Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2020

Aufgabe A1 Analysis

1.1 Geben Sie die Nullstellen des Polynoms p mit $p(x) = x^3 - 100x;\ x \in \mathbb{R}$ an.
Erstellen Sie ohne weitere Rechnung eine Skizze des Schaubilds von p.
(4P)

1.2 Die folgende Tabelle enthält Funktionswerte und Werte der ersten beiden Ableitungen einer Polynomfunktion h vom Grad 4. Das Schaubild von h ist K.

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$
$h(x)$	$2{,}375$	-2	$-1{,}625$	-1	$-1{,}625$	-2	$2{,}375$
$h'(x)$	-18	-2	2	0	-2	2	18
$h''(x)$	48	18	0	-6	0	18	48

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind und begründen Sie Ihre Entscheidungen ohne Funktionsterme zu berechnen.
(1) $P(-1|2)$ liegt auf K.
(2) K besitzt zwei Wendepunkte.
(3) K besitzt drei Punkte mit waagrechter Tangente. (6P)

1.3 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 3\,sin\left(2 \cdot \left(x + \frac{\pi}{12}\right)\right);\ x \in \mathbb{R}$.

1.3.1 Geben Sie zwei benachbarte Wendepunkte des Schaubildes von f an.
(3P)

1.3.2 Ermitteln Sie einen Wert für $b > 10$, für den gilt: $\int_1^b f(x)\,dx = 0$. (2P)

Aufgabe A2 Stochastik

2. Ein Glücksrad besteht aus drei Sektoren unterschiedlicher Größe. Der rote Sektor nimmt die Hälfte des Glücksrads ein, der weiße Sektor ein Drittel und der grüne Sektor den Rest.
Dreht man das Glücksrad, so zeigt beim Stillstand ein Pfeil auf genau einen der drei Sektoren.

2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses:
A: Bei viermaligem Drehen zeigt der Pfeil genau einmal auf den weißen Sektor. (2P)

2.2 Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis B mit der Wahrscheinlichkeit $P(B) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$ an. (2P)

2.3 Bei einem Spiel wird das Glücksrad einmal gedreht. Der Einsatz beträgt 2 Euro.
Zeigt der Pfeil auf den roten Sektor, so erhält man keine Auszahlung.
Zeigt der Pfeil auf den weißen Sektor, so beträgt die Auszahlung 2 Euro.
Zeigt der Pfeil auf den grünen Sektor erhält man den Hauptgewinn.
Bestimmen Sie, wie hoch beim Hauptgewinn die Auszahlung sein muss, damit es sich um ein faires Spiel handelt. (3P)

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) 2020

Aufgabe A3 Vektorgeometrie

3. Gegeben sind die Punkte $A(1|-1|2)$ und $B(-1|-3|4)$ sowie der Punkt $M(0|-2|3)$, der auf der Gerade g durch A nach B liegt.
Die Ebene E ist gegeben durch $E: -x_1 - x_2 + x_3 = 5$.

3.1 Zeigen Sie, dass E den Punkt M enthält und dass E orthogonal zu g ist. (3P)

3.2 Vom Punkt $C(3|1|0)$ ist bekannt, dass er auf g liegt.
Bestimmen Sie den Punkt D auf g (mit $D \neq C$), der von M den gleichen Abstand wie C hat. (2P)

3.3 Begründen Sie, dass für jeden Punkt P von E gilt: $|\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}|$. (3P)

Aufgabe A3 Matrizen und Prozesse

3.1 Betrachtet werden die Matrizen $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{D}$.
$\boldsymbol{A}$ hat 3 Zeilen und 7 Spalten, d.h. das Format von $\boldsymbol{A}$ ist 3 x 7.
$\boldsymbol{B}$ hat das Format 7 x 2 und $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{C}$ hat das Format 3 x 4.

Geben Sie das Format der Matrix $\boldsymbol{C}$ an. (2P)

3.2 Betrachtet wird eine Matrix $\boldsymbol{Q}$ und ihre Inverse $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Q}^{-1}$.
Vereinfachen Sie den Term $(\boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{Q} \cdot (\boldsymbol{4} \cdot \boldsymbol{Q}) - \boldsymbol{2} \cdot \boldsymbol{Q} \cdot \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{Q}) \cdot \boldsymbol{R}$ so weit wie möglich. (2P)

3.3 Gegeben sind die Matrizen
$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & c \end{pmatrix}$; $\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ a \cdot (a-1) & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; $\boldsymbol{Z} = \begin{pmatrix} 9 & b^2 \\ 12 & 11 \end{pmatrix}$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.
Es gilt $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{Y}$.
Bestimmen Sie alle möglichen Werte für a, b und c.
Geben Sie die Anzahl der Lösungen in der Form $(a; b; c)$ an. (4P)