Abituraufgaben Stochastik BG (ohne Hilfsmittel) *Musteraufgaben*

Aufgabe A1

2.1 Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild? **2P**

2.2 Bei einer Blutspendenaktion werden die Blutgruppen der Spender bestimmt. Ein Ereignis ist „In einer Gruppe von fünf Freunden hat niemand die Blutgruppe Null“.
Beschreibe das Gegenereignis in Worten. **2P**

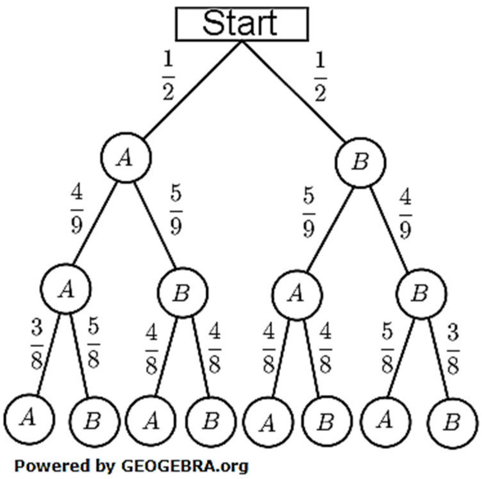
2.3 Die Zufallsvariable X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: **3P**

x	-3	-1	0	5
$P(X=x)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt $0{,}2$.
Berechne u und w.

Aufgabe A2

2.1 Beschreiben Sie ein mögliches Zufallsexperiment, das zum untenstehenden Baumdiagramm passt. **4P**
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses:
„Mindestens einmal tritt A ein.“



2.2 Eine ideale Münze wird 100 mal geworfen. Begründen Sie, ob die nachfolgende Aussage wahr oder falsch ist: **3P**
Die Wahrscheinlichkeit für genau einmal Kopf ist kleiner, als die für genau 98 Mal Kopf.

Aufgabe A3

2. Bei der Winterportart Biathlon wird bei jeder Schießeinlage auf fünf Scheiben geschossen. Ein Biathlet tritt bei einem Einzelrennen zu einer Schießeinlage an, bei der er auf jede Scheibe einen Schuss abgibt. Diese Schießeinlage wird modellhaft durch eine Bernoullikette mit der Länge 5 und der Trefferwahrscheinlichkeit p beschrieben.

2.1 Gib für die folgenden Ereignisse A, B und C jeweils einen Term an, Der die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses in Abhängigkeit von p beschreibt. **3P**
A: „Der Biathlet trifft bei genau vier Schüssen."
B: „Der Biathlet trifft nur bei den ersten beiden Schüssen."
C: „Der Biathlet trifft bei höchstens vier Schüssen."

2. 2 Erläutere anhand eines Beispiels, dass die modellhafte Beschreibung Der Schießeinlage durch eine Bernoullikette unter Umständen der Realität nicht gerecht wird. **2P**

Aufgabe A4

2. Ein Glücksrad hat drei farbige Sektoren, die beim einmaligen Drehen mit folgender Wahrscheinlichkeit angezeigt werden:
Rot: $20\,\%$ Grün: $30\,\%$ Blau: $50\,\%$.
Das Glücksrad wird n-mal gedreht.
Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft die Farbe Rot angezeigt wird.

2.1 Begründen Sie, dass X binomialverteilt ist. **2P**

k	0	1	2	3	4	5	6	7	...
$P(X=k)$	0,01	0,06	0,14	0,21	0,22	0,17	0,11	0,05	...

2.2 Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird. **2P**

2.3 Entscheide, welcher der folgenden Werte von n der Tabelle zugrunde liegen kann: 20, 25 oder 30. **2P**
Begründe deine Entscheidung.

Aufgabe A5

2. Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch.

2.1 Paul dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt sie aufgedeckt liegen. Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse: **2P**
A: „Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch."
B: „Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch."

2.2 Die neun Spielkarten werden gemischt und erneut verdeckt ausgelegt. **3P**
Anna dreht nun so lange Karten um und lässt sie aufgedeckt auf dem Tisch liegen, bis ein Ass erscheint.
Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der aufgedeckten Spielkarten an.
Welche Werte kann X annehmen?
Berechne $P(X \leq 2)$.

Aufgabe A6

2. Das Ziel eines Würfelspiels besteht darin, mit einem Würfel eine Sechs zu würfeln. Der Spieler hat bis zu drei Versuche.

2.1 Zeichne ein Baumdiagramm und berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er die Sechs im zweiten Wurf würfelt. **4P**

2.2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es ihm gelingt, die Sechs in einem der drei Versuche zu würfeln. **2P**

Aufgabe A7

2. An einem Spielautomaten verliert man durchschnittlich zwei Drittel aller Spiele.

2.1 Formuliere ein Ergebnis A, für das gilt: **2P**
$P(A) = \binom{10}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$

2.2 Josephine spielt vier Spiele an dem Automaten. **3P**
Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert sie dabei genau zwei Mal?
Mit welcher Wahrscheinlichkeit verliert sie nur das letzte Spiel?

Abituraufgaben Stochastik BG (ohne Hilfsmittel) Musteraufgaben

Lösung A1

2.1 $P(Zahl) = 0{,}5;\ \ P(Bild) = 0{,}5$

A: „Es wird dreimal geworfen, zweimal erscheint Zahl und einmal erscheint Bild".

$P(A) = 3 \cdot 0{,}5^3 = \frac{3}{8} = 0{,}375$

2.2 A: „In einer Gruppe von fünf Freunden hat niemand die Blutgruppe Null."

$\overline{A}$: „In einer Gruppe von fünf Freunden hat mindestens einer die Blutgruppe Null."

2.3 $E(X) = 0{,}2$

$E(X) = 0{,}2 \cdot (-3) + u \cdot (-1) \cdot 0 \cdot w + 5 \cdot 0{,}2$

$-0{,}6 - u + 1 = 0{,}2$

$u = 0{,}2$

$\sum P(X = x) = 1 = 0{,}2 + 0{,}2 + w + 0{,}2$

$w = 0{,}4$

Lösung A2

2.1 In einer Urne befinden sich 5 blaue und 5 rote Kugeln, es wird dreimal ohne Zurücklegen gezogen.

E: „Mindestens einmal tritt A ein".

Das Gegenereignis $\overline{E}$ ist dann „B tritt dreimal ein."

Dann ist $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = 1 - \frac{12}{144} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

.

2.2 Die Aussage ist wahr. Es sei:

A: „es fällt genau einmal Kopf".

B: „es fällt genau 98 Mal Kopf".

$P(A) = B_{100;0,5}(X = 1) = \binom{100}{1} \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^{99}$

$P(B) = B_{100;0,5}(X = 98) = \binom{100}{98} \cdot 0{,}5^{98} \cdot 0{,}5^2$

Zwar ist jeweils $0{,}5^{100}$, jedoch ist $\binom{100}{98} = \frac{100 \cdot 99}{2}$ größer als $\binom{100}{1} = \frac{100}{1}$.

Lösung A3

2.1 $B_{5;p}(X = 4) = \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) = 5 \cdot p^4 \cdot (1 - p)$

$P(B) = p^2 \cdot (1 - p)^3$

$B_{5;p}(X \leq 4) = 1 - B_{5;p}(X = 5) = 1 - p^5$

2.2 Voraussetzung für eine Bernoullikette ist eine sich nicht ändernde Trefferwahrscheinlichkeit. Dies ist hier nicht der Fall, da die Trefferwahrscheinlichkeit des Biathleten sowohl von physischen als auch psychischen Umständen abhängt. Zudem ist die Trefferwahrscheinlichkeit auch stets von Naturbegebenheiten, wie z. B. dem Wind, abhängig.

Abituraufgaben Stochastik BG *(ohne Hilfsmittel)* *Musteraufgaben*

Lösung A4

2.1 X ist binomialverteilt, da das Experiment nur die Ergebnisse „Rot“ und „$\overline{Rot}$“ hat und die Wahrscheinlichkeit für „Rot“ stets $20\,\%$ ist (Ziehen mit Zurücklegen, die Ereignisse sind unabhängig voneinander).

2.2 Sei A: „Mindestens dreimal Rot wird angezeigt“, dann gilt:

$$P(A) = B_{n;0,2}(x \geq 3) = 1 - B_{n;0,2}(x \leq 2)$$
$$= 1 - \left(B_{n;0,2}(x = 0) + B_{n;0,2}(x = 1) + B_{n;0,2}(x = 2)\right)$$
$$= 1 - (0{,}01 + 0{,}06 + 0{,}14) = 0{,}21 \quad | \quad \text{Werte aus Tabelle}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens dreimal Rot angezeigt wird, beträgt $79\,\%$.

2.3 Es gilt $\mu = n \cdot p$.
Der höchste Tabellenwert liegt bei $k = 4$, also ist $\mu = 4$.

$$n = \frac{\mu}{p} = \frac{4}{0{,}2} = 20$$

Der Tabelle liegt der Wert $n = 20$ *zugrunde.*

Lösung A5

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

2.1 $P(A) = \left(\overline{ASS}; \overline{ASS}\right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$

$P(B) = \{(ASS; DAME), (DAME; ASS)\} = 2 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{2}{9}$

2.2 Die Zufallsvariable X kann die Werte 1 bis 6 annehmen. Bereits im ersten Zug kann ein Ass gezogen werden, wegen drei Königen und zwei Damen wird jedoch spätestes im sechsten Zug ein Ass gezogen werden.

$$P(X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{32+20}{72} = \frac{52}{72} = \frac{13}{18}$$

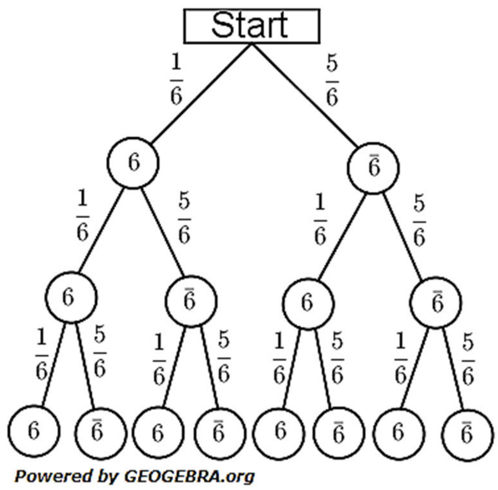
Lösung A6

2.1 Sechs im zweiten Wurf:

$P\left(\overline{6}; 6\right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

2.2 Es sei:
A: „Sechs in einem der drei Versuche.“

$$P(A) = P(6) + P\left(\overline{6}; 6\right) + P\left(\overline{6}; \overline{6}; 6\right)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{36+30+25}{216} = \frac{91}{216}$$



Abituraufgaben Stochastik BG *(ohne Hilfsmittel)* Musteraufgaben

Lösung A7

2.1 $P(Gewinn) = \frac{1}{3}$; $P(\overline{Gewinn}) = \frac{2}{3}$

A: „Von zehn Spielen mindestens acht Spiele verlieren."

2.2 B: „Von vier Spielen genau zweimal verlieren."

$P(B) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{27}$

C: „Von vier Spielen nur das erste Spiel verlieren."

$P(C) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{2}{81}$