A1 Analysis Lösung

1.1 $t(x) = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$

Berechnung der Nullstelle:

$f(x) = e^{2x} - 1 = 0$

$e^{2x} = 1 \implies x = 0$

$f'(x) = 2e^{2x}$

$f'(0) = 2; \quad f(0) = 0$

$t(x) = 2 \cdot (x - 0) = 2x$

1.2 Polynomfunktion dritten Grades: $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Wir benötigen insgesamt 4 Bedingungen zur Aufstellung eines LGS.

Aus dem Text lesen wir ab:

(1)	$p(-4) = -4$	Punktprobe mit $W(-4\|-4)$
(2)	$p''(-4) = 0$	W ist Wendepunkt
(3)	$p'(-2) = 0$	Extrempunkt bei $x = -2$
(4)	$p'(-4) = -\frac{1}{m_n}$	Steigung der Tangente in W

m_n:

$m_n = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-0}{-4-8}$ | Normale durch $W(-4|-4)$ und

$= \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$ | $Q(8|0)$

(4) $p'(-4) = -3$

1.3 Abbildung 1 kann nicht durch Martins Formel dargestellt werden, da bei $x = -3$ eine dreifache Nullstelle besteht, das Formelglied $(x + 3)$ jedoch keinen Exponenten hat.

Für Abbildung 2 gilt: $-x(x + 1)^2(x + 3)$

Für Abbildung 3 gilt: $0{,}25x(x + 1)(x + 3)$

1.4 (1) C' hat in $x = -2$ eine Nullstelle mit VZW von $+$ nach $-$, also hat C an der Stelle $x = -2$ einen Hochpunkt.

(2) C' hat im dargestellten Intervall 3 Extremstellen, also hat C im Intervall 3 Wendepunkte.

(3) C' hat in $x = 1$ negative Steigung. Damit ist C'' in $x = 1$ negativ und somit C an dieser Stelle rechtsgekrümmt.

(4) C' hat im dargestellten Intervall 2 Nullstellen mit Vorzeichenwechsel und eine doppelte Nullstelle in $x = 0$. Somit hat C drei Stellen mit waagrechter Tangente, zwei Extremstellen bei $x = -2$ und $x = 3$ sowie einen Sattelpunkt bei $x = 0$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

A2 Stochastik Lösung

2.1 $P(Gewinn) = \frac{1}{3}$; $P(\overline{Gewinn}) = \frac{2}{3}$

A: „Von zehn Spielen mindestens acht Spiele verlieren."

2.2 B: „Von vier Spielen genau zweimal verlieren."

$P(B) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{27}$

C: „Von vier Spielen nur das erste Spiel verlieren."

$P(C) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{2}{81}$

A3 Vektorgeometrie Lösung

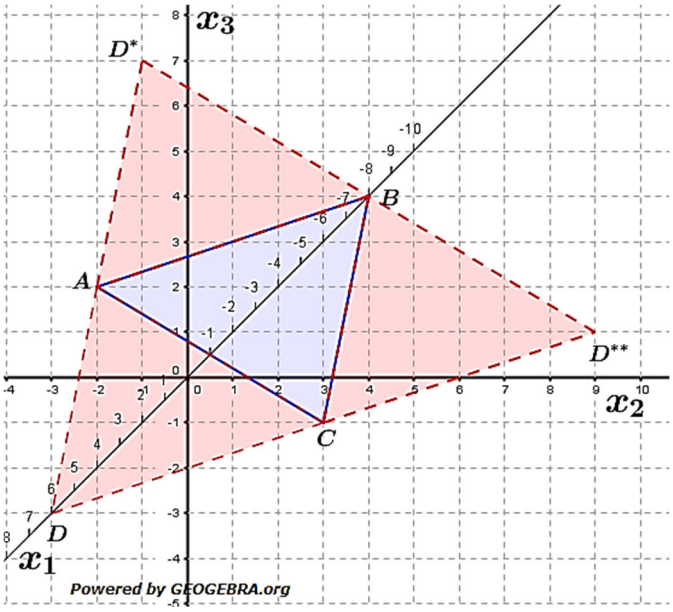
3.1.1 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

Wegen $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}| \wedge |\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{AC}|$ ist das Dreieck ABC gleichschenklig.

3.1.2 $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$D(10|2|2)$

Es gibt drei Möglichkeiten, ein Dreieck zu einem Parallelogramm zu ergänzen.



A3 Matrizen und Prozesse Lösung

3.1 Das LGS zu der Gleichung $\boldsymbol{M} \cdot \vec{x} = \vec{x}$
darf nicht eindeutig bestimmt sein, da sonst der Nullvektor der einzige Lösungsvektor wäre.
Hinweis: $\boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \vec{x} \implies \boldsymbol{A} \cdot \vec{x} - \vec{x} = \vec{O} \quad \Leftrightarrow \quad (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{E}) \cdot \vec{x} = \vec{O}$

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & d \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & 0{,}2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_E \\ x_L \\ x_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_E \\ x_L \\ x_K \end{pmatrix}$, führt auf $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & d & 0 \\ 0{,}3 & -0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & -0{,}8 & 0 \end{array}\right)$

Umformung: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & d & 0 \\ 0 & -0{,}9 & 0{,}3d & 0 \\ 0 & 0{,}6 & -0{,}8 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & d & 0 \\ 0 & -0{,}9 & 0{,}3d & 0 \\ 0 & 0 & -2{,}4 + 0{,}6d & 0 \end{array}\right)$

Eine mögliche Auflösung führt auf eine Stufenform mit der Zeile

$$(-2{,}4 + 0{,}6d) \cdot x_K = 0.$$

Daraus folgt, dass $d = 4$ sein muss, (da $x_K = 0$ keine Lösung sein kann).

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de