Abituraufgaben Teil 1 BG (ohne Hilfsmittel) Mustersatz 6

A1 Analysis Lösung

1.1 Abbildung 1 stellt das Schaubild mit der Gleichung $y = a cos(kx) + b$ dar.

$a = \frac{y_{HP} - y_{TP}}{2} = \frac{1-(-2)}{2} = 1{,}5$

$b = \frac{y_{HP} + y_{TP}}{2} = \frac{1-2}{2} = -0{,}5$

$k = \frac{2\pi}{p}$

$p = x_{HP_2} - x_{HP_1} = 3 - 0 = 2$

$k = \frac{2}{3}\pi$

$y = 1{,}5 \cos\left(\frac{2}{3}\pi x\right) - 0{,}5$

1.2 Die Funktionen u mit $u(x) = 2cos(x) + 3$ und v mit $v(x) = -2\cos(x) + 1$ schließen zwischen der y-Achse und dem kleinsten positiven Schnittpunkt eine Fläche ein. Berechne deren Inhalt exakt.

Zum Verständnis (nicht Gegenstand eines Klausuraufschriebs):
Über die Gleichsetzung $u(x) = v(x)$ wird der kleinste positive Schnittpunkt der beiden Funktionen ermittelt. Danach wird die Fläche berechnet aus dem Integral „Obere Kurve minus untere Kurve", also $\int_0^{x_s}(u(x) - v(x))\,dx$.

1.3 $t(x) = f'(0) \cdot x + f(0)$

$n(x) = -\frac{1}{f'(0)} \cdot x + f(0)$

$f'(x) = -e^{-x}$

$f'(0) = -1$

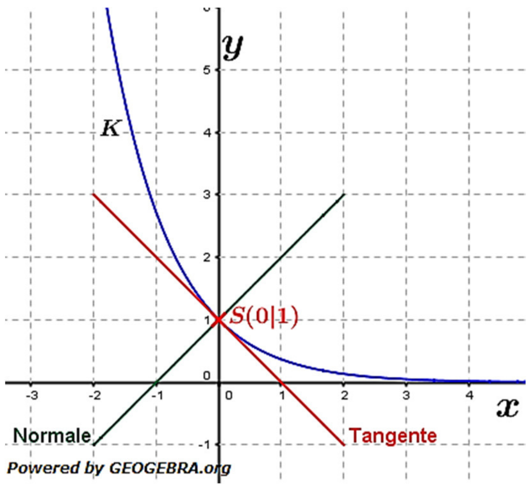
$f(0) = 1$

$t(x) = -x + 1$

$n(x) = x + 1$

$t(x) = 0 = -x + 1 \implies x_{t_0} = 1$

$n(x) = 0 = x + 1 \implies x_{t_n} = -1$



Die beiden Nullstellen von t und n liegen symmetrisch zur y-Achse. Die beiden Nullstellen bilden zusammen mit dem Punkt $S(0|1)$ ein Dreieck, welches symmetrisch zur y-Achse ist und damit auch gleichschenklig.

1.4 (1) Die Aussage ist falsch. g ist an der Stelle $x_0 = 2$ rechtsdrehend, somit ist $g''(2) < 0$.

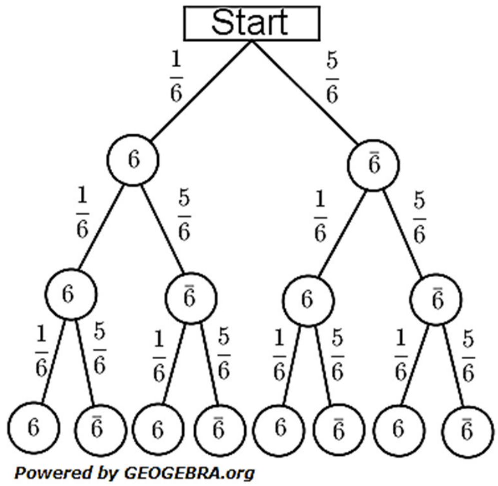
(2) Die Aussage ist falsch. An der Grafik lesen wir ab, dass g bei etwa $x = -0{,}2$ und $x = 4{,}8$ den Funktionswert 4 hat, also hat C_g bei $x = -0{,}2$ und $x = 4{,}8$ die Steigung 4, somit im vorgegebenen Intervall nur einmal die Steigung 4.

(3) Die Aussage ist richtig. Die Fläche unter g im Intervall $[2; 3]$ ist nur geringfügig größer als die Fläche unter g im Intervall $[3; 4]$, damit ist die Differenz der beiden Flächen kleiner als 1.

A2 Stochastik Lösung

2.1 Sechs im zweiten Wurf:

$P(\overline{6};6)=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$



2.2 Es sei:

A: „Sechs in einem der drei Versuche.“

$P(A)=P(6)+P(\overline{6};6)+P(\overline{6};\overline{6};6)$

$=\frac{1}{6}+\frac{5}{36}+\frac{25}{216}=\frac{36+30+25}{216}=\frac{91}{216}$

A3 Vektorgeometrie Lösung

3.1

Gauß-Schema					
Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	1	8	
II	1	4	1	10	II-I
III	1	1	1	3	III-I

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	1	8	
II‘	0	2	0	2	
III‘	0	-1	0	-5	$\mathrm{II}'+\mathrm{III}'\cdot 2$

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	1	8	
II‘	0	2	0	2	
III‘‘	0	0	0	-8	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen die Ergebnisse ab:
Das LGS hat keine Lösung.

3.2.1 $\overrightarrow{n_E}\circ\overrightarrow{rv_g}\overset{?}{=}0$

$$\begin{pmatrix}8\\1\\-4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}=8-4-4=0 \quad\Longrightarrow\quad E\parallel g$$

Musteraufgaben Vektorgeometrie (ohne Hilfsmittel)

3.2.2 Da die Gerade und die Ebene parallel zueinander verlaufen. Kann der Abstand über die HNF berechnet werden. Als Punkt der Geraden nehmen wir deren Aufpunkt. Dann gilt:

$$d=\frac{1}{\sqrt{81}}\left(\begin{pmatrix}7\\5\\-7\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}8\\1\\-4\end{pmatrix}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}8\\1\\-4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}8\\1\\-4\end{pmatrix}=\frac{1}{9}(64+1+16)=\frac{81}{9}=9$$

A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3. 1

Gauß-Schema					
Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	1	8	
II	1	4	1	10	II-I
III	1	1	1	3	III-I

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	2	8	
II‘	0	2	0	2	
III‘	0	-1	0	-7	$\mathrm{II}' + 2 \cdot \mathrm{III}'$

Nr.	x_1	x_2	x_3	$=$	Operation
I	1	2	2	8	
II‘	0	2	0	2	
III‘‘	0	0	0	-12	

Die untere Dreiecksmatrix ist erstellt, wir lesen das Ergebnis ab:
Die dritte Zeile enthält Nullen und im Ergebnis eine Zahl, das LGS hat keine Lösung.

3.2.1 Übergangsmatrix $\boldsymbol{A}$:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}7 \end{pmatrix}$$

3.2.2 Die Elemente der Hauptdiagonalen von $\boldsymbol{A}^3$ geben den jeweiligen Anteil der Käufer an, die ausgehend von einem beliebigen Zeitpunkt, 3 Monate später wieder die gleiche Kaffeesorte wählen.