)
- 1.2 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x - 1 + e^{-x}$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild  $K$  von  $f$ , sowie dessen Asymptote  $g$  mit der Gleichung  $y = x - 1$ .



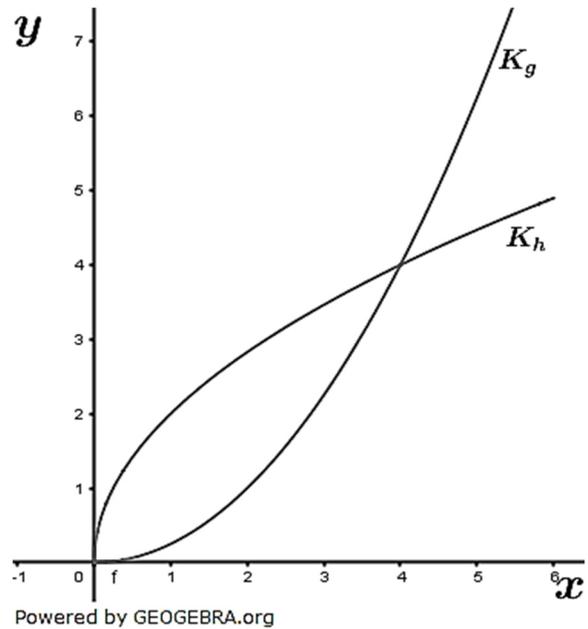
- 1.2.1 Geben Sie den Punkt auf  $g$  an, der den kleinsten Abstand zum Tiefpunkt  $T(0|f(0))$  von  $K$  hat, und ermitteln Sie dessen Abstand. (2P)
- 1.2.2 Das Schaubild  $H$  einer Funktion  $h$  entsteht durch Verschiebung von  $K$ . Der Tiefpunkt von  $H$  liegt bei  $(1|-1)$ . Berechnen Sie einen Funktionsterm von  $h$ . (2P)
- 1.2.3 Begründen Sie, dass die folgenden Aussagen wahr sind:  
 (1)  $K$  besitzt keinen Wendepunkt.  
 (2) Im Intervall  $[1,841; 1,842]$  liegt ein  $x_0$ , sodass  $f(x_0) = 1$  gilt.  
 (3) Es gibt keine Normale an  $K$ , die  $g$  senkrecht schneidet. (7P)
- 1.2.4 Das Schaubild  $K$ , die beiden Geraden mit der Gleichung  $x = -c$  und  $x = c$  mit  $c > 0$  und die Gerade  $g$  umschließen eine Fläche. Bestimmen Sie  $c$ , sodass der Inhalt dieser Fläche den Wert 2 hat. (4P)

*Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute*

**Aufgabe A1/2020**

- 1.1 Die Funktion  $f$  ist gegeben durch  $f(x) = 10 \cdot x \cdot e^{-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$ . Das Schaubild von  $f$  ist  $K_f$ .  
 Die erste Ableitung  $f'$  von  $f$  ist  $f'(x) = 10 \cdot (1 - x) \cdot e^{-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$  und die zweite Ableitung  $f''$  von  $f$  ist  $f''(x) = 10 \cdot (x - 2) \cdot e^{-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$ .
- 1.1.1 Weisen Sie nach, dass  $(1 | \frac{10}{e})$  der Hochpunkt von  $K_f$  ist.  
 Geben Sie eine Gleichung der Asymptote von  $K_f$  an. (4P)
- 1.1.2 Zeichnen Sie  $K_f$  für  $0 \leq x \leq 6$ . (3P)
- 1.1.3 Zeigen Sie, dass  $F$  mit  $F(x) = -10 \cdot (x + 1) \cdot e^{-x}$ ;  $x \in \mathbb{R}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.  
 Bestimmen Sie den Wert von  $a$  in der Gleichung  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{a \cdot e^{-30}}{e^2}$ . (5P)

- 1.2 Für  $x \geq 0$  sind die Funktionen  $g$  mit  $g(x) = \frac{1}{4}x^2$  und  $h$  mit  $h(x) = 2\sqrt{x}$  gegeben.  
 Die Abbildung zeigt die Schaubilder  $K_g$  von  $g$  und  $K_h$  von  $h$ .



- 1.2.1 Prüfen Sie die folgende Aussage:  
 „Die Gerade durch die beiden Punkte  $P(1|h(1))$  und  $Q(2|g(2))$  ist sowohl die Normale von  $K_h$  in  $P$  als auch die Normale von  $K_g$  in  $Q$ .“ (4P)
- 1.2.2 Die  $y$ -Achse,  $K_h$  und die Parallele zur  $x$ -Achse mit der Gleichung  $y = c$  mit  $c > 0$  begrenzen eine Fläche. Durch Rotation dieser Fläche um die  $x$ -Achse entsteht ein Rotationskörper.  
 Bestimmen Sie den Wert von  $c$ , sodass dessen Volumen  $32\pi$  beträgt. (4P)

**Lösung A1/2017**

1.1.1 Extrempunkte mit  $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ ,  
 Wendepunkte mit  $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ .  
 $f'(x) = 2x^3 + 3x^2$ ;  $f''(x) = 6x^2 + 6x$ ;  $f'''(x) = 12x + 6$

**Extrempunkte:**

$$2x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (2x + 3) = 0 \quad | \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$x_{1,2} = 0; \quad x_3 = -\frac{3}{2}$$

$$f''(0) = 0; \quad f''\left(-\frac{3}{2}\right) \stackrel{\text{WTR}}{=} 4,5; \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) \stackrel{\text{WTR}}{=} 0,15625$$

$$TP\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{5}{32}\right)$$

**Wendepunkte:**

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x + 1) = 0 \quad | \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -1$$

$$f'''(0) \neq 0; \quad f'''(-1) \neq 0$$

$$f(0) = 0; \quad f(-1) = 0,5$$

$$WP_1(-1|0,5); \quad WP_2(0|1)$$

1.1.2 Situation in rechter Grafik gekennzeichnet. Es ist eine Flächenberechnung zwischen zwei Kurven erforderlich im Intervall  $[-1; 0]$ .

**Tangentengleichung:**

$$t(x) = f'(-1) \cdot (x + 1) + f(-1)$$

$$f'(-1) = -2 + 3 = 1$$

$$f(-1) = 0,5$$

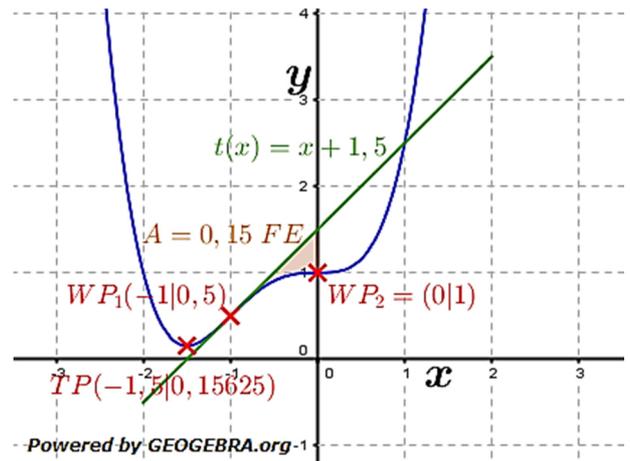
$$t(x) = 1 \cdot (x + 1) + 0,5 = x + 1,5$$

$$A = \int_{-1}^0 (x + 1,5 - (0,5x^4 + x^3 + 1)) dx$$

$$= \int_{-1}^0 (-0,5x^4 - x^3 + x + 0,5) dx = \left[ -0,1x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 0,5x \right]_{-1}^0$$

$$= (0 - (0,1 - 0,25 + 0,5 - 0,5)) = 0,15$$

Die Fläche ist 0,15 FE groß.



1.1.3 Schnittpunkte zwischen  $f(x)$  und  $g(x)$ :

$$f(x) \cap g(x):$$

$$0,5x^4 + x^3 + 1 = 0,5 \cdot x^4 + x^3 + x^2 + m \cdot x + 2$$

$$x^2 + mx + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\frac{m^2}{4} - 1} \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

Es handelt sich dann um einen Berührungspunkt, wenn die Diskriminante Null ist.

$$\frac{m^2}{4} - 1 = 0; \quad \rightarrow \quad m_1 = 2; \quad m_2 = -2$$

Wegen Bedingung  $m > 0$  ist  $m_1 = 2$  die Lösung.

**Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute**

- 1.2 (1) Die Aussage ist falsch.  $h'$  besitzt bei  $x_0 = 1$  eine Nullstelle mit VZW von + nach -. Somit ist  $T(1|h(1))$  ein Hochpunkt.
- (2) Die Aussage ist falsch. Mit  $m_t \cdot m_n = -1$  als Bedingung für Orthogonalität ergibt sich aus  $m_t \cdot \frac{1}{6} = -1$   $m_t = -6$ . Das Schaubild von besitzt im abgebildeten Bereich an keiner Stelle den Funktionswert  $h'(x_0) = -6$ .

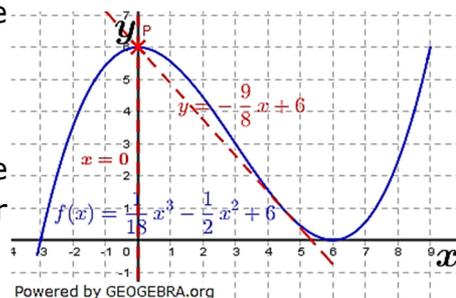
**Lösung A1/2018**

- 1.1.1  $a = \frac{1}{18}$ , durch Funktionsgleichung bereits gegeben.  
 Das Schaubild von  $f$  hat bei  $x_0 = -3$  eine einfache Nullstelle und bei  $x_0 = 6$  eine doppelte Nullstelle.  
 Daraus folgt:  $b = -3$  und  $c = 6$

- 1.1.2 Wendepunkte mit  $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ .  
 $f'(x) = \frac{1}{6}x^2 - x$ ;  $f''(x) = \frac{1}{3}x - 1$ ;  $f'''(x) = \frac{1}{3}$   
**Wendepunkte:**  
 $\frac{1}{3}x - 1 = 0$   
 $x = 3$   
 $f'''(x) \neq 0$   
 $f(3) = \frac{1}{18} \cdot 3^3 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 + 6 = \frac{6}{2} = 3$   
 Der Wendepunkt hat die Koordinaten  $WP(3|3)$ .  
**Wendepunkt auf erster Winkelhalbierender:**  
 Funktionsgleichung der ersten Winkelhalbierenden:  $y = x$   
 $3 = 3$  | Punktprobe mit  $WP(3|3)$   
 Der Wendepunkt liegt auf der ersten Winkelhalbierenden.

- 1.1.3 **Inhalt der Fläche  $A_{\text{groß}}$ :**  
 $A_{\text{groß}} = \int_{-3}^6 f(x) dx = \left[ \frac{1}{72}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 6x \right]_{-3}^6 = 18 - \left( -\frac{99}{8} \right) = \frac{243}{8}$   
**Inhalt der Fläche  $A_{\text{klein}}$ :**  
 $A_{\text{klein}} = \int_{-3}^0 f(x) dx = \left[ \frac{1}{72}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 6x \right]_{-3}^0 = 0 - \left( -\frac{99}{8} \right) = \frac{99}{8}$   
 $\frac{A_{\text{klein}}}{A_{\text{groß}}} = \frac{\frac{99}{8}}{\frac{243}{8}} = \frac{99}{243} = 40,74 \%$

- 1.1.4 (1) genau einen Punkt  
 Mehrere Lösungen möglich, siehe nebenstehende Graphik.  
 Eine mögliche Lösung wäre z. B.  
 $y = -\frac{1}{6}x + 6$   
 (Die nebenstehend eingezeichnete Tangente  $y = -\frac{9}{8}x + 6$  gehört nicht mehr zur Lösung).  
 Lösungsmenge:  
 Alle Geraden durch  $(0|6)$  mit  $m < -\frac{9}{8}$  haben genau einen Punkt gemeinsam.



### Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute

(2) genau drei Punkte

Mehrere Lösungen möglich, siehe nebenstehende Graphik.

Eine mögliche Lösung wäre z. B.

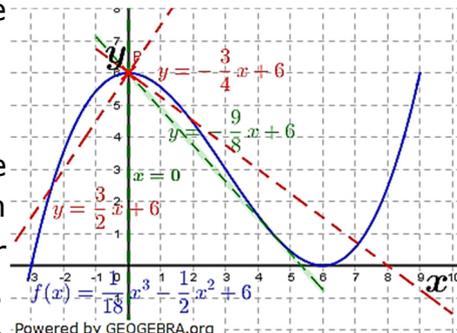
$$y = -\frac{3}{4}x + 6, \text{ alternativ z.B. } y = \frac{3}{2}x + 6$$

Die nebenstehend eingezeichnete

Tangente  $y = -\frac{9}{8}x + 6$  stellt offensichtlich eine Grenze dar von  $x = 0$  bis kurz unter  $y = -\frac{9}{8}x + 6$  liegt nur ein Schnittpunkt vor.

Für alle  $m > -\frac{9}{8}$  mit Ausnahme von  $m = 0$  liegen drei Schnittpunkte vor.

(Hinweis: Die Gerade  $y = \frac{3}{2}x + 6$  hat im Schaubild zwar nur zwei Schnittpunkte, es gibt jedoch noch einen weiteren, dritten Schnittpunkt für  $x > 10$ , da die Funktion  $f$  schneller steigt als die Gerade  $y = \frac{3}{2}x + 6$ . Dies gilt auch für alle Geraden mit der Steigung  $> -\frac{9}{8}$  ohne  $m = 0$ .)



*m für Geraden mit nur zwei Schnittpunkten:*

Aus dem Schaubild geht ohne Berechnung hervor, dass eine dieser Steigungen  $m = 0$  sein muss, somit Gerade mit der Funktionsgleichung  $y = 6$ .

Die zweite Gerade mit nur zwei Schnittpunkten ist die Tangentengleichung an  $K$  durch den Punkt  $(0|6)$ .

$$t(x) = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$$

$$f'(x) = \frac{1}{6}x^2 - x$$

$$t(x) = \left(\frac{1}{6}u^2 - u\right) \cdot (x - u) + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 + 6$$

$$6 = \left(\frac{1}{6}u^2 - u\right) \cdot (0 - u) + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 + 6 \quad | \quad \text{Punktprobe mit } (0|6)$$

$$-\frac{1}{6}u^3 + u^2 + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 = 0$$

$$-\frac{1}{9}u^3 + \frac{1}{2}u^2 = 0$$

$$u^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}u + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$u_1 = 0; \quad u_2 = \frac{9}{2}$$

$$f'(u_1) = f'(0) = m_1 = 0$$

$$f'(u_2) = f'\left(\frac{9}{2}\right) = m_2 = -\frac{9}{8}$$

Die Geraden durch  $(0|6)$  mit den Steigungen  $m_1 = 0$  bzw.  $m_2 = -\frac{9}{8}$  haben zwei Schnittpunkte mit  $K$ .

1.2 
$$g(x) = \int_1^{x^2+1} \sin(2t) dt = \left[-\frac{1}{2} \cos(2t)\right]_1^{x^2+1} = -\frac{1}{2} \cos(2x^2 + 2) + \frac{1}{2} \cos(2)$$

$$g'(x) = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot \sin(2x^2 + 2) = 2x \cdot \sin(2x^2 + 2)$$

Gabis Behauptung ist falsch.

**Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute**

**Lösung A1/2019**

1.1.1 Bestimmung der Werte von  $a$  und  $b$ :

(1)  $1 = a \cdot (-1)^3 + b(-1)^2$  | Punktprobe mit  $P(-1|1)$

(2)  $0 = a \cdot (1)^3 + b(1)^2$  | Punktprobe mit  $Q(1|0)$

(1)  $1 = -a + b$

(2)  $0 = a + b$

(1)+(2)  $1 = 2b \implies b = \frac{1}{2}$

$b \rightarrow$  (1)  $1 = -a + \frac{1}{2} \implies a = -\frac{1}{2}$

Die Funktionsgleichung lautet  $p(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ .

1.1.2  $b = -a \implies b = \frac{1}{2}$

Nullstellen von  $p(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ :

$-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 = 0$  |  $\cdot (-2)$

$x^3 - x^2 = 0$

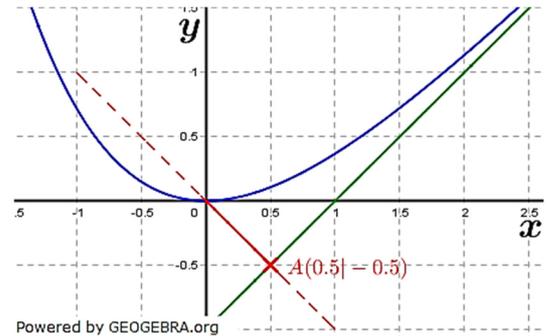
$x^2(x - 1) = 0$  | Satz vom Nullprodukt

$x_{1,2} = 0; x_3 = 1$

$p$  hat keine negative Nullstellen.

1.2.1 Punkt auf  $g$  des kleinsten Abstands zu  $T(0|f(0))$ , Größe dieses Abstands.

Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. Der kürzeste Abstand ist immer der senkrechte Abstand. Hier ist dieser auf der Normalen zu  $g$  durch den Punkt  $T(0|f(0))$ .



$f(0) = 0 - 1 + e^0 = -1 + 1 = 0$

$T(0|0)$

Orthogonalitätsbedingung von

Geraden:  $m_1 \cdot m_2 = -1$

Mit  $m_1 = 1$  von  $g$  gilt  $m_2 = -1$  für die Normale.

$n$ :  $y = -1(x - 0) - 0$  | Punkt-Steigungsformel durch  $T(0|0)$

$n$ :  $y = -x$

$g \cap n$ :

$x - 1 = -x$

$2x = 1; \implies x = \frac{1}{2}$

$x \rightarrow n$ :  $y = -\frac{1}{2}$

Der Punkt auf  $g$  mit dem kleinsten Abstand zu  $T(0|0)$  hat die Koordinaten  $A(0,5 | -0,5)$ .

$\overline{AT} = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,5} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$

Der Abstand beträgt  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$  LE.

1.2.2 Funktionsterm  $h$  für Verschiebung von  $K$ :

Das Schaubild  $K$  wird um eine Stelle nach rechts und um eine Stelle nach unten verschoben.

$h(x) = (x - 1) - 1 + e^{-(x-1)} - 1$

$h(x) = x - 3 + e^{1-x}$

*Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute*

1.2.3 (1)  $K$  besitzt keinen Wendepunkt.  
 Die zweite Ableitung von  $f(x)$  ist  $f''(x) = e^{-x}$ . Diese Funktion hat keine Nullstellen.

(2) Im Intervall  $[1,841; 1,842]$  liegt ein  $x_0$ , sodass  $f(x_0) = 1$  gilt.

$$1 = x_0 - 1 + e^{-x_0}$$

$$2 = x_0 + e^{-x_0}$$

Tabellenwerte mittels WTR:

Tabellenwerte mittel WTR

$x_0$	$x_0 + e^{-x_0}$
1,840	1,9988
1,841	1,9997
1,842	2,0005
1,843	2,0013

(3) Es gibt keine Normale an  $K$ , die  $g$  senkrecht schneidet.

$$m_g = 1$$

Sofern es eine Normale an  $K$  gäbe, die  $g$  senkrecht schneidet, müsste  $K$  über eine Parallele mit der Steigung  $f'(x) = 1$  haben.

$$f'(x) = 1 - e^{-x}$$

$$1 = 1 - e^{-x}$$

$$e^{-x} = 0 \implies \mathbb{L} = \{\}$$

1.2.4 *Berechnung von  $c$  für Flächeninhalt 2 FE:*

Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. Die gesuchte Fläche ist das Integral im Intervall  $I = [-c; c]$  zwischen oberer Kurve  $f$  und unterer Kurve  $g$ .

$$2 = \int_{-c}^c (x - 1 + e^{-x} - (x - 1)) dx$$

$$= \int_{-c}^c e^{-x} dx = [-e^{-x}]_{-c}^c$$

$$= -e^{-c} - (-e^c)$$

$$2 = e^c - e^{-c} \quad | \cdot e^c$$

$$2e^c = e^{2c} - 1$$

$$e^{2c} - 2e^c - 1 = 0$$

$$e^{c_{1,2}} = 1 \pm \sqrt{1 + 1} \quad | \text{pq-Formel}$$

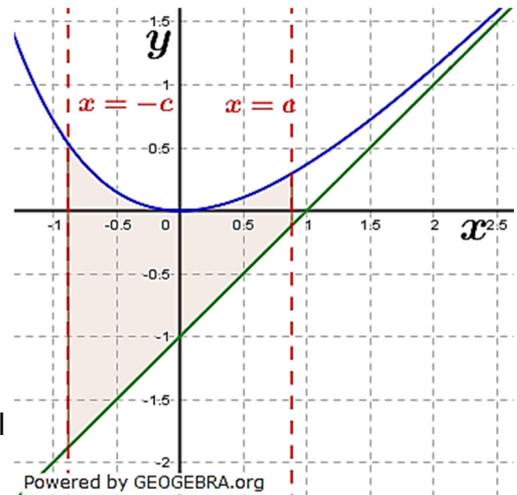
$$e^{c_1} = 1 + \sqrt{2}$$

$$e^{c_2} = 1 - \sqrt{2}$$

$$c_1 = \ln(1 + \sqrt{2})$$

$$c_2: \mathbb{L} = \{\}$$

Für  $c = \ln(1 + \sqrt{2})$  beträgt die Fläche 2 FE.



## Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute

### Lösung A1/2020

1.1.1  $\left(1 \mid \frac{10}{e}\right)$  ist Hochpunkt von  $K_f$ :

Punktprobe:

$$\frac{10}{e} = 10 \cdot 1 \cdot e^{-1} = \frac{10}{e}$$

$$f'(1) = 10 \cdot (1 - 1) \cdot e^{-1} = 0$$

$$f''(1) = 10 \cdot (1 - 2) \cdot e^{-1} < 0$$

Der Punkt  $P\left(1 \mid \frac{10}{e}\right)$  ist Hochpunkt von  $K_f$ .

Gleichung der Asymptote von  $K_f$ :

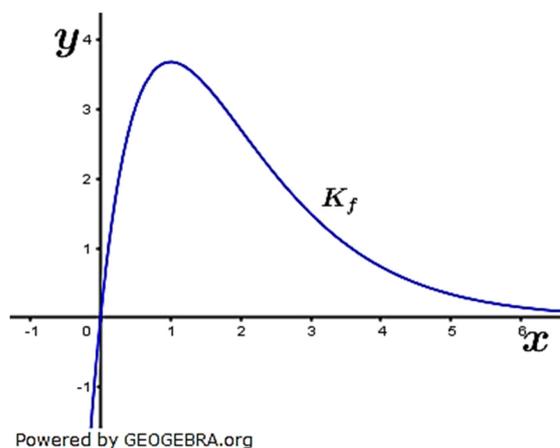
Wegen  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0$  ist  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

Gleichung der Asymptote:

$$y = 0.$$

1.1.2 Zeichnung von  $K_f$ :

Wertetabelle über den WTR erstellen und Graph von  $K_f$  zeichnen.



Powered by GEOGEBRA.org

1.1.3  $F(x) = -10 \cdot (x + 1) \cdot e^{-x}$  ist

Stammfunktion von  $f$ :

$$F'(x) = f(x)$$

Für  $F'(x)$  wird die Produkt- und Kettenregel benötigt:

$$u = -10 \cdot (x + 1) = -10x - 10$$

$$u' = -10$$

$$v = e^{-x}$$

$$v' = -e^{-x}$$

$$F'(x) = u'v + v'u = -10 \cdot e^{-x} - 10(x + 1) \cdot (-e^{-x})$$

$$F'(x) = -10 \cdot e^{-x} + 10(x + 1) \cdot e^{-x} = 10 \cdot e^{-x}(-1 + x + 1)$$

$$F'(x) = 10 \cdot x \cdot e^{-x} = f(x)$$

**q.e.d.**

Wert von  $a$ :

$$\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = -30e^{-2} + 20e^{-1} = -\frac{30}{e^2} + \frac{20}{e} = \frac{-30+20e}{e^2}$$

$$\frac{-30+20e}{e^2} = \frac{a \cdot e - 30}{e^2}$$

$$a = 20$$

1.2.1 Gerade durch  $P$  und  $Q$ :

$$P(1|h(1)) = P(1|2); \quad Q(2|g(2)) = Q(2|1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{1 - 2} = -1$$

$$g: g(x) = -1(x - 1) + 2 = -x + 3$$

$$g'(x) = \frac{1}{2}x; \quad h'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g'(2) = 1; \quad h'(1) = 1$$

Die Steigung der Tangenten in  $Q(2|g(2))$  als auch  $P(1|h(1))$  ist jeweils  $m_1 = 1$ . Wegen  $m_N = -\frac{1}{m_T}$  ist somit die Gerade durch  $P$  und  $Q$  Normale von  $K_h$  in  $P$  als auch die Normale von  $K_g$  in  $Q$ .

## Abituraufgaben Analysis BG (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-heute

### 1.2.2 Rotationsvolumen:

Die seitliche Grafik verdeutlicht die Situation.

Wir benötigen zunächst den Schnittpunkt von  $y = c$  mit  $h(x) = 2\sqrt{x}$ . Das Integrationsintervall ist dann von 0 bis  $x_c$ .

$$2\sqrt{x} = c \quad | \quad :2$$

$$\sqrt{x} = \frac{c}{2} \quad | \quad ^2$$

$$x = \frac{c^2}{4}$$

$$\pi \cdot \int_0^{\frac{c^2}{4}} (c^2 - (2\sqrt{x})^2) dx = 32\pi \quad | \quad \text{Rotationsvolumen zwischen oberer und unterer Kurve}$$

$$\int_0^{\frac{c^2}{4}} (c^2 - 4x) dx = [c^2 \cdot x - 2x^2]_0^{\frac{c^2}{4}} = \frac{c^4}{4} - 2 \cdot \frac{c^4}{16} - 0 = \frac{c^4}{4} - \frac{c^4}{8} = \frac{1}{8}c^4$$

$$\int_0^{\frac{c^2}{4}} (c - 2\sqrt{x}) dx = \frac{1}{8}c^4$$

$$\frac{1}{8}c^4 = 32 \quad | \quad \cdot 8$$

$$c^4 = 256 \quad | \quad \sqrt[4]{\quad}$$

$$c = \pm 4$$

Wegen Aufgabenstellung  $c > 0$  ist  $c = 4$  der gesuchte Wert.