

Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

Aufgabe A1

1.1 Erläutere anhand einer Skizze, ob das Integral

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin(x) dx$$

größer, kleiner oder gleich Null ist.



1.2 Für eine Funktion gilt:

(1) $f'(x) = 0$ für $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$

(2) $f''(-2) = -3$

(3) $f''(1) = 3$

(4) $f(-2) = \frac{19}{3}$

(5) $f(1) = \frac{11}{6}$

Welche Aussagen lassen sich daraus für das Schaubild von f treffen? **4P**

1.3 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \cos(2x)$; $x \in \mathbb{R}$

Gib die Periode von f an.

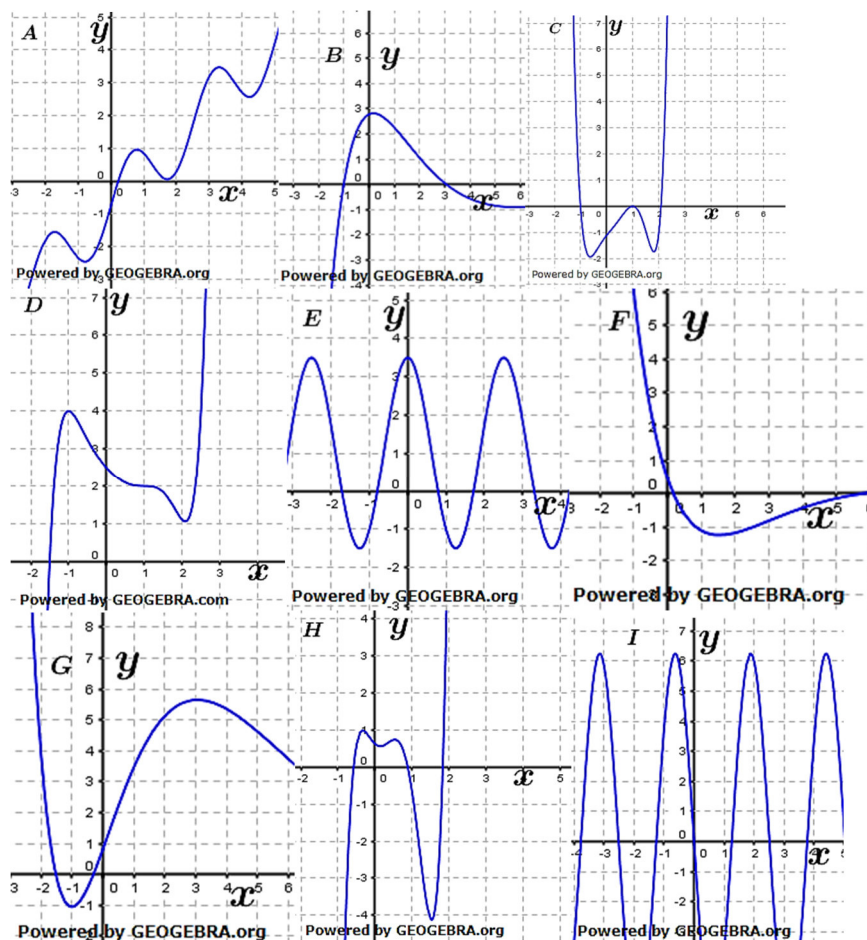
Bestimme eine Lösung der Gleichung $\cos(2x) = -1$. **4P**

1.4 Die Abbildungen zeigen Schaubilder von drei Funktionen sowie **5P**

deren zugehörigen ersten und zweiten Ableitungen.

Ordne jeweils dem Schaubild der Funktion das Schaubild seiner

ersten und zweiten Ableitung zu.



Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

Aufgabe A2

1.1 Die Funktion f ist gegeben durch **3P**

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x) - 1 \text{ mit } x \in \mathbb{R}$$

Berechne die Gleichung der Tangente an das Schaubild von f im Schnittpunkt mit der y -Achse.

1.2 Erläutere eine Vorgehensweise zum näherungsweisen Lösen der Gleichung $x^3 = x + 1$. **3P**

1.3 Das Schaubild einer Polynomfunktion 3. Grades verläuft durch den Ursprung und hat in $P(-2|4)$ einen Wendepunkt. Die Wendetangente schneidet die x -Achse in $Q(4|0)$. **4P**

Tina notiert folgende Bedingungen zur Bestimmung des Funktionsterms:

- $p(0) = 0$
- $p''(-2) = 0$
- $p(-2) = 4$
- $p(4) = 0$

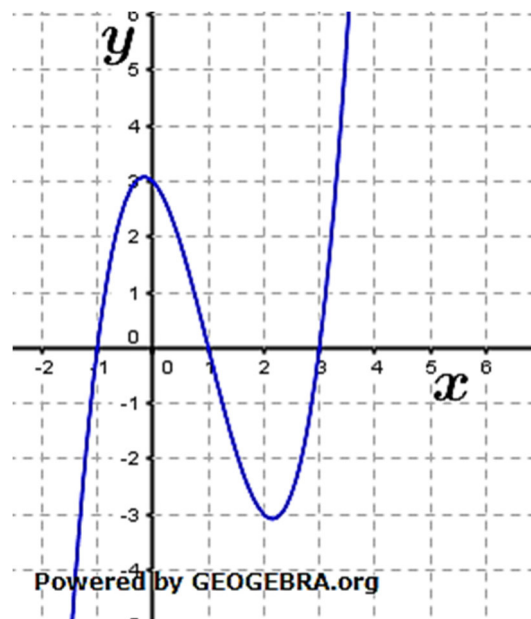
Begründe, dass Tina die Informationen im Aufgabentext nicht richtig übersetzt hat.

1.4 Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion g . **5P**
 Ordne die folgenden Integralwerte der Größe nach zu. Begründe.

(A) $\int_0^3 g(x) dx$

(B) $\int_{-1}^1 g(x) dx$

(C) $\int_{-1}^{3,5} g(x) dx$

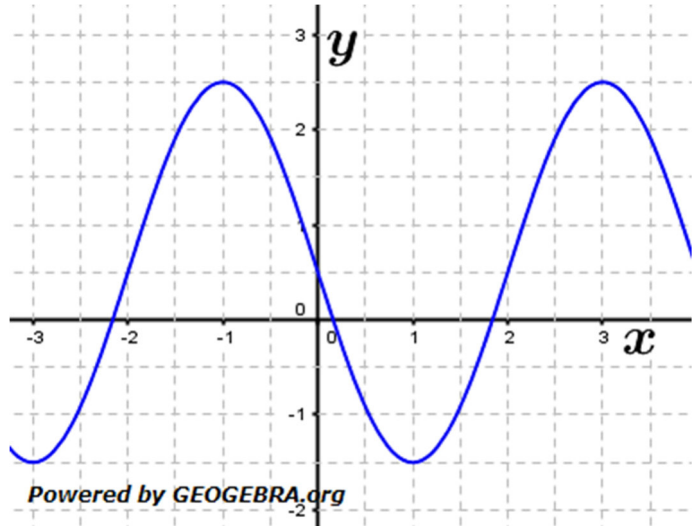


Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

Aufgabe A3

1.1 Gegeben ist das folgende Schaubild einer Funktion: **6P**
 Untersuche, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

- a) Der Wert der ersten Ableitung an der Stelle $x = 0$ ist negativ.
- b) Der Funktionswert an der Stelle $x = -2$ ist positiv.
- c) Der Wert der ersten Ableitung an der Stelle $x = -3$ ist null.
- d) Der Wert der zweiten Ableitung an der Stelle $x = 3$ ist positiv.



1.2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 - 6x$; $x \in \mathbb{R}$. **4P**
 Berechne, an welchen Stellen das zugehörige Schaubild K eine waagrechte Tangente aufweist.

1.3 Die Funktion g hat die Eigenschaften: $g(3) = 0$ und $\int_0^6 g(x) dx = 0$. **4P**
 Skizziere ein mögliches Schaubild von g und begründe deine Vorgehensweise.

1.4 Das Schaubild der trigonometrischen Funktion ist symmetrisch zur y -Achse, verläuft durch den Punkt $S(0|3)$ und hat in $T(3|0)$ einen Tiefpunkt. Gib einen möglichen Funktionsterm an. **3P**

Aufgabe A4

1.1 Erläutere anhand einer Skizze, ob das Integral $\int_0^\pi \cos(x) dx$ **3P**
 größer, kleiner oder gleich Null ist.

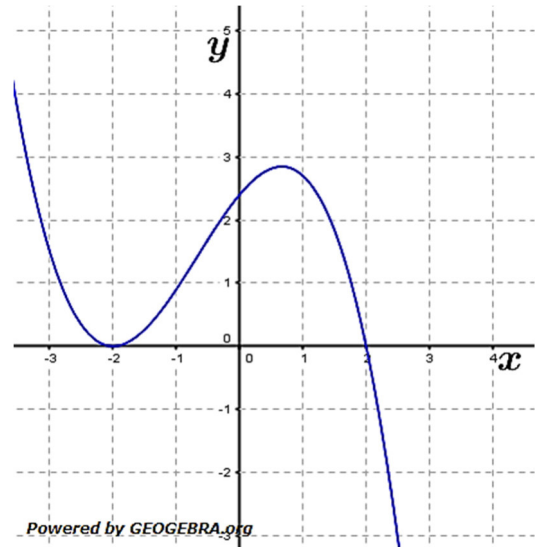
1.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \sin(x) + x$ bei $x = \pi$ einen Sattelpunkt aufweist. **4P**

1.3 Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 3 \cdot e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$. **4P**
 Das Schaubild von g , die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = 4$ begrenzen eine Fläche.
 Berechne den Inhalt dieser Fläche.

Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

1.4 Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion h .
 Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
 Begründe. **5P**

- a) Die erste Ableitung von h nimmt für $0 < x < 2$ nur positive Werte an.
- b) $3 < \int_0^2 h(x) dx < 6$
- c) Die zweite Ableitung von h wechselt im Bereich $-2 < x < 1$ das Vorzeichen von plus nach minus.



1.5 Bilde die Ableitung der Funktion **2P**
 f mit $f(x) = (5x + 1) \cdot e^{2x}; x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe A5

1.1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right); x \in \mathbb{R}$ **3P**

Gib die Periode von f an.

Bestimme eine Lösung der Gleichung $\sin\left(\frac{1}{2}x\right) = -1$.

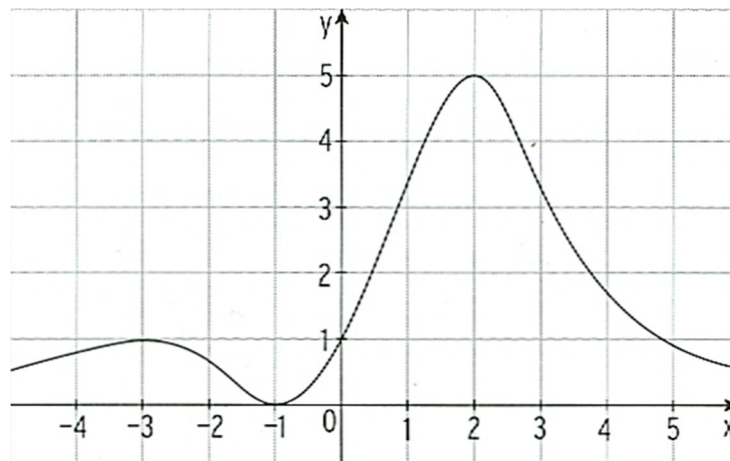
1.2 Das Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades ist symmetrisch zur y -Achse, schneidet diese bei $y = -1$ und hat im Punkt $H(3|0)$ eine waagrechte Tangente. **6P**

Bestimme den Funktionsterm.

1.3 Wie viele Lösungen besitzt die Gleichung $-x^2 + 2 = e^x$? **3P**

Begründe.

1.4 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubilds der Funktion h . **8P**



Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

Begründen Sie, warum die folgenden Aussagen wahr sind:

- Das Schaubild von h besitzt eine Wendetangente, deren Steigung größer als eins ist.
- $h'(1) \cdot h'(3) < 0$
- $\int_1^3 h(x) dx < 10$
- Jede Stammfunktion von h ist im Intervall $[0; 4]$ streng monoton steigend.

Aufgabe A6

1.1 Gegeben sind die folgenden Abbildungen mit Schaubildern zweier Funktionen:

4P

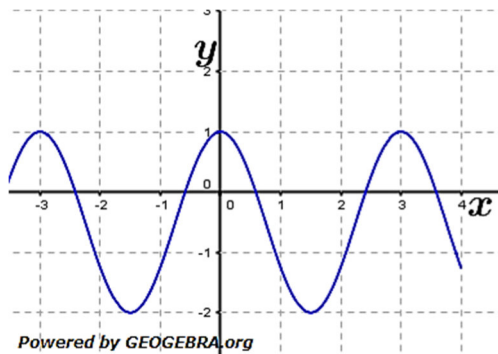


Abb. 1

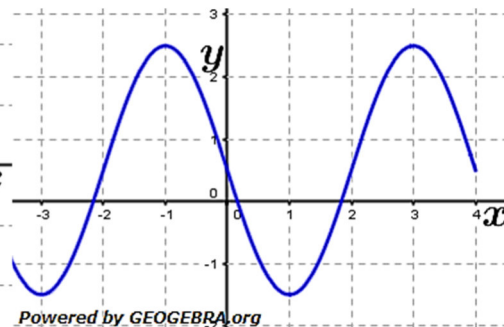


Abb. 2

Eine der beiden Abbildungen stellt das Schaubild der Gleichung $y = a \cos(kx) + b$ dar.

Begründen Sie, welche das ist und bestimmen Sie a , b und k .

1.2 Erna bereitet sich auf die anstehende Mathematikprüfung vor.

3P

In ihrem Heft findet sie folgende Aufschrieb:

$$u(x) = v(x)$$

$$2 \cos(x) + 3 = -2 \cos(x) + 1$$

$$4 \cos(x) = -2$$

$$\cos(x) = -0,5$$

$$x = \frac{2}{3}\pi$$

$$A = \int_0^{\frac{2}{3}\pi} (2 \cos(x) + 3 - (-2 \cos(x) + 1)) dx = 2\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$$

Formuliere eine passende Aufgabenstellung.

1.3 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$.

5P

K ist das Schaubild von f .

Die Tangente und Normale an K im Punkt $S(0|1)$ begrenzen zusammen mit der x -Achse ein Dreieck.

Begründen Sie, dass dieses Dreieck gleichschenkelig ist.

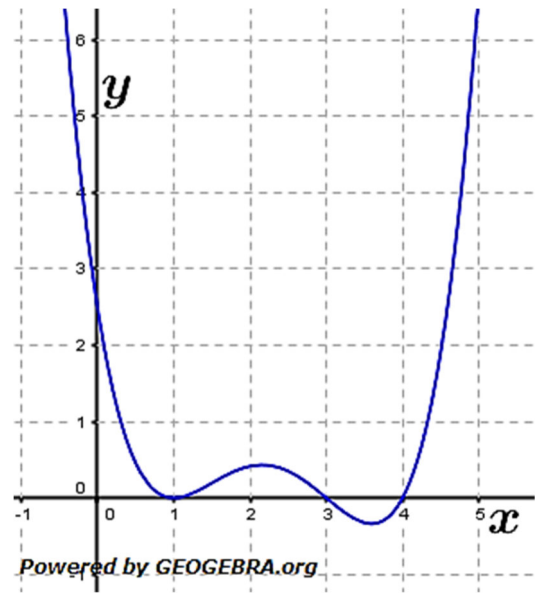
Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

1.4 Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild der Funktion g . **6P**

Das Schaubild einer Stammfunktion G von g ist C_g .

Begründe für jede der folgenden Aussagen, ob sie wahr oder falsch ist.

- (1) $g''(2) > 0$
- (2) Im Intervall $[-1; 4,5]$ gibt es drei Stellen, an denen das Schaubild C_g die Steigung 4 hat.
- (3) $\int_2^4 g(x) dx < 1$



Aufgabe A7

1.1 Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = e^{2x} - 1$; $x \in \mathbb{R}$. **3P**

Berechne die Gleichung der Tangente an das Schaubild von f im Schnittpunkt mit der x -Achse.

1.2 Das Schaubild P einer Polynomfunktion dritten Grades hat den Wendepunkt $W(-4 | -4)$ und bei $x = -2$ einen Extrempunkt. **5P**

Die Normale von P in W schneidet die x -Achse an der Stelle $x = 8$.
Gib so viele mathematische Bedingungen an, wie zur Ermittlung des zugehörigen Funktionsterms durch ein lineares Gleichungssystem benötigt werden.

1.3 Für $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ ist die Funktion h gegeben durch **5P**

$$h(x) = ax(x+1)^n(x+3); x \in \mathbb{R}.$$

Martin behauptet, dass sich bei geeigneter Wahl von a und n die skizzierten Schaubilder ergeben.

Prüfe diese Behauptung für jedes der folgenden Schaubilder und ermittle gegebenenfalls die passenden Werte für a und n .

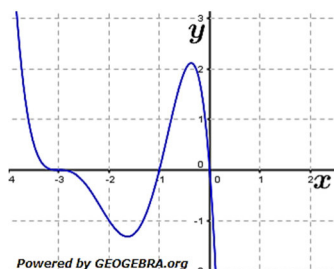


Abb. 1

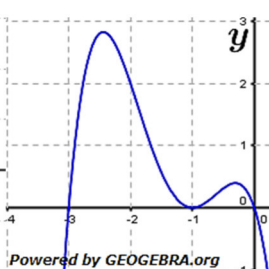


Abb. 2

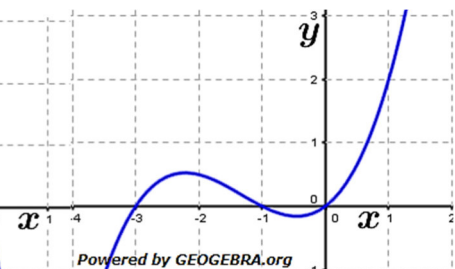


Abb. 3

Abituraufgaben Analysis BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

- 1.4 C ist das Schaubild einer Funktion g . Die Abbildung zeigt das Schaubild C' der Ableitungsfunktion g' von g für $-2,5 \leq x \leq 3,5$.
Begründe, wieso die folgenden Aussagen falsch sind.

7P

- (1) C hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.
- (2) C hat genau zwei Wendepunkte.
- (3) C ist bei $x = -2$ linksgekrümmt.
- (4) C hat an höchstens 2 Punkten eine waagrechte Tangente.

