Abitur Matrizen und Prozesse *(Teil 4 mit Hilfsmittel)* Musteraufgaben

Aufgabe A1 (nicht für TG)

1.1 Drei Energieversorger A, B und C konkurieren in einer Gemeinde um 2800 Haushalte. Werbeaktionen veranlassen am Jahresende viele Verbraucher, den Energieversorger zu wechseln. **4P**
Von A wechseln $50\,\%$ zu B und $10\,\%$ zu C.
Von B wechseln $20\,\%$ zu A und $10\,\%$ zu C.
Von C wechseln $10\,\%$ zu A und $50\,\%$ zu B.
Die Übrigen bleiben bei ihrem Versorger. Im Jahr 2014 sind 1000 Haushalte bei A und 1000 bei B, die übrigen bei C.
Gib die Übergangsmatrix an. Berechne, wie viele Haushalte von den einzelnen Energieversorgern im Jahr 2015 beliefert werden.

1.2 In der Nachbargemeinde sind ebenfalls die Anbieter A und B sowie ein weiterer Anbieter D am Markt. Das Wechselverhalten der Haushalte wird mit folgender Tabelle beschrieben:

A	B	D
0,3	0,2	u
0,5	0,6	v
0,2	0,2	w

1.2.1 Angenommen, u hat den Wert $0{,}1$. Welche Werte für v und w sind dann möglich? **4P**

Nimm Stellung zur Behauptung: Die Kunden von B zeigen mehr Kundentreue als die von A.

1.2.2 Bestimme u, v und w, sodass sich die Anteile der Haushalte bei den Anbietern A, B und D von einem Jahr zum anderen nicht ändern, wobei sich die Anteile von A, B und D wie $1:3:1$ verhalten. **7P**

Aufgabe A2 (nicht für TG)

1. Im April ist das Wetter am Bodensee äußerst wechselhaft. Erfahrungsgemäß folgt auf einen überwiegend regnerischen Tag (R) mit $10\,\%$ Wahrscheinlichkeit ein überwiegend sonniger Tag (S) und mit $30\,\%$ Wahrscheinlichkeit ein überwiegend trüber Tag (T). Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen Sonnentag wieder ein Sonnentag oder aber ein Regentag folgt, ist ebenfalls jeweils $30\,\%$. Auf einen trüben Tag folgt mit $70\,\%$ Wahrscheinlichkeit ein Regentag und mit $20\,\%$ Wahrscheinlichkeit bleibt es trübe.

1.1 Veranschaulichen Sie diese Informationen in einem Übergangsgraphen und ergänzen Sie die fehlenden Angaben. **4P**

1.2 Ein Online-Wetterdienst sagt für den 1. April 2015 für die Bodenseeregion voraus, dass es mit $30\,\%$ Wahrscheinlichkeit regnet. Wie groß müssen die Wahrscheinlichkeiten für einen Sonnentag bzw. für einen trüben Tag am 1. April 2015 sein, damit die Wahrscheinlichkeit für einen sonnigen Folgetag größer wird? **5P**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

1.3 Es wird angenommen, dass sich die Übergangswahrscheinlichkeiten für die drei Wetterzustände R, S und T am Bodensee nicht ändern. Zeigen Sie, dass es dann eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gibt, die auf Dauer stabil bleibt. **6P**

Aufgabe A3 (nicht für TG)

1. Der WV-Konzern produziert Personenkraftwagen seiner Marke an drei Standorten A, B und C. Um seine Wirtschaftlichkeit zu erhöhen, möchte das Unternehmen einen Teil der 2400 Mitarbeiter, die in der Produktion am Standort A arbeiten, langfristig in die zwei anderen Standorte B und C verlegen.
Einige der nach Standort B und C versetzten Mitarbeiter sollen nach gewisser Zeit zurück zum Standort A kommen, um Wissenstransfer zu gewährleisten. Im Sinne einer langfristigen Personalentwicklung legt die Firma Quoten für den Wechsel der Standorte fest, die über mehrere Jahre stabil bleiben.

$$\begin{array}{cc} & \text{von} \quad A \quad B \quad C \\ \text{nach} & \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} \quad M = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}9 \end{pmatrix} \end{array}$$

1.1 Stelle die Entwicklung der Mitarbeiterzahlen in einem Übergangsdiagramm dar. **7P**
Berechne die Verteilung auf die Standorte A, B und C nach zwei Jahren.

1.2 Untersuche, ob es eine Verteilung mit insgesamt $2\,400$ Mitarbeitern gibt, die im nächsten Jahr gleichbleibt. Falls ja, gib diese Verteilung an. **5P**

1.3 Es gilt: $\boldsymbol{M}^{20} = \begin{pmatrix} 0{,}250 & 0{,}250 & 0{,}250 \\ 0{,}256 & 0{,}256 & 0{,}244 \\ 0{,}494 & 0{,}494 & 0{,}506 \end{pmatrix}$ **2P**
Interpretiere die Einträge der mittleren Zeile dieser Matrix.
Nimm an, dass der Prozess eine stabile Grenzmatrix aufweist.
Gib gegebenenfalls Prognosen bezüglich der zukünftigen Verteilung der Mitarbeiter auf die Standorte ab.

Aufgabe A4 (nicht für TG)

1. Drei Mobilfunkanbieter A, B und C konkurieren in einer Kleinstadt um 5600 Kunden. Werbeaktionen veranlassen am Jahresende viele Kunden, den Mobilfunkanbieter zu wechseln. Im Jahr 2015 sind 2000 Kunden bei A und 2000 bei B, die übrigen bei C.
Die Übergangsmatrix beschreibt das Wechselverhalten:
$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$

Abitur Matrizen und Prozesse *(Teil 4 mit Hilfsmittel)* Musteraufgaben

1.1 Fülle die Leerstellen aus: Zum Jahresende 2015 **3P**
- wechseln …… von A zu B und …… von A zu C.
- wechseln …… von B zu A und …… von B zu C.

Wie viele Kunden bleiben bei ihrem Anbieter?

1.2 Berechne, wie viele Kunden von den einzelnen Mobilfunkanbietern im Jahr 2015 beliefert werden. **2P**

1.3 Bei welcher Ausgangssituation würden sich die Anteile der Kunden bei den einzelnen Anbietern durch das angegebene Wechselverhalten nicht ändern? **10P**
Stelle diese Verteilung in einem Kreisdiagramm dar.

Aufgabe A5 (nicht für TG)

1. Die Firma „Backe-Gutsle" stellt verschiedene Plätzchen her, die sie in zwei verschiedenen Verpackungen anbietet. Die Plätzchen werden hauptsächlich aus Butter, Zucker, Mehl und Nüssen hergestellt. Die quantitativen Zusammenhänge sind durch die folgenden Tabellen gegeben.

Menge der Zutaten (g) pro Plätzchen

	Butterplätzchen	Nussplätzchen
Butter	2,5	1,5
Zucker	1,6	1
Mehl	2,5	2,5
Nüsse	0	2,5

Anzahl Plätzchen pro Packung

	Packung 1	Packung II
Butterplätzchen	5	7
Nussplätzchen	7	9

1.1 Stelle den zweistufigen Prozess in einem Verflechtungsdiagramm dar. **3P**

1.2 Die Firma soll einem Kunden 100 Packungen I und 150 Packungen II liefern. Wie viel Gramm an Zucker und Mehl sind hierfür notwendig? **4P**

1.3 Es wird festgestellt, dass noch 372 g Zucker und $682{,}5$ g Mehl vorhanden sind. Welche Menge der anderen Zutaten muss beschafft werden, wenn alle Zutaten vollständig zu Plätzchen verarbeitet werden sollen. **4P**

1.4 Die Firma möchte eine neue Packung auf den Markt bringen. **4P**
In dieser Packung sollen doppelt so viele Nuss- wie Butterplätzchen enthalten sein. Der Gewichtsverlust beim Backen ist vernachlässigbar. Das Gewicht des Packungsinhaltes soll 200 g nicht überschreiten.
Wie viele Plätzchen von jeder Sorte sind maximal in der neuen Packung?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur Matrizen und Prozesse *(Teil 4 mit Hilfsmittel)* Musteraufgaben

Aufgabe A6 (nicht für TG)

1. Die BIKERIDE GmbH stellt die Rahmen der Fahrradmodelle City und Tour in Eigenfertigung her. Um sich von der Konkurrenz abzuheben, werden für diese Rahmen jedes Jahr neue modische Lackierungen produziert. Dabei werden in einem zweistufigen Produktionsprozess zunächst aus den drei Ausgangsfarben R_1, R_2 und R_3 die drei Modefarben Z_1, Z_2 und Z_3 gemischt und aus diesen dann die Lackierungen für die Modelle City (E_1) und Tour (E_2) hergestellt.
Es gelten folgende Mengenbeziehungen (in ME) mit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$.

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	2	3	1
R_2	0	2	2
R_3	3	5	4

	E_1	E_2
Z_1	1	2
Z_2	3	7
Z_3	a	5

	E_1	E
R_1	13	b
R_2	10	24
R_3	26	61

1.1 Berechne die Zahlenwerte für a und b in den Tabellen mithilfe der Matrizenrechnung. **3P**

1.2 Im Folgenden seine $a = 2$ und $b = 30$.

1.2.1 Die BIKERIDE GmbH benötigt für einen Auftrag 15 ME der Lackierung E_1 und 18 ME der Lackierung E_2. **3P**
Berechne, wie viele ME der drei Modefarben Z_1, Z_2 und Z_3 für diesen Auftrag erforderlich sind.

1.2.2 Für eine Sonderlackierung können im Rahmen eines alternativen Produktionsprozesses die Modefarben Z_1, Z_2 und Z_3 auch entsprechend der folgenden Matrix gemischt werden: **9P**

$$\boldsymbol{M_{RZ}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Wegen Sanierungsarbeiten am Boden der Lagerhalle muss das Rohstofflager kurzfristig geräumt werden. Der Lagerbestand von R_1 beträgt 600 ME, der von R_2 beträgt 800 ME und von R_3 befinden sich noch 1600 ME im Lager.
Bestimme den ökonomisch sinnvollen Lösungsvektor, mit welchem der Lagerbestand im Rahmen des alternativen Produktionsprozesses ohne Rest aufgebraucht wird. Gib eine sinnvolle Lösung an.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abitur Matrizen und Prozesse *(Teil 4 mit Hilfsmittel)* Musteraufgaben

Aufgabe A7 (nicht für TG)

1. Ein Reisebüro pflegt eine Datei mit Adressen von langjährigen Stammkunden. Dabei wird unterschieden zwischen den Kunden, die im abgelaufenen Jahr genau einen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe E), Kunden, die im abgelaufenen Jahr mehr als einen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe M), und Kunden, die im abgelaufenen Jahr keinen Urlaub bei dem Reisebüro gebucht haben (Kundengruppe K).
Das folgende jährliche Wechselverhalten der Kunden ist zu beobachten:
$10\,\%$ der Kunden aus Gruppe E werden zu Kunden der Gruppe M
$15\,\%$ der Kunden aus Gruppe E werden zu Kunden der Gruppe K
$20\,\%$ der Kunden aus Gruppe M werden zu Kunden der Gruppe E
$20\,\%$ der Kunden aus Gruppe M werden zu Kunden der Gruppe K
$57\,\%$ der Kunden aus Gruppe K werden zu Kunden der Gruppe E
$28\,\%$ der Kunden aus Gruppe K werden zu Kunden der Gruppe M

1.1 Gib eine stochastische Übergangsmatrix an, die dieses Verhalten beschreibt. **3P**

1.2 Vervollständige $\boldsymbol{A}^2 = \begin{pmatrix} 0{,}668 & \dots & 0{,}569 \\ 0{,}177 & 0{,}436 & \dots \\ 0{,}155 & \dots & 0{,}164 \end{pmatrix}$ und interpretiere **5P**
den Eintrag in der dritten Zeile und ersten Spalte sowie den Eintrag in der zweiten Zeile und zweiten Spalte.

Aufgrund einer Änderung des Buchungsverhaltens gilt nun die folgende Übergangsmatrix:

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 & q \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}95 - q \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}05 \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq q \leq 0{,}95$$

Im Jahr 2016 gehören 3100 Kunden zur Gruppe E, 1300 Kunden zur Gruppe M und 600 Kunden zur Gruppe K.

1.3 Zeige, dass diese Verteilung für $q = 0{,}6$ stabil ist. **2P**

1.4 Ermittle den Wert von q für den Fall, dass sich im Jahr 2017 herausstellt, dass 1342 Kunden in diesem Jahr mehr als einen Urlaub gebucht haben. Gib die Verteilung für 2017 an. **5P**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de