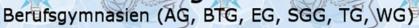
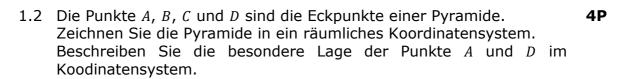
# Abituraufgaben Teil 4





- Aufgabe A1
- 1. Gegeben sind die Punkte A(2|0|1), B(-1|2|1), C(1|5|4) und D(3|0|5).
- 1.1 Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.



1.3 Die Punkte A, B und C liegen in der Ebene E.

Geben Sie die Koordinatenform von E an.

Prüfen Sie, ob der Punkt P'(-5,5|-8|14) der Spiegelpunkt von P(6,5|10|-12) bezüglich der Ebene E ist.

## Aufgabe A2

1. Gegeben sind die Gerade g sowie die Ebene E durch

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \ t \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad E: \ \begin{bmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

- 1.1 Bestimmen Sie den Abstand, den E zum Ursprung hat.
- 1.2 Zeigen Sie, dass sich die Gerade g und die Ebene E in einem Punkt schneiden.Bestimmen Sie die Koordinaten des Durchstoßpunktes und berechnen Sie den Schnittwinkel.

**3P** 

1.3 Die Ebene F verläuft durch den Punkt A(-5|0|1) und ist orthogonal zur **6P** Geraden g. Welche Lage hat F im Koordinatensystem? Begründen Sie, dass sich die beiden Ebenen E und F in einer Geraden schneiden.

#### Aufgabe A3

- Gegeben sind die Punkte A(0|4|0), B(0|0|2) und C(4|0|0).

  Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist.

  Ergänze das Dreieck ABC zu durch einen Punkt D zu einer Raute.

  Berechne die Innenwinkel der Raute.

  Zeige, dass die Raute in der Ebene E:  $x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$  liegt.
- 1.2 Gegeben sind die beiden Ebenen  $E_1: 2x_1 2x_2 + x_3 = -1 \text{ und } E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; s; t \in \mathbb{R}.$

Zeige, dass die beiden Ebenen parallel zueinander sind. Die Ebene  $E_3$  ist parallel zu  $E_1$  und  $E_2$  und hat von beiden Ebenen denselben Abstand.

Bestimme eine Gleichung der Ebene  $E_3$ .

Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de



Berufsgymnasien (AG, BTG, EG, SGG, TG, WG)



- Ein Würfel besitzt die Eckpunkte O(0|0|0), P(6|0|0) und 1.3 Q(0|6|0). Gegeben ist außerdem die Ebene  $E: 3x_2 + x_3 = 8$ .
- 1.3.1 Stelle den Würfel und die Ebene E in einem Koordinatensystem dar.
- 1.3.2 Berechne den Winkel, den die Ebene E mit der  $x_1x_2$ -Ebene einschließt. Bestimme den Abstand von E zur  $x_1$ -Achse.

#### Aufgabe A4

- Die Punkte A(1|2|4), B(1|2|1) und C(5|2|4) sind die Eckpunkte eines
- Zeichne das Dreieck ABC in ein dreidimensionales Koordinaten-1.1 **3P** system. Welche besondere Lage hat das Dreieck ABC?
- 1.2 Untersuche, ob das Dreieck ABC gleichschenklig ist. **4P** Zeige, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.
- 1.3 Betrachte nun Pyramiden ABCD mit der Grundfläche ABC. Das Volumen dieser Pyramiden soll 4 Volumeneinheiten betragen.
- 1.3.1 Bestimme einen geeignete Punkt D. 4P Beschreibe die Lage von allen möglichen Punkten D.
- 1.3.2 Untersuche, ob die Gerade  $g: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$ **4P** jede dieser Pyramiden schneidet.

## Aufgabe A5

- Die Ebene E enthält die Punkte A(6|1|0), B(2|3|0) und P(3|0|2,5).
- 1.1 Bestimme eine Koordinatengleichung von E. 5P Stelle die Ebene E in einem Koordinatensystem dar. Unter welchem Winkel schneidet E die  $x_1$ -Achse? (Teilergebnis:  $E: x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$ )
- 1.2 Zeige, dass das Dreieck ABP gleichschenklig ist. **7P** Das Viereck ABCD ist ein Rechteck mit Diagonalschnittpunkt P. Bestimme die Koordinaten der Punkte C und D. Es gibt senkrechte Pyramiden mit der Grundfläche ABCD und der Höhe 12. Berechne die Koordinaten einer Spitze dieser Pyramiden.
- 1.3 Welche Punkte der  $x_1$ -Achse bilden jeweils mit A und B ein **3P** rechtwinkliges Dreieck mit der Hypothenuse AB?





## Abitur Vektorgeometrie BG (Teil 4 mit Hilfsmittel) Musteraufgaben Aufgabe A6

- 1. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte A(4|1|2), B(3|0|6) und C(11|8|10) gegeben.
- 1.1 Die Punkte A, B und C sind die Eckpunkte eines Dreiecks.

  Zeige, dass dieses Dreieck einen rechten Winkel im Punkt B aufweist.
- 1.2 Ein Süßwarenhersteller beauftragt eine Werbefirma, eine neue Form Für eine Verpackung zu kreieren. Die Werbefirma schlägt ein gerades Prisma mit dreieckiger Grundfläche vor. Berechne das Volumen der Verpackung für den Fall, dass A, B und C Eckpunkte der Grundfläche sind und die Deckfläche in der Ebene  $H: -x_1 + x_2 = 17$  liegt.
- 1.3 Gegeben ist die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}.$ Die Gerade h verläuft durch die Punkte A und B.

  Bestimme den Abstand der beiden Geraden.

#### Aufgabe A7

- 1.1 Ermittle die Lagebeziehung der Ebene E und der Geraden g:  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}; \ r,s \in \mathbb{R}; \ \ g: \ \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \ t \ \mathbb{R}.$
- 1.2 Die Punkte A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Zeige, dass es sich um ein gleichschenkliges Dreieck handelt und berechne die Größe des Winkels ACB.
- 1.3 Ermittle die Koordinaten eines Punktes D, der das Dreieck zu einer Raute ergänzt.
   In die Raute soll ein möglichst großer Kreis einbeschrieben werden. Ermittle den Radius des Kreises.

