

A1 Analysis Lösung

1.1 Nullstellen mit $f(x) = 0$:

$$3x^3 - 27x = 0$$

$$x(3x^2 - 27) = 0$$

$$x_1 = 0$$

| Satz vom Nullprodukt

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x_2 = 3; \quad x_3 = -3$$

$$\mathbb{L} = \{-3; 0; 3\}$$

1.2 $g'(3) = 2; g''(3) = 0; g'''(3) \neq 0$:

Die Funktion hat an der Stelle $x_0 = 3$ einen Wendepunkt mit der Steigung $m = 2$.

1.3.1 Stellen waagrechter Tangenten mit $h'(x) = 0$:

$$h'(x) = 2e^{2x} - 4$$

$$2e^{2x} - 4 = 0$$

$$e^{2x} = 2$$

$$2x = \ln(2) \Rightarrow x = \frac{1}{2} \ln(2)$$

$$h\left(\frac{1}{2} \ln(2)\right) = e^{2 \cdot \frac{1}{2} \ln(2)} - 4 \cdot \frac{1}{2} \ln(2)$$

$$h\left(\frac{1}{2} \ln(2)\right) = 2 - 2 \cdot \ln(2) = 2(1 - \ln(2))$$

Der Punkt hat die Koordinaten $P\left(\frac{1}{2} \ln(2) | 2(1 - \ln(2))\right)$.

1.3.2 $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$

$$5 = \frac{1}{2}e^0 - 2 \cdot 0 + C$$

| Punktprobe mit $P(0|5)$

$$5 = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C = 4,5$$

Die Funktion $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + 4,5$ verläuft durch den Punkt $P(0|5)$.

1.4.1 Der Integralwert der gegebenen Kosinusfunktion hat im Intervall von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ den Wert 1. Wegen der Achsensymmetrie der Kosinuskurve muss damit für $a_1 = -\frac{\pi}{2}$ der Integralwert 2 entstehen.

Wegen der Periodizität der trigonometrischen Funktion und einem Integralwert von Null im Intervall von genau einer gesamten Periode, ist somit auch der Integralwert für $a_2 = a_1 - 2\pi = -\frac{5}{2}\pi$ gleich 2.

1.4.2 Das Schaubild der Funktion q geht aus dem Schaubild der Funktion p hervor durch:

1. Spiegelung von p an der x -Achse;
2. Verschiebung in x -Richtung um zwei Einheiten nach links.

A2 Stochastik Lösung

2.1 Bernoulliexperiment mit $B_{4;0,5}(X \geq 1)$.

$$B_{4;0,5}(X \geq 1) = 1 - B_{4;0,5}(X = 0) = 1 - \binom{4}{0} \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^4$$

$$B_{4;0,5}(X \geq 1) = 1 - 0,0625 = 0,9375 = 93,75 \%$$

Bei viermaliger Durchführung des Experiments gelingt dieses mindestens einmal **nicht** mit 95 %.

2.2 Nachweis über Vierfeldertafel (In der Tabelle sind die gegebenen Werte grün und die errechneten Werte rot dargestellt).

	A	$\bar{A}$	Σ
B	0,12	0,18	0,30
$\bar{B}$	0,28	0,42	0,70
Σ	0,40	0,60	1,00

Aus der Tabelle ergibt sich, dass $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$ und $P(A \cap B) = 0,12$ ist. Somit ist $P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12 = P(A \cap B)$.

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1 Die Richtungsvektoren von g_1 und g_2 sind kein Vielfaches voneinander, somit Prüfung auf Schnittpunkt oder windschief.

$$r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

	r	s	=
(1)	4	1	1
(2)	2	1	-6
(3)	0	-4	7

Aus (3) folgt: $-4s = 7$

$$s = -\frac{7}{4}$$

$s \rightarrow (2)$

$$2r - \frac{7}{4} = -6$$

$$2r = -\frac{17}{4}$$

$$r = -\frac{17}{8}$$

$r; s \rightarrow (1)$

$$4 \cdot \left(-\frac{17}{8}\right) - \frac{7}{4} \stackrel{?}{=} 1$$

$$-10,25 \neq 1$$

g_1 und g_2 sind windschief.

3.2 Eine Gerade g_3 , die sowohl g_1 als auch g_2 schneidet, verläuft z. Bsp. durch die beiden Aufpunkte von g_1 und g_2 .

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}; \quad t \in \mathbb{R}$$

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2017

- 3.3 Eine Gerade g_4 , die g_1 rechtwinklig schneidet, geht z. B. durch den Aufpunkt von g_1 und einem Richtungsvektor, der orthogonal zum Richtungsvektor von g_1 verläuft.

$$g_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} + q \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}; q \in \mathbb{R},$$

$$\text{denn } \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = 8 - 8 = 0, \text{ d. h. } \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Abstand von g_1 zur x_1x_2 -Ebene:

Der Abstand beträgt 2 LE.

(Lösungshinweis: Den Abstand erkennen wir am Aufpunkt und dem Richtungsvektor von g_1 . Der Richtungsvektor hat in x_3 keine Bewegung, die x_3 -Koordinate des Aufpunktes hat den Absolutwert 2.

Alternativ: Berechnung des Abstandes über die HNF.)

A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1

	x	y	z	$=$	
(1)	2	-3	1	4	
(2)	-1	1	1	1	(1) + 2 · (2)
(3)	0	2	3	6	

	x	y	z	$=$	
(1)	2	-3	1	4	
(2)	0	-1	3	6	
(3)	0	2	3	6	(3) + 2 · (2)

	x	y	z	$=$	
(1)	2	-3	1	4	
(2)	0	-1	3	6	
(3)	0	0	9	18	

$$9z = 18 \Rightarrow z = 2$$

$$z \rightarrow (2)$$

$$-y + 3 \cdot 2 = 6 \Rightarrow y = 0$$

$$y; z \rightarrow (1)$$

$$2x - 0 + 2 = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$\mathbb{L} = \{x|y|z(1; 0; 2)\}$$

- 3.2 Für die Multiplikation von Matrizen gilt allgemein die Regel:

$$A(m; n) \cdot B(n; k) = C(m; k)$$

Gegeben $A(2; 4)$

Daraus folgt: $C(2; k)$

Da C quadratisch sein muss, ist $k = 2$ und damit $B(4; 2)$

Die Matrix B hat 4 Zeilen und 2 Spalten.

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2017

3.3 Die Populationsmatrix lautet: $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$

$$\text{Anzahl nach 40 Tagen: } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10000 \\ 4000 \\ 600 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12000 \\ 5000 \\ 400 \\ 300 \end{pmatrix}$$

Nach 40 Tagen sind 12000 Eier, 5000 Larven, 400 Puppen und 300 Insekten vorhanden.

Begründung, weshalb die Population nicht ausstirbt:

$$\begin{aligned} P^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ P^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0,025 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ P^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0,025 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nach $4 \cdot 40 = 160$ Tagen wird wieder die Ausgangspopulation erreicht, da P^4 die Einheitsmatrix ist.

Somit kann die Population nicht aussterben.