Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2019

A1 Analysis Lösung

1.1 Nullstellen mit $f(x)=0$:

$3x^3-27x=0$

$x(3x^2-27)=0$

$x_1=0$ | Satz vom Nullprodukt

$3x^2-27=0$

$x^2=9$

$x_2=3;\quad x_3=-3$

$\mathbb{L}=\{-3;0;3\}$

1.2 $g'(3)=2; g''(3)=0;\ \ g'''(3)\neq 0$:

Die Funktion hat an der Stelle $x_0=3$ einen Wendepunkt mit der Steigung $m=2$.

1.3.1 Stellen waagrechter Tangenten mit $h'(x)=0$:

$h'(x)=2e^{2x}-4$

$2e^{2x}-4=0$

$e^{2x}=2$

$2x=ln(2)\Longrightarrow\quad x=\frac{1}{2}ln(2)$

$h\left(\frac{1}{2}ln(2)\right)=e^{2\cdot\frac{1}{2}ln(2)}-4\cdot\frac{1}{2}ln(2)$

$h\left(\frac{1}{2}ln(2)\right)=2-2\cdot ln(2)=2(1-ln(2))$

Der Punkt hat die Koordinaten $P(\frac{1}{2}ln(2)|2(1-ln(2))$.

1.3.2 $H(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$

$5=\frac{1}{2}e^0-2\cdot 0+C$ | Punktprobe mit $P(0|5)$

$5=\frac{1}{2}+C\Longrightarrow\quad C=4{,}5$

Die Funktion $H(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+4{,}5$ *verläuft durch den Punkt* $P(0|5)$.

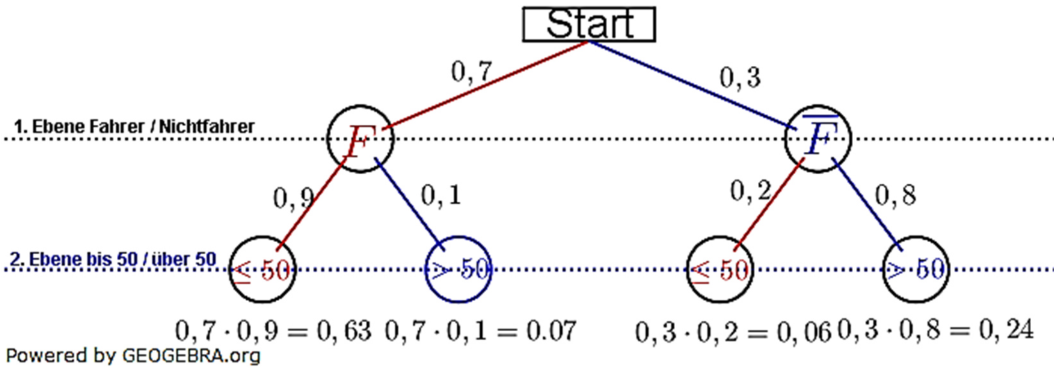
1.4.1 Der Integralwert der gegebenen Kosinusfunktion hat im Intervall von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ den Wert 1. Wegen der Achsensymmetrie der Kosinuskurve muss damit für $a_1=-\frac{\pi}{2}$ der Integralwert 2 entstehen.
Wegen der Periodizität der trigonometrischen Funktion und einem Integralwert von Null im Intervall von genau einer gesamten Periode, ist somit auch der Integralwert für $a_2=a_1-2\pi=-\frac{5}{2}\pi$ gleich 2.

1.4.2 Das Schaubild der Funktion q geht aus dem Schaubild der Funktion p hervor durch:

1. Spiegelung von an der x-Achse;
2. Verschiebung in x-Richtung um zwei Einheiten nach links.

A2 Stochastik Lösung

2.1 Baumdiagramm:



2.2 Aus dem Baumdiagramm leiten wir her:
A: „Ein Besucher des Freizeitparks ist über Jahre alt.“
$P(A) = 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}04 + 0{,}24 = 0{,}31$

2.2.1 *Frage im Sachzusammenhang:*
Wir groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 12 zufällig ausgewählten Parkbesuchern mindestens 11 Personen mit der Super-Achterbahn fahren?

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1

Gauß-Schema

Nr.	x	y	z	$=$	Operation
I	1	1	0	$\frac{5}{3}$	
II	0	1	-2	1	
III	0	1	1	2	III-II

Nr.	x	y	z	$=$	Operation
I	1	1	0	$\frac{5}{3}$	
II	0	1	-2	1	
III	0	0	3	1	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$3z = 1$

$Z = \frac{1}{3}$

$z \to II$:

$y - 2 \cdot \frac{1}{3} = 1 \qquad | \quad + \frac{2}{3}$

$y = \frac{5}{3}$

$y \to I$:

$x + \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \qquad | \quad - \frac{5}{3}$

$x = 0$

$\mathbb{L} = \left\{ x; y; z \middle| 0; \frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right\}$

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2019

3.2.1 $g\colon\ \vec{x}=\begin{pmatrix}5\\1\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}$

Die Gerade g verläuft parallel zur x_1x_3-Ebene, weil die x_2-Komponente des Richtungsvektors gleich 0 ist.

Zweite Gerade parallel zu g mit Abstand 5 von g:

Da g partallel zur x_1x_3-Ebene, muss g löediglich um $5\,LE$ in $x-2$-Richtung entweder nach links oder nach rechts verschoben werden. Der Richtungsvektor wird beibehalten, der Aufpunkt wird entsprechend angepasst:

$h\colon\ \vec{x}=\begin{pmatrix}5\\6\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}$ oder

$h^*\colon\ \vec{x}=\begin{pmatrix}5\\-4\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix};\ r\in\mathbb{R}$

3.2.2 Abstand Punkt $P(0|0|0)$ zu g (über Formel):

$d(P;g)=\frac{|\overrightarrow{PP_1}\times\overrightarrow{rv_g}|}{|\overrightarrow{rv_g}|}$ mit $\overrightarrow{PP_1}$ als Vektor zwischen P und dem Aufpunkt der Geraden sowie $\overrightarrow{rv_g}$ als Richtungsvektor der Geraden.

$\overrightarrow{PP_1}=\begin{pmatrix}5-0\\1-0\\1-0\end{pmatrix};\ \overrightarrow{rv_g}=\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix};\ \ \overrightarrow{PP_1}\times\overrightarrow{rv_g}=\begin{pmatrix}3\\-13\\-2\end{pmatrix}$

$d(P;g)=\frac{\sqrt{9+169+4}}{\sqrt{4+9}}=\sqrt{\frac{182}{13}}=\sqrt{14}$

Der Abstand von g zum Urpsrung beträgt $\sqrt{14}\,LE$.

A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1

Gauß-Schema

Nr.	x	y	z	$=$	Operation
I	1	1	0	$\frac{5}{3}$	
II	0	1	-2	1	
III	0	1	1	2	III-II

Nr.	x	y	z	$=$	Operation
I	1	1	0	$\frac{5}{3}$	
II	0	1	-2	1	
III	0	0	3	1	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:

$3z=1$

$Z=\frac{1}{3}$

$z\to II\colon\quad y-2\cdot\frac{1}{3}=1 \qquad | \quad +\frac{2}{3}$

$y=\frac{5}{3}$

$y\to I\colon\quad x+\frac{5}{3}=\frac{5}{3} \qquad | \quad -\frac{5}{3}$

$x=0$

$\mathbb{L}=\left\{x;y;z\,\middle|\,0;\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right\}$

3.2.1 Berechnen der Werte für a und b:

$\begin{pmatrix} a & 2 \\ b & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a^2 + 2b & 2a \\ ab & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Daraus folgt:

$2a = 0 \;\; ==> \;\; a = 0$

$2b = 1 \;\; ==> \;\; b = \frac{1}{2}$

3.2.2 Auflösen der Matrizengleichung $(\boldsymbol{A^2} - \boldsymbol{2X})\boldsymbol{A} = \boldsymbol{2XA}$ nach $\boldsymbol{X}$:

Gemäß 3.2.1 ist $\boldsymbol{A^2} = \boldsymbol{E}$**.**

$(\boldsymbol{E} - 2\boldsymbol{X})\boldsymbol{A} = 2\boldsymbol{XA}$

$\boldsymbol{EA} - \boldsymbol{2XA} = 2\boldsymbol{XA}$

$\boldsymbol{EA} = 4\boldsymbol{XA}$ | $\cdot \boldsymbol{A^{-1}}$ von rechts

$\boldsymbol{E} = 4\boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{X} = \frac{1}{4}\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0 \\ 0 & 0{,}25 \end{pmatrix}$