Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2018

A1 Analysis Lösung

1.1 (1) Die Aussage ist wahr. K_f ist an der Stelle $x = 1$ rechtsgekrümmt.

(2) Durchschnittliche Änderungsrate: $\frac{f(3)-f(0)}{3} = \frac{2-0}{3} = \frac{2}{3}$

$f'(0) \approx 3$ (aus Schaubild abgelesen)

Die Aussage ist falsch.

(3) Die Aussage ist richtig, f hat an der Stelle $x = 0$ eine Nullstelle mit VTW von „-„ nach „+".

1.2 (1) $g(x) = (2x+1)^2$

abgeleitet mit der Kettenregel: $g'(x) = 4(2x+1)$

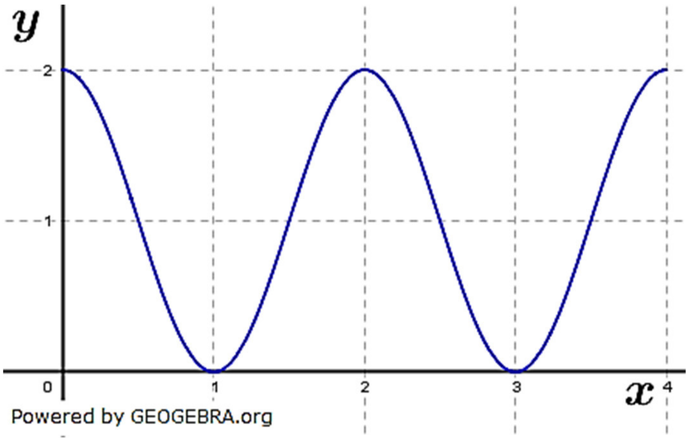
(2) $g(x) = (x+1) \cdot e^x$

abgeleitet mit der Produktregel: $g'(x) = e^x + (x+1) \cdot e^x = e^x \cdot (x+2)$

1.3.1 $h(x) = cos(\pi \cdot x) + 1$

$p = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

Amplitude $a = 1$, Verschiebung in y-Richtung $d = 1$.



1.3.2 $\int_0^2 h(x)\,dx = \left[\frac{1}{\pi} sin(\pi \cdot x) + x\right]_0^2 = \frac{1}{\pi} \cdot sin(2\pi) + 2 - \frac{1}{\pi} \cdot sin(0)$

$= 0 + 2 - 0 = 2$

A2 Stochastik Lösung

2. $p_{Elektro} = 0{,}1;\quad p_{\overline{Elektro}} = 0{,}9$

2.1 $300 \cdot 0{,}9 \cdot 5 = 1350.$

Man kann pro Tag $1.350{,}00$ *Kronen erwarten.*

2.2.1 A: Unter diesen Pkws ist genau ein Elektroauto.

$B_{3;0,1}(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^2 = 0{,}243$

B: Unter diesen Pkws ist mindestens ein Elektroauto.

$B_{3;0,1}(X \geq 1) = 1 - B_{3;0,1}(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \cdot 0{,}9^3 = 0{,}271$

2.2.2 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezählten Elektroautos an.
Es wird die Wahrscheinlichkeit gesucht, dass sich unter 100 zufällig vorbeifahrenden Autos höchstens zwei Elektroautos befinden.

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1

Gauß-Schema					
Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	1	4	
II	2	-1	3	3	II-I$\cdot 2$
III	0	3	-1	5	

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	1	4	
II‵	0	-3	1	-5	
III‵	0	3	-1	5	$\text{II}' + \text{III}'$

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	1	1	4	
II‵	0	-3	1	-5	
III‵‵	0	0	0	0	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:
Das LGS hat unendlich viele Lösungen.
Wir wählen eine Variable frei, z.B. $x_3 = t$

$x_3 \to II'$

$-3x_2 + t = -5$

$3x_2 = 5 + t \qquad | \quad :3$

$x_2 = \frac{5}{3} + \frac{t}{3}$

$x_2; x_3 \to (I)$

$x_1 + \frac{5}{3} + \frac{t}{3} + t = 4$

$x_1 + \frac{5}{3} + \frac{4}{3}t = 4$

$x_1 = \frac{7}{3} - \frac{4}{3}t$

Lösungsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} - \frac{4}{3}t \\ \frac{5}{3} + \frac{1}{3}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{5}{3} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{t}{3}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3.2 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

$(\vec{a} - \vec{b}) \circ \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

Wegen $(\vec{a} - \vec{b}) \circ \vec{a} = 0$ stehen die beiden Vektoren $\vec{a} - \vec{b}$ und $\vec{a}$ orthogonal aufeinander.

Fläche des Parallelogramms:

$A = |\vec{a} \times \vec{b}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{64 + 36} = 10$

Die Fläche des von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms beträgt $10\ FE$.

A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1

Gauß-Schema

Nr.	x_1	x_2	x_3	=	Operation
I	1	1	1	4	
II	2	−1	3	3	II-I· 2
III	0	3	-1	5	

Nr.	x_1	x_2	x_3	=	Operation
I	1	1	1	4	
II\`	0	−3	1	−5	
III\`	0	3	−1	5	$\mathrm{II}' + \mathrm{III}'$

Nr.	x_1	x_2	x_3	=	Operation
I	1	1	1	4	
II\`	0	−3	1	−5	
III\`\`	0	0	0	0	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:
Das LGS hat unendlich viele Lösungen.
Wir wählen eine Variable frei, z.B. $x_3 = t$

$x_3 \to II'$

$-3x_2 + t = -5$

$3x_2 = 5 + t \quad | \quad :3$

$x_2 = \frac{5}{3} + \frac{t}{3}$

$x_2; x_3 \to (I)$

$x_1 + \frac{5}{3} + \frac{t}{3} + t = 4$

$x_1 + \frac{5}{3} + \frac{4}{3}t = 4$

$x_1 = \frac{7}{3} - \frac{4}{3}t$

Lösungsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} - \frac{4}{3}t \\ \frac{5}{3} + \frac{1}{3}t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{5}{3} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{t}{3}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3.2 $(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{A}) \cdot (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}) = (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E} - \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A} \quad | \quad +\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$

$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{A} \quad | \quad \cdot \boldsymbol{A}^{-1}$ von rechts

$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A}^{-1} - \boldsymbol{A}^2 \cdot \boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}^{-1} + \boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}$