*Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 3*

## A1 Analysis Lösung

1.1 a) Die Aussage ist richtig. Das Schaubild hat an der Stelle $x = 0$ negativ Steigung.

b) Die Aussage ist richtig. Das Schaubild hat an der Stelle $x = -2$ den Funktionswert $0{,}5$.

c) Die Aussage ist richtig. Das Schaubild hat an der Stelle $x = -3$ einen Tiefpunkt.

d) Die Aussage ist falsch. Das Schaubild ist an der Stelle $x = 3$ rechtsgekrümmt, damit ist die zweite Ableitung an dieser Stelle negativ.

1.2 Waagrechte Tangenten mit $f'(x) = 0$.

$f'(x) = x^4 + x^2 - 6$

$x^4 + x^2 - 6 = 0$

$x_{1,2}^2 = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1^2 = 2; \quad x_2^2 = -3$

$x_1^2 = 2 \qquad | \quad \sqrt{\ }$

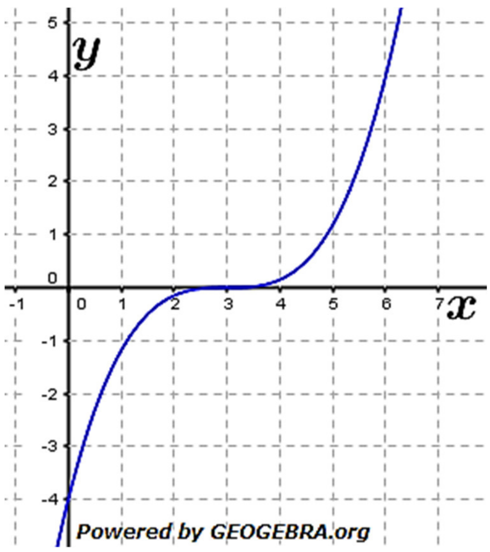
$x_1 = \sqrt{2}; \quad x_2 = -\sqrt{2}$

$x_2^2 = -3$ hat keine Lösung.

*Das zugehörige Schaubild hat an den Stellen $x_1 = \sqrt{2}$ und $x_1 = -\sqrt{2}$ waagrechte Tangenten.*

1.3 $g(3) = 0$ ist eine Nullstelle bei $x = 3$. Da $\int_0^6 g(x)\ dx = 0$ sein soll, muss z. B. die Fläche, die das Schaubild im Intervall $I = [0; 3]$ unterhalb der $x$-Achse mit der $x$-Achse einschließt, genauso groß sein wie die Fläche, die das Schaubild im Intervall $I = [3; 6]$ oberhalb der $x$-Achse mit der $x$-Achse einschließt. Dies kann beispielsweise über das folgende Polynom dritten Grades dargestellt werden:

$g(x) = \frac{4}{27}(x - 3)^3$




1.4 Die Kosinusfunktion ist symmetrisch zur $y$-Achse. Somit muss $S$ ein Hoch- und $T$ ein Tiefpunkt sein. Hieraus errechnet sich die Amplitude $a$:

$a = \frac{y_{HP} - Y_{TP}}{2} = \frac{3-0}{2} = 1{,}5$

Verschiebung $d$ in $y$-Richtung:

$d = \frac{y_{HP} + Y_{TP}}{2} = \frac{3+0}{2} = 1{,}5$

Periode $p$:

$p = 2 \cdot (x_{TP} - x_{HP}) = 2 \cdot (3 - 0) = 6$

$b = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$

Ein möglicher Funktionsterm lautet:

$f(x) = 1{,}5\, cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) + 1{,}5$

*Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 3*

## A2 Stochastik Lösung

2.1 $B_{5;p}(X=4)=\binom{5}{4}\cdot p^4\cdot(1-p)=5\cdot p^4\cdot(1-p)$
$P(B)=p^2\cdot(1-p)^3$
$B_{5;p}(X\leq 4)=1-B_{5;p}(X=5)=1-p^5$

2.2 Voraussetzung für eine Bernoullikette ist eine sich nicht ändernde Trefferwahrscheinlichkeit. Dies ist hier nicht der Fall, da die Trefferwahrscheinlichkeit des Biathleten sowohl von physischen als auch psychischen Umständen abhängt. Zudem ist die Trefferwahrscheinlichkeit auch stets von Naturbegebenheiten, wie z. B. dem Wind, abhängig.

## A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1 Zur Bestimmung des Schnittpunktes benötigen wir die Gleichungen der Gerade sowie der Ebene.
Geradengleichung durch $A$ und $B$:

$$g:\ \vec{x}=\overrightarrow{OA}+t\cdot\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}$$

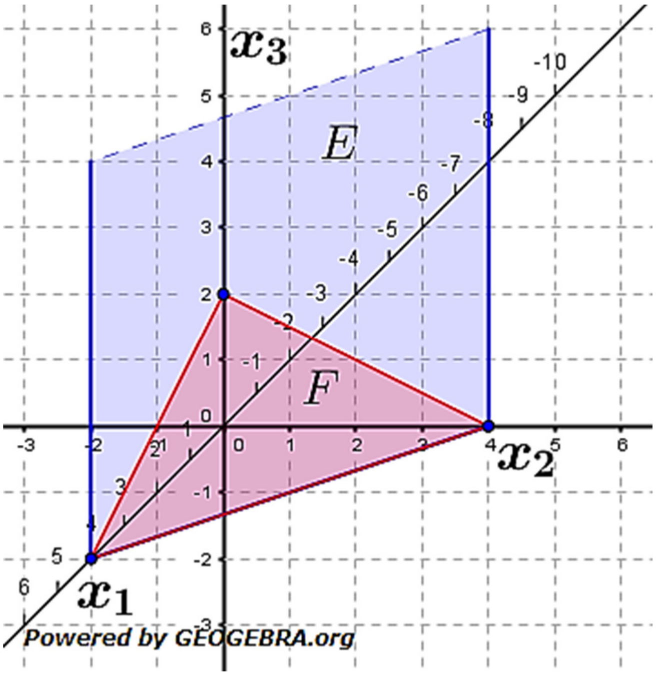
Ebenengleichung:
Da die Gerade orthogonal zur Ebene verläuft, hat die Ebene den Richtungsvektor der Geraden als Normalenvektor.
$E:\ x_1-2x_2-3x_3=d$
$4-2\cdot 3-3\cdot(-8)=d$ | Punktprobe mit $C(4|3|-8)$.
$d=22$
$E:\ x_1-2x_2-3x_3=22$
Schnittpunkt von $E$ und $g$:
$E\cap g$:
$x_1=1+t;\quad x_2=-1-2t;\quad x_3=3-3t$
$x_1;x_2;x_3\longrightarrow\ E$:
$1+t-2(-1-2t)-3(3-3t)=22$
$-6+14t=22$
$14t=28\Longrightarrow\ t=2$
$t\ \longrightarrow\ g$:

$$\overrightarrow{OS}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-5\\-3\end{pmatrix}$$

Der Schnittpunkt liegt bei $S(3|{-5}|-3)$.
Lage von $S$:
Wegen $t>1$ liegt der Punkt $S$ nicht zwischen $A$ und $B$.

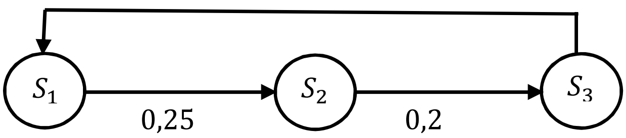
3.2 Spurpunkte von $E$:
$S_{x_{1E}}(4|0|0)$
$S_{x_{2E}}(0|4|0)$

Spurpunkte von $F$:
$S_{x_{1F}}(4|0|0)$
$S_{x_{2F}}(0|4|0)$
$S_{x_{3F}}(0|0|2)$




## A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1.1 Übergangsdiagramm:




3.1.2 Stationäre Verteilung: $\boldsymbol{A}\cdot\vec{x}=\vec{x}$

$$\boldsymbol{A}\cdot\vec{x}=\begin{pmatrix}0&0&20\\0{,}25&0&0\\0&0{,}2&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}200\\50\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}200\\50\\10\end{pmatrix}$$

Somit gilt $\boldsymbol{A}\cdot\vec{x}=\vec{x}$.
Die gegebene Verteilung wiederholt sich von Monat zu Monat.

3.1.3 Es gilt ja $0{,}25\cdot 0{,}2\cdot 20=1$.
Somit liegt hier eine zyklische Population mit einem dreimonatigen Zyklus vor. Jede beliebige Startverteilung wiederholt sich nach drei Monaten.
Nur bestimmte Verteilungen, beispielsweise $\begin{pmatrix}200\\50\\10\end{pmatrix}$, wiederholen sich monatlich.

3.2 3.1

| **Gauß-Schema** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nr. | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $=$ | Operation |
| I | 1 | 2 | 2 | 18 | |
| II | 1 | 1 | 1 | 10 | I-II |
| III | 0 | 1 | 1 | 8 | |

| Nr. | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $=$ | Operation |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 | 2 | 2 | 18 | |
| II‘ | 0 | 1 | 1 | 8 | |
| III‘ | 0 | 1 | 1 | 8 | $\mathrm{II}' - \mathrm{III}'$ |

| Nr. | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $=$ | Operation |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 | 2 | 2 | 18 | |
| II‘ | 0 | 1 | 1 | 8 | |
| III‘‘ | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen das Ergebnis ab:
Die dritte Zeile enthält nur noch Nullen, das LGS hat unendlich viele Lösungen. In der zweiten Zeile ist ein Parameter frei wählbar, z. B. $x_3 = t$. Daraus ergibt sich:

$x_2 = 8 - t$
$x_1 + 2(8 - t) + 2t = 18$
$x_1 = 2$

Lösungsvektor: $\mathbb{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 8 - t \\ t \end{pmatrix} \right\}$