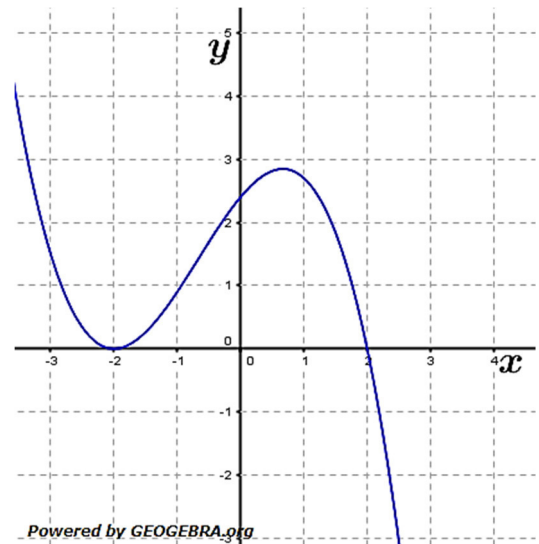




A1 Analysis

- 1.1 Erläutere anhand einer Skizze, ob das Integral $\int_0^\pi \cos(x) dx$ größer, kleiner oder gleich Null ist. **3P**
- 1.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = \sin(x) + x$ bei $x = \pi$ einen Sattelpunkt aufweist. **4P**
- 1.3 Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 3 \cdot e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von g , die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = 4$ begrenzen eine Fläche. Berechne den Inhalt dieser Fläche. **4P**
- 1.4 Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion h . Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe. **5P**
- a) Die erste Ableitung von h nimmt für $0 < x < 2$ nur positive Werte an.
 - b) $3 < \int_0^2 h(x) dx < 6$
 - c) Die zweite Ableitung von h wechselt im Bereich $-2 < x < 1$ das Vorzeichen von plus nach minus.
- 1.5 Bilde die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = (5x + 1) \cdot e^{2x}$; $x \in \mathbb{R}$. **2P**



Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 4

A2 Stochastik

2. Ein Glücksrad hat drei farbige Sektoren, die beim einmaligen Drehen mit folgender Wahrscheinlichkeit angezeigt werden:

Rot: 20 % Grün: 30 % Blau: 50 %.

Das Glücksrad wird n -mal gedreht.

Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft die Farbe Rot angezeigt wird.

2.1 Begründen Sie, dass X binomialverteilt ist. **2P**

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
$P(X = k)$	0,01	0,06	0,14	0,21	0,22	0,17	0,11	0,05	...

2.2 Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird. **2P**

2.3 Entscheide, welcher der folgenden Werte von n der Tabelle zugrunde liegen kann: 20, 25 oder 30. **2P**
Begründe deine Entscheidung.

A3 Vektorgeometrie

(Nur zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet Vektorgeometrie im Unterricht behandelt).

3.1 Gegeben sind die Punkte $A(2|4|1)$, $B(0|2|-1)$, $C(4|-2|1)$ und $D(-1|9|0)$. **3P**
Überprüfe, ob die vier Punkte in einer Ebene liegen.

3.2 Gegeben sind die Gleichungen von 2 parallelen Geraden. **3P**
Beschreibe, auch mithilfe einer Skizze, wie man die Gleichung einer Ebene enthält, in welcher die Geraden liegen.

A3 Matrizen und Prozesse

(Nur zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet Matrizen/Prozesse im Unterricht behandelt).

3.1 Berechne die Inverse zu $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. **2P**

3.2 „Da die Division zweier Matrizen nicht definiert ist, benötigt man inverse Matrizen, um Matrixgleichungen zu lösen.“ **1P**
Erläutere diese Aussage anhand einer selbst gewählten Matrixgleichung.

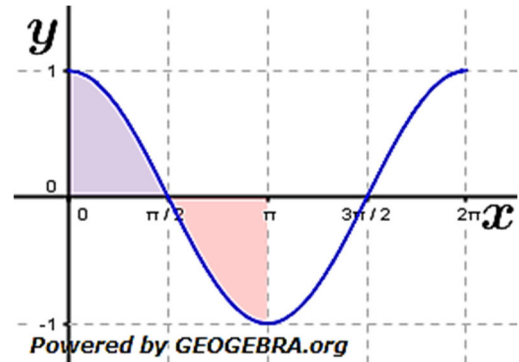
3.3 Berechne X aus $AX - A = X$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. **3P**

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 4

A1 Analysis Lösung

1.1 $\int_0^{\pi} \cos(x) dx = 0.$

Wie aus der Grafik ersichtlich, ist die Fläche oberhalb der x -Achse im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ gleich groß wie die Fläche unterhalb der x -Achse im Intervall $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi.$



1.2 Nachweis Sattelpunkt mithilfe $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$:

$$f'(x) = \cos(x) + 1$$

$$f''(x) = -\sin(x)$$

$$f'''(x) = -\cos(x)$$

$$f'(\pi) = \cos(\pi) + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$f''(\pi) = -\sin(\pi) = 0$$

$$f'''(\pi) = -\cos(\pi) \neq 0$$

Alle Bedingungen sind erfüllt, das Schaubild von f hat bei $x = \pi$ einen Sattelpunkt.

1.3 $A = \int_0^4 3 \cdot e^{-x} dx = [-3 \cdot e^{-x}]_0^4 = -3e^{-4} - (-3e^0) = 3 - \frac{3}{e^4}$

- 1.4 a) Die Aussage ist falsch. Das Schaubild hat im Bereich $0 < x < 2$ einen Hochpunkt, somit hat die erste Ableitung dort eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel.
- b) Die Aussage ist richtig, die Fläche unter dem Schaubild im Intervall $0 \leq x \leq 2$ ist größer als 3 und kleiner als 6 Flächeneinheiten.
- c) Die Aussage ist richtig, das Schaubild hat im Intervall $-2 < x < 1$ einen Wendepunkt, in dem sich die Krümmung von linksdrehend auf rechtsdrehend ändert.

1.5 Produktregel erforderlich.

$$u = 5x + 1$$

$$u' = 5$$

$$v = e^{2x}$$

$$v' = 2e^{2x}$$

$$f'(x) = u'v + v'u = 5e^{2x} + 2(5x + 1)e^{2x} = e^{2x}(5 + 10x + 2) = e^{2x}(10x + 7)$$

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 4

A2 Stochastik Lösung

2.1 X ist binomialverteilt, da das Experiment nur die Ergebnisse „Rot“ und „ $\overline{\text{Rot}}$ “ hat und die Wahrscheinlichkeit für „Rot“ stets 20% ist (Ziehen mit Zurücklegen, die Ereignisse sind unabhängig voneinander).

2.2 Sei A : „Mindestens dreimal Rot wird angezeigt“, dann gilt:

$$\begin{aligned} P(A) &= B_{n;0,2}(x \geq 3) = 1 - B_{n;0,2}(x \leq 2) \\ &= 1 - (B_{n;0,2}(x = 0) + B_{n;0,2}(x = 1) + B_{n;0,2}(x = 2)) \\ &= 1 - (0,01 + 0,06 + 0,14) = 0,21 \quad | \quad \text{Werte aus Tabelle} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird, beträgt 79%.

2.3 Es gilt $\mu = n \cdot p$.

Der höchste Tabellenwert liegt bei $k = 4$, also ist $\mu = 4$.

$$n = \frac{\mu}{p} = \frac{4}{0,2} = 20$$

Der Tabelle liegt der Wert $n = 20$ zugrunde.

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1 Prüfung, ob vier gegebene Punkte in einer Ebene liegen:

Einfache Lösung:

Vier Punkte liegen dann in einer Ebene, wenn gilt:

$$|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \circ \overrightarrow{AD}| = 0$$

$$(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -4 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{pmatrix} -12 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix} \circ \overrightarrow{AD} \right| = \left| \begin{pmatrix} -12 \\ -4 \\ 16 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = 36 - 20 - 16 = 0$$

Umständliche Lösung:

Ebenengleichung:

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Punktprobe mit $D(-1|9|0)$ ergibt das LGS:

$$(1) \quad -1 = 2 - 2r + 2s$$

$$(2) \quad 9 = 4 - 2r - 6s$$

$$(3) \quad 0 = 1 - 2r \Rightarrow r = 0,5$$

$$r \rightarrow (1)$$

$$-1 = 2 - 2 \cdot 0,5 + 2s \Rightarrow s = -1$$

$$r; s \rightarrow (2)$$

$$(2) \quad 9 = 4 - 2 \cdot 0,5 - 6 \cdot (-1) = 9$$

Das LGS hat eine eindeutige Lösung.

Die Punkte A , B , C und D liegen in einer Ebene.

Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 4

3.2 Für die Gleichungen von 2 parallelen Geraden gilt:

$$g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \vec{u},$$

$$h: \vec{x} = \overrightarrow{OB} + s \cdot \vec{u}$$

Für eine Ebene, in der beide Geraden verlaufen, gilt:

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \overrightarrow{AB}$$

Wir erhalten die Gleichung einer Ebene E , indem wir – ausgehend von der Geraden g , den Verbindungsvektor der beiden Stützpunkte als weiteren Richtungsvektor verwenden.

Abituraufgaben Teil 1 (ohne t

3.2 Spurpunkte von E :

$$S_{x_1E} (4|0|0)$$

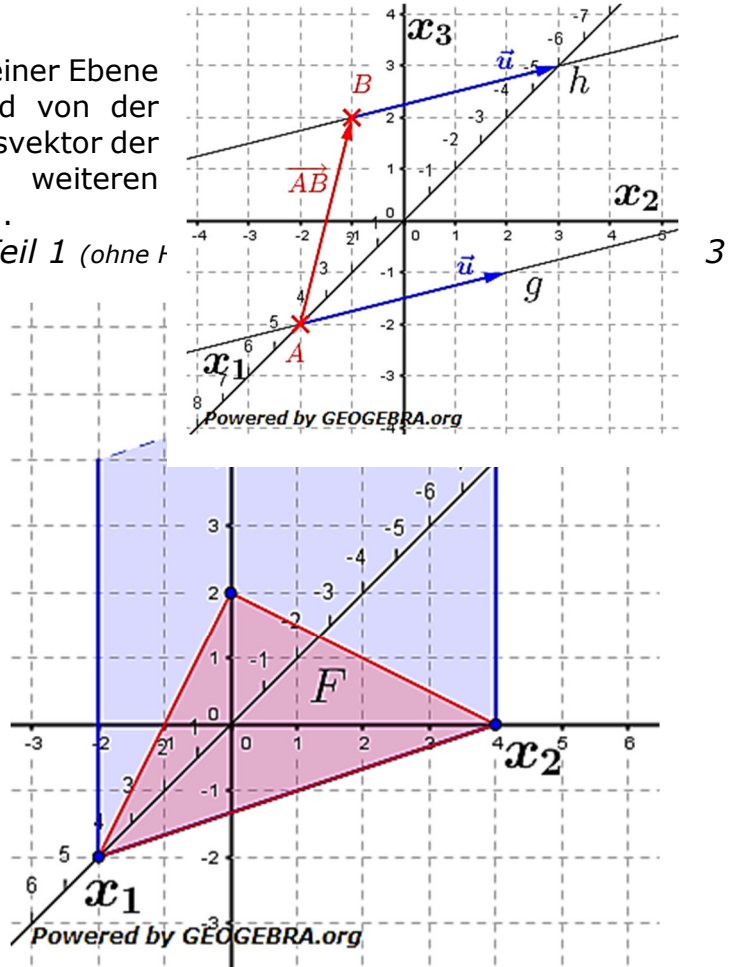
$$S_{x_2E} (0|4|0)$$

Spurpunkte von F :

$$S_{x_1F} (4|0|0)$$

$$S_{x_2F} (0|4|0)$$

$$S_{x_3F} (0|0|2)$$



A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1 Berechnung der Inversen von $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0,5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3.2 Selbst gewählte Matrixgleichung:

$$A \cdot X = B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$| \cdot A^{-1} \text{ von links}$$

$$| A^{-1} \cdot A = E$$

3.3 $AX - A = X$

$$AX - X = A$$

$$(A - E) \cdot X = A$$

$$X = (A - E)^{-1} \cdot A$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0,5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

| Sortieren

| Ausklammern, $\cdot (A - E)^{-1}$ von links

| mit $(A - E)^{-1} = B^{-1}$