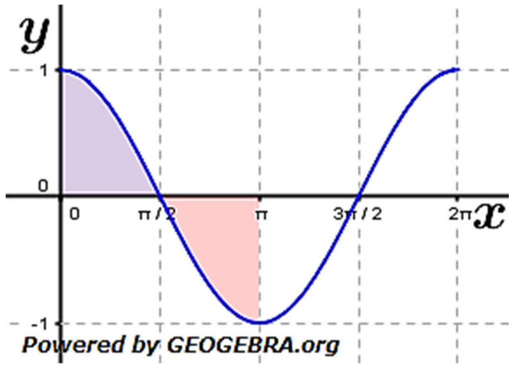
Abituraufgaben Teil 1 BG *(ohne Hilfsmittel)* *Mustersatz 4*

A1 Analysis Lösung

1.1 $\int_0^{\pi} cos(x)\ dx = 0$.

Wie aus der Grafik ersichtlich, ist die Fläche oberhalb der x-Achse im Intervall $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ gleich groß wie die Fläche unterhalb der x-Achse im Intervall $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.



1.2 Nachweis Sattelpunkt mithilfe $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$:

$f'(x) = cos(x) + 1$
$f''(x) = -sin(x)$
$f'''(x) = -cos(x)$
$f'(\pi) = cos(\pi) + 1 = -1 + 1 = 0$
$f''(\pi) = -sin(\pi) = 0$
$f'''(\pi) = -cos(\pi) \neq 0$

Alle Bedingungen sind erfüllt, das Schaubild von f hat bei $x = \pi$ einen Sattelpunkt.

1.3 $A = \int_0^4 3 \cdot e^{-x} dx = [-3 \cdot e^{-x}]_0^4 = -3e^{-4} - (-3e^0) = 3 - \frac{3}{e^4}$

1.4 a) Die Aussage ist falsch. Das Schaubild hat im Bereich $0 < x < 2$ einen Hochpunkt, somit hat die erste Ableitung dort eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel.

b) Die Aussage ist richtig, die Fläche unter dem Schaubild im Intervall $0 \leq x \leq 2$ ist größer als 3 und kleiner als 6 Flächeneinheiten.

c) Die Aussage ist richtig, das Schaubild hat im Intervall $-2 < x < 1$ einen Wendepunkt, in dem sich die Krümmung von linksdrehend auf rechtsdrehend ändert.

1.5 Produktregel erforderlich.

$u = 5x + 1$	$u' = 5$
$v = e^{2x}$	$v' = 2e^{2x}$

$f'(x) = u'vb + v'u = 5e^{2x} + 2(5x + 1)e^{2x} = e^{2x}(5 + 10x + 2) = e^{2x}(10x + 7)$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

A2 Stochastik Lösung

2.1 X ist binomialverteilt, da das Experiment nur die Ergebnisse „Rot" und „$\overline{Rot}$" hat und die Wahrscheinlichkeit für „Rot" stets $20\,\%$ ist (Ziehen mit Zurücklegen, die Ereignisse sind unabhängig voneinander).

2.2 Sei A: „Mindestens dreimal Rot wird angezeigt", dann gilt:

$$P(A) = B_{n;0,2}(x \geq 3) = 1 - B_{n;0,2}(x \leq 2)$$
$$= 1 - \left(B_{n;0,2}(x=0) + B_{n;0,2}(x=1) + B_{n;0,2}(x=2)\right)$$
$$= 1 - (0{,}01 + 0{,}06 + 0{,}14) = 0{,}21 \qquad | \qquad \text{Werte aus Tabelle}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird, beträgt $79\,\%$.

2.3 Es gilt $\mu = n \cdot p$.
Der höchste Tabellenwert liegt bei $k = 4$, also ist $\mu = 4$.

$$n = \frac{\mu}{p} = \frac{4}{0{,}2} = 20$$

Der Tabelle liegt der Wert $n = 20$ *zugrunde.*

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1 Prüfung, ob vier gegebene Punkte in einer Ebene liegen:

Einfache Lösung:
Vier Punkte liegen dann in einer Ebene, wenn gilt:

$$\left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \circ \overrightarrow{AD}\right| = 0$$

$$\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) = \begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\-6\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-12\\-4\\16\end{pmatrix}$$

$$\left|\begin{pmatrix}-12\\-4\\-16\end{pmatrix} \circ \overrightarrow{AD}\right| = \left|\begin{pmatrix}-12\\-4\\16\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}-3\\5\\-1\end{pmatrix}\right| = 36 - 20 - 16 = 0$$

Umständliche Lösung:
Ebenengleichung:

$$E\colon\ \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\-6\\0\end{pmatrix}$$

Punktprobe mit $D(-1|9|0)$ ergibt das LGS:

(1) $\quad -1 = 2 - 2r + 2s$
(2) $\quad 9 = 4 - 2r - 6s$
(3) $\quad 0 = 1 - 2r \implies r = 0{,}5$

$r \longrightarrow$ (1)
$-1 = 2 - 2 \cdot 0{,}5 + 2s \implies s = -1$
$r; s \longrightarrow$ (2)
(2) $\quad 9 = 4 - 2 \cdot 0{,}5 - 6 \cdot (-1) = 9$

Das LGS hat eine eindeutige Lösung.

Die Punkte A, B, C und D liegen in einer Ebene.

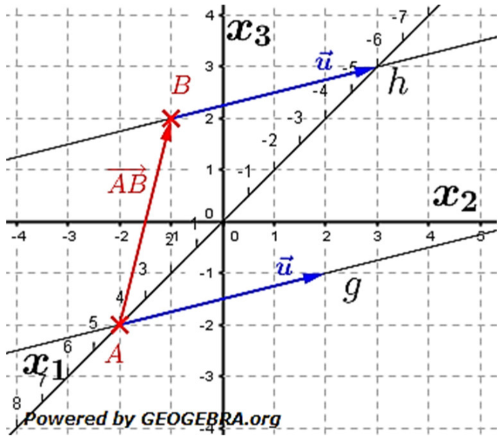
3.2 Für die Gleichungen von 2 parallelen Geraden gilt:

$g\colon\ \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \vec{u}$,

$h\colon\ \vec{x} = \overrightarrow{OB} + s \cdot \vec{u}$

Für eine Ebene, in der beide Geraden verlaufen, gilt:

$E\colon\ \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \overrightarrow{AB}$



Wir erhalten die Gleichung einer Ebene E, indem wir – ausgehend von der Geraden g, den Verbindungsvektor der beiden Stützpunkte als weiteren Richtungsvektor verwenden.

3.2 Spurpunkte von E:

$S_{x_{1E}}(4|0|0)$

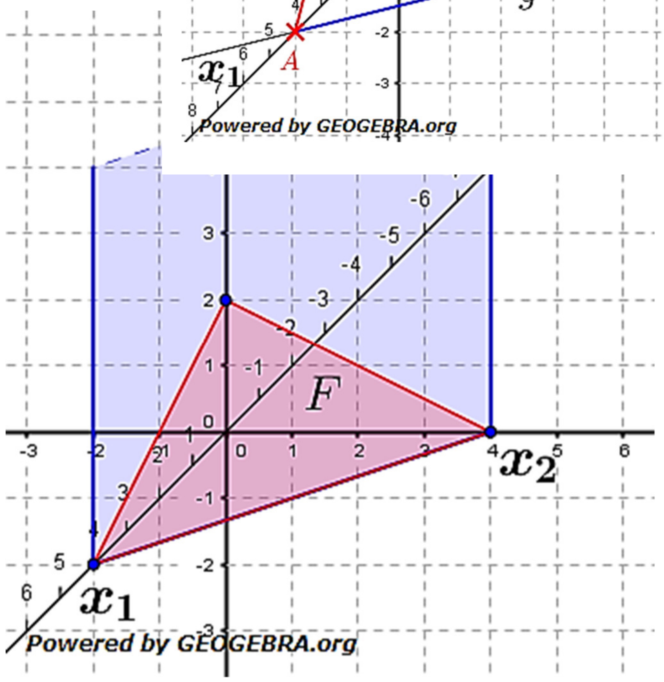
$S_{x_{2E}}(0|4|0)$

Spurpunkte von F:

$S_{x_{1F}}(4|0|0)$

$S_{x_{2F}}(0|4|0)$

$S_{x_{3F}}(0|0|2)$



A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1 Berechnung der Inversen von $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0{,}5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\boldsymbol{B}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3.2 Selbst gewählte Matrizengleichung:

$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$	|	$\cdot\, \boldsymbol{A}^{-1}$ von links
$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^{-1} \cdot \boldsymbol{B}$	|	$\boldsymbol{A}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{E}$

3.3

$\boldsymbol{AX} - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{X}$		
$\boldsymbol{AX} - \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}$	|	Sortieren
$(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E}) \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}$	|	Ausklammern, $\cdot\,(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E})^{-1}$ von links
$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E})^{-1} \cdot \boldsymbol{A}$		
$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0{,}5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	|	mit $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E})^{-1} = \boldsymbol{B}^{-1}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de