# Abituraufgaben Matrizen und Prozesse (Teil 4 mit Hilfsmittel) ab 2017

## Aufgabe A1/2017

1.1 Ein Unternehmen stellt aus den beiden Rohstoffen $R_1$ und $R_2$ die drei Zwischenprodukte $Z_1$, $Z_2$ und $Z_3$ her. Aus den drei Zwischenprodukten entstehen die beiden Endprodukte $E_1$ und $E_2$. Die benötigten Rohstoffe je Mengeneinheiten ($ME$) der einzelnen Zwischenprodukte sowie die erforderlichen Zwischenprodukte zur Produktion je einer $ME$ der Endprodukte sind in den nachfolgenden Tabellen angegeben.

Rohstoff-Zwischenprodukt

| | $Z_1$ | $Z_2$ | $Z_3$ |
|---|---|---|---|
| $R_1$ | 1 | 1 | $a$ |
| $R_2$ | 2 | 1 | 1 |

Zwischen-Endprodukt

| | $E_1$ | $E$ |
|---|---|---|
| $Z_1$ | 1 | 0 |
| $Z_2$ | 0 | 2 |
| $Z_3$ | 2 | 1 |

Rohstoff-Endprodukt

| | $E_1$ | $E$ |
|---|---|---|
| $R_1$ | 5 | 4 |
| $R_2$ | 4 | 3 |

1.1.1 Zeigen Sie, dass $a$ in der Rohstoff-Zwischenprodukt-Tabelle den Wert $2$ hat. (2P)

1.1.2 Täglich werden $5\,ME$ von $E_1$ und $10\,ME$ von $E_2$ hergestellt. (2P)

1.1.2.1 Ein Mitarbeiter des Unternehmens behauptet, dass hierfür $65\,ME$ von $R_1$ und $50\,ME$ von $R_2$ benötigt werden. Überprüfen Sie die Behauptung.

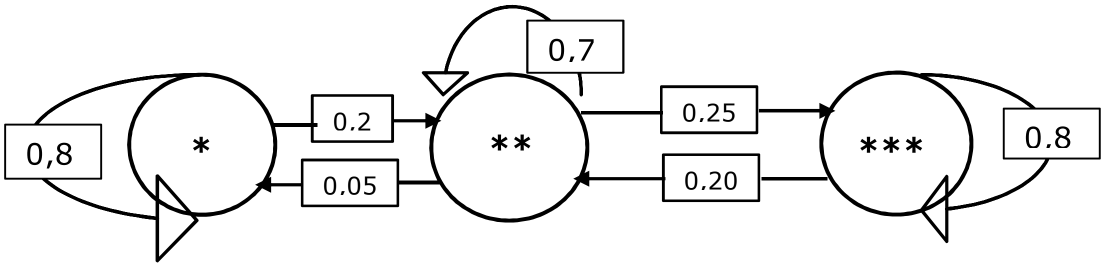
1.1.2.2 Betrachten Sie die Matrizen

$$\boldsymbol{D}_1 = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix};\ \boldsymbol{D}_2 = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};\ \boldsymbol{D}_3 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix};$$

Welche dieser drei Matrizen ist die Inverse der Rohstoff-Endprodukt-Matrix?
Begründen Sie.
Aufgrund von Problemen in der Produktion wurden an einem Tag nur $43\,ME$ von $R_1$ und $33\,ME$ von $R_2$ verarbeitet. (5P)
Bestimmen Sie, wie viele $ME$ von $E_1$ und $E_2$ an diesem Tag produziert wurden.

1.2 Ein Institut prüft jährlich die Wasserqualität von Stränden in einer Urlaubsregion und vergibt hierfür ein bis drei Sterne. Ein Stern wird vergeben, wenn die Wasserqualität des Gewässers zum Baden ungeeignet ist. Bei zwei Sternen ist die Wasserqualität noch ausreichend, sodass Baden unbedenklich ist, und drei Sterne verweisen auf eine gute bis hervorragende Wasserqualität. (6P)

Das nachfolgende Diagramm beschreibt die Übergangswahrscheinlichkeiten für eine Zeiteinheit von einem Jahr.




Geben Sie die Übergangsmatrix an.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil der zum Baden ungeeigneten Strände, der sich langfristig einstellt.

## Aufgabe A1/2018

1 In einer Simulation wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Heimspiele einer Fußballmannschaft regelmäßig von jeweils genau $50.000$ Zuschauern besucht werden. Die Zuschauer reisen ausschließlich mit dem Auto ($A$), mit dem Bus bzw. der Bahn ($B$) oder zu Fuß bzw. dem Fahrrad ($F$) an.
Mit einem Auto können mehrere Zuschauer befördert werden. Die Zuschauer bilden also hinsichtlich der Anreise drei verschiedene Typen.

In der Simulation gilt das folgende Wechselverhalten der Zuschauertypen von einem Spieltag zum nächsten:

- Von $A$ wechseln $25\,\%$ zu $B$.
- Von $B$ wechseln $5\,\%$ zu $F$ und $20\,\%$ zu $A$.
- Von $F$ wechseln jeweils $10\,\%$ zu $A$ und zu $B$.

Die restlichen Zuschauer wechseln nicht.

1.1 Stellen Sie dieses Wechselverhalten in einem Übergangsdiagramm dar. Ermitteln Sie die jeweilige Anzahl der Zuschauertypen am zweiten Heimspieltag, wenn man bei der Simulation annimmt, dass am ersten Heimspieltag alle Zuschauer zu Fuß bzw. dem Fahrrad kommen. (5P)

1.2 Bestimmen Sie die prozentualen Anteile der verschiedenen Zuschauertypen, sodass sich diese Anteile an zwei aufeinander folgenden Heimspieltagen nicht verändern. (4P)

1.3 Nun geht man in der Simulation davon aus, dass am zweiten Heimspieltag $27.000$ Zuschauer vom Typ $B$ und $3.000$ Zuschauer vom Typ $F$ kommen. Pro Auto reisen zudem immer durchschnittlich $2{,}5$ Zuschauer an.

1.3.1 Zeigen Sie, dass hierbei $8.000$ Parkplätze am dritten Heimspieltag nicht ausreichen würden. (3P)

1.3.2 In der Simulation wird nun das Wechselverhalten der Autofahrer nach dem zweiten Heimspieltag so angepasst, dass die $8.000$ Parkplätze am dritten Heimspieltag genau ausreichen. Das Wechselverhalten der anderen Zuschauertypen $B$ und $F$ ändert sich dabei nicht.
Ermitteln Sie den veränderten Prozentsatz von Zuschauern vom Typ $A$, die dann wieder mit dem Auto kommen. (3P)

## Aufgabe A1/2019

1. In den Skigebieten $A$, $B$ und $C$ verbringen jährlich immer die gleichen $200000$ Gäste ihren Skiurlaub. Die Übergangstabelle bzw. die Übergangsmatrix $M$ legen modellhaft die Veränderung der Gästeverteilung auf die drei Skigebiete von einem zum nächsten Jahr fest.

| von/zu | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| $A$ | 0,9 | 0,15 | 0,12 |
| $B$ | 0,06 | 0,8 | 0,2 |
| $C$ | 0,04 | 0,05 | 0,6 |

; $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}15 & 0{,}12 \\ 0{,}06 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}6 \end{pmatrix}$

1.1 Geben Sie ein Übergangsdiagramm an und interpretieren Sie den Wert $0{,}04$ in $\boldsymbol{M}$. (4P)

1.2 In $A$ verbringen $60\,\%$, in $B$ $30\,\%$ und in $C$ $10\,\%$ der Gäste ihren Skiurlaub. Ermitteln Sie für das folgende Jahr die jeweilige Anzahl der Gäste. Bestimmen Sie das Skigebiet, in dem der größte prozentuale Unterschied entsteht. (4P)

1.3 In einer Simulation wird angenommen, dass im Jahr $2020$ die Anzahl der Gäste in $A$ mit der Summe der Anzahl der Gäste in $B$ und $C$ übereinstimmt. Man geht zudem davon aus, dass im Jahr $2021$ in $B$ genau $63500$ Gäste ihren Skiurlaub verbringen werden.
Bestimmen Sie die Anzahl der Gäste von Skigebiet $A$, $B$ und $C$ im Jahr $2020$. (4P)

1.4 Berechnen Sie die prozentuale Gästeverteilung, die von Jahr zu Jahr gleich bleibt. (3P)