Abituraufgaben BG Stochastik (ohne Hilfsmittel) 2017-2020

Aufgabe A2/2017

2.1 Ein Experiment gelingt in $50\,\%$ aller Fälle.

Prüfen Sie, ob das Experiment bei viermaliger Durchführung mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $95\,\%$ mindestens einmal gelingt. (3P)

2.2 A und B sind zwei beliebige Ereignisse.
Die Wahrscheinlichkeit, dass weder das Ereignis A noch das Ereignis B eintritt, beträgt $42\,\%$. Die Wahrscheinlichkeit, dass A und das Gegenereignis von B eintritt, beträgt $28\,\%$. Die Wahrscheinlichkeit, dass B und das Gegenereignis von A eintritt, beträgt $18\,\%$.

Zeigen Sie: $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$ (4P)

Aufgabe A2/2018

2. In der norwegischen Hauptstadt Oslo ist jeder zehnte Pkw ein Elektroauto.

2.1 Auf einem kommunalen Parkplatz in Oslo beträgt die Parkgebühr für Pkw fünf norwegische Kronen. Elektroautos parken kostenlos. Pro Tag wird der Parkplatz von 300 Pkw genutzt.
Bestimmen Sie die Höhe der Einnahmen, die man erwarten kann. (2P)

2.2 Im Folgenden werden in Oslo zufällig vorbeifahrende Pkw betrachtet.

2.2.1 Drei Pkw fahren vorbei.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
A: Unter diesen Pkw ist genau ein Elektroauto.
B: Unter diesen Pkw ist mindestens ein Elektroauto. (4P)

2.2.2 Definieren Sie die Zufallsvariable X und formulieren Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnet werden kann:
$P(X \leq 2) = 0{,}9^{100} + 100 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{99} + \binom{100}{2} \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}96^{98}$ (2P)

Aufgabe A2/2019

2. Laut Statistik fahren $70\,\%$ aller Besucher eines Freizeitparks mit der extrem schnellen Super-Achterbahn. Von den Fahrern sind $10\,\%$ über 50 Jahre alt. Die Besucher, die nicht mit dieser Achterbahn fahren, sind zu $80\,\%$ über 50 Jahre alt.

2.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar und tragen Sie die genannten Wahrscheinlichkeiten ein. (3P)

2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Besucher des Freizeitparks über 50 Jahre alt ist. (2P)

2.2.1 Geben Sie im Sachzusammenhang eine Fragestellung an, die mithilfe des Terms $0{,}7^{12} + 12 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{11}$ beantwortet werden kann. (2P)

Abituraufgaben BG Stochastik (ohne Hilfsmittel) 2017-2020

Aufgabe A2/2020

2. Ein Glücksrad besteht aus drei Sektoren unterschiedlicher Größe. Der rote Sektor nimmt die Hälfte des Glücksrads ein, der weiße Sektor ein Drittel und der grüne Sektor den Rest.
Dreht man das Glücksrad, so zeigt beim Stillstand ein Pfeil auf genau einen der drei Sektoren.

2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses:
A: Bei viermaligem Drehen zeigt der Pfeil genau einmal auf den weißen Sektor. (2P)

2.2 Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis B mit der Wahrscheinlichkeit $P(B) = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$ an. (2P)

2.3 Bei einem Spiel wird das Glücksrad einmal gedreht. Der Einsatz beträgt 2 Euro.
Zeigt der Pfeil auf den roten Sektor, so erhält man keine Auszahlung.
Zeigt der Pfeil auf den weißen Sektor, so beträgt die Auszahlung 2 Euro.
Zeigt der Pfeil auf den grünen Sektor erhält man den Hauptgewinn.
Bestimmen Sie, wie hoch beim Hauptgewinn die Auszahlung sein muss, damit es sich um ein faires Spiel handelt. (3P)

Lösung A2/2017

2.1 Bernoulliexperiment mit $B_{4;0,5}(X \geq 1)$.

$B_{4;0,5}(X \geq 1) = 1 - B_{4;0,5}(X = 0) = 1 - \binom{4}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^4$

$B_{4;0,5}(X \geq 1) = 1 - 0{,}0625 = 0{,}9375 = 93{,}75\ \%$

*Bei viermaliger Durchführung des Experiments gelingt dieses mindestens einmal **nicht** mit* $95\ \%$.

2.2 Nachweis über Vierfeldertafel (In der Tabelle sind die gegebenen Werte grün und die errechneten Werte rot dargestellt).

	A	$\overline{A}$	$\sum$
B	0,12	0,18	0,30
$\overline{B}$	0,28	0,42	0,70
$\sum$	0,40	0,60	1,00

Aus der Tabelle ergibt sich, dass $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}3$ und $P(A \cap B) = 0{,}12$ ist.
Somit ist $P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12 = P(A \cap B)$.

Lösung A2/2018

2. $p_{Elektro} = 0{,}1$; $p_{\overline{Elektro}} = 0{,}9$

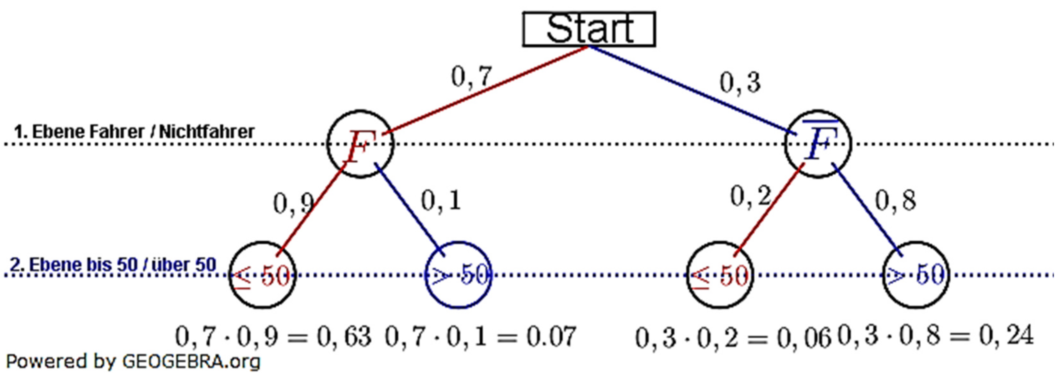
2.1 $300 \cdot 0{,}9 \cdot 5 = 1350$.
Man kann pro Tag $1.350{,}00$ *Kronen erwarten.*

2.2.1 A: Unter diesen Pkws ist genau ein Elektroauto.
$B_{3;0,1}(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^2 = 0{,}243$
B: Unter diesen Pkws ist mindestens ein Elektroauto.
$B_{3;0,1}(X \geq 1) = 1 - B_{3;0,1}(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \cdot 0{,}9^3 = 0{,}271$

2.2.2 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezählten Elektroautos an.
Es wird die Wahrscheinlichkeit gesucht, dass sich unter 100 zufällig

Lösung A2/2019

2.1 Baumdiagramm:



2.2 Aus dem Baumdiagramm leiten wir her:
A: „Ein Besucher des Freizeitparks ist über Jahre alt."
$P(A) = 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}04 + 0{,}24 = 0{,}31$

2.2.1 *Frage im Sachzusammenhang:*
Wir groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 12 zufällig ausgewählten Parkbesuchern mindestens 11 Personen mit der Super-Achterbahn fahren?

Lösung A2/2020

2.1 Bernoulliexperiment mit $B_{4;\frac{1}{3}}(X = 1)$.

$$B_{4;\frac{1}{3}}(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{81}$$

2.2 B: Bei viermaligem Drehen zeigt der Pfeil genau zweimal auf den grünen Sektor.

2.3 Aufgabe zum Erwartungswert:
Der (Haupt)-Gewinn bei Sektor grün sei G, der Einsatz ist $2{,}00\,€$.

X_i	$G\,€ - 2{,}00\,€$	$2\,€ - 2\,€$	$-2{,}00\,€$	
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
$X_i \cdot p_i$	$\frac{1}{6}G\,€ - \frac{1}{3}\,€$	$0\,€$	$-1{,}0\,€$	
$\sum_{i=1}^{4} X_i \cdot p_i$	$\frac{1}{6}G\,€ - \frac{1}{3}\,€ - 1{,}0\,€$			

Das Spiel soll fair sein, also $E(X) = 0$

$\frac{1}{6}G\,€ - \frac{1}{3}\,€ - 1{,}0\,€ = 0 \quad | \cdot 6$
$G\,€ - 2{,}0\,€ - 6{,}0\,€ = 0 \quad | +8\,€$
$G = 8\,€$
Der Hauptgewinn muss $8\,€$ sein, damit das Spiel fair ist.