

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Die Aufgabe A1 ist zu bearbeiten.

Aufgabe A1/2017



1.1 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 0,5x^4 + x^3 + 1$; $x \in \mathbb{R}$.
 Das Schaubild von f ist K .

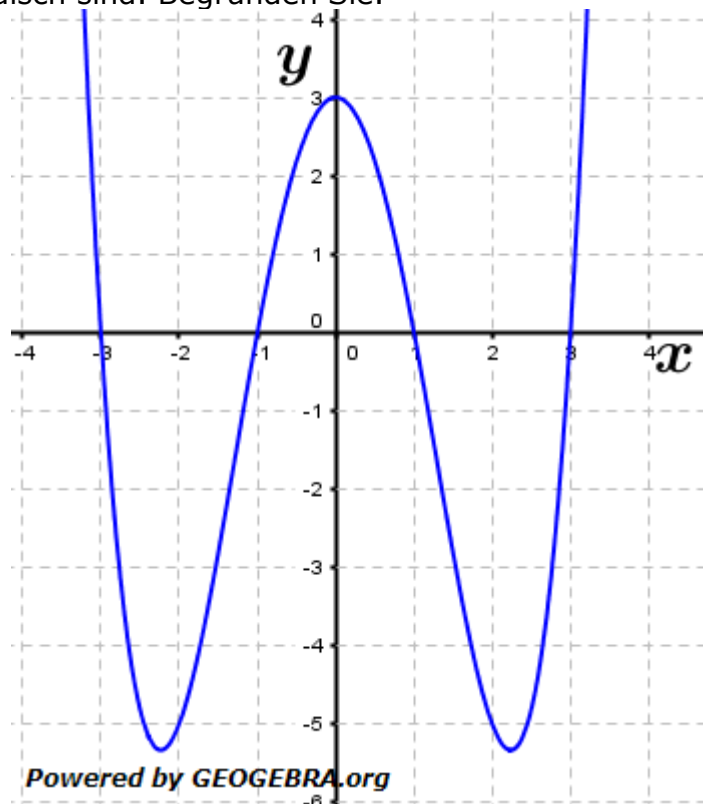
1.1.1 Untersuchen Sie K auf Extrempunkte und Wendepunkte. **8P**
 Zeichnen Sie K .

1.1.2 Das Schaubild K , die Tangente von K an der Stelle $x = -1$ **5P**
 und die y -Achse schließen im zweiten Quadranten ein Fläche ein.
 Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

1.1.3 Für einen positiven Wert von m hat das Schaubild der Funktion g **3P**
 mit $g(x) = 0,5 \cdot x^4 + x^3 + x^2 + m \cdot x + 2$; $x \in \mathbb{R}$
 genau einen gemeinsamen Punkt mit K .
 Bestimmen Sie diesen Wert von m .

1.2 C ist das Schaubild einer Funktion h .
 Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion h' .

Entscheiden Sie, obfolgende Aussagen für den abgebildeten Bereich **4P**
 wahr oder falsch sind. Begründen Sie.



- (1) Das Schaubild C hat den Tiefpunkt $T(1|h(1))$.
- (2) Es gibt Punkte, an denen C eine Normale mit der Steigung $\frac{1}{6}$ hat.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Von drei Aufgaben A2 bis A4 ist eine Aufgabe auszuwählen und zu bearbeiten.

Aufgabe A2/2017

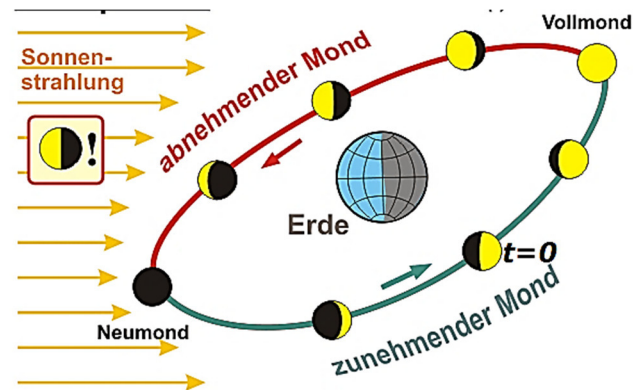
Im Verlauf von etwa 30 Tagen ändert der Mond beständig sein Erscheinungsbild. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei zunehmender Halbmond (siehe Abbildung).

Der beleuchtete Anteil der erdzugewandten Seite des Mondes wird modellhaft durch die Funktion A mit

$$A(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right); \quad 0 \leq t \leq 30$$

beschrieben. Dabei steht t für die Tage seit Beobachtungsbeginn, beispielsweise ist $t = 1$ das Ende des ersten Tages.

Bei Vollmond hat der beleuchtete Anteil den Wert 1.



- 2.1 Skizzieren Sie das Schaubild von A .
Formulieren Sie im Sachzusammenhang eine Frage, die durch Lösen der Gleichung $A(t) = 0,95$ beantwortet werden kann. **4P**

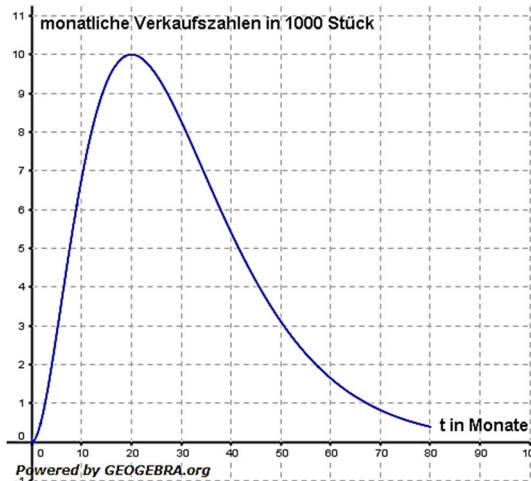
- 2.2 Ermitteln Sie den durchschnittlichen Anteil der von Beobachtungsbeginn bis zu Ende des fünfzehnten Tages beleuchtet wird. **4P**

- 2.3 Das Modell soll nun zu einem Modell abgeändert werden, sodass der Zeitpunkt $t = 0$ der Beleuchtung bei Vollmond entspricht. Bestimmen Sie hierzu einen Wert für c , sodass die Funktion mit
$$B(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{15}t + c\right); \quad 0 \leq t \leq 30$$
 diesen Sachverhalt modelliert. **2P**

Aufgabe A3/2017

Die folgende Abbildung zeigt die Modellierung eines sogenannten Produktionszyklus. Darin sind die monatlichen Verkaufszahlen V eines Produktes (z.B. PKW) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt die Einführung des Produktes auf dem Markt. Nach sechs Jahren wird das Produkt vom Markt genommen.

Der Produktlebenszyklus wird lückenlos in vier Phasen unterteilt:



1. Einführungs- und Wachstumsphase

- Zunahme der Verkaufszahlen
- Zunahme der momentanen Änderungsrate der Verkaufszahlen.

2. Reifephase

- Zunahme der Verkaufszahlen
- Verkaufszahlen überschreiten 95 % des Maximums nicht
- keine Zunahme der momentanen Änderungsrate der Verkaufszahlen

3. Sättigungsphase

- Verkaufszahlen liegen über 95 % des Maximums

4. Degenerationsphase

beginnt nach der Sättigungsphase

Die Aufgaben 3.1 und 3.2 sollen näherungsweise mit Hilfe der Abbildung gelöst werden.

3.1 Geben Sie für jede der vier Phasen das entsprechende Zeitintervall an. **4P**

3.2 Ermitteln Sie die Anzahl der verkauften Produkte in den gesamten sechs Jahren. **2P**

3.3 Im Folgenden ist V die Funktion der monatlichen Verkaufszahlen in Abhängigkeit von der Zeit t . Formulieren Sie jeweils einen mathematischen Ansatz, um folgende Fragen mithilfe von V bestimmen zu können: **4P**

(1) In welchem Zeitraum liegen die monatlichen Verkaufszahlen über 3000 Stück und weisen keinen Rückgang auf?

(2) In welchem dreimonatigen Zeiträumen liegt die Gesamtverkaufszahl bei 40000 ?

Aufgabe A4/2017

In Schulversuchen wird die Lösung eines chemischen Stoffes mit Salzsäure versetzt. Dadurch zerfällt der Stoff und dessen Konzentration c sinkt im Laufe der Zeit t .

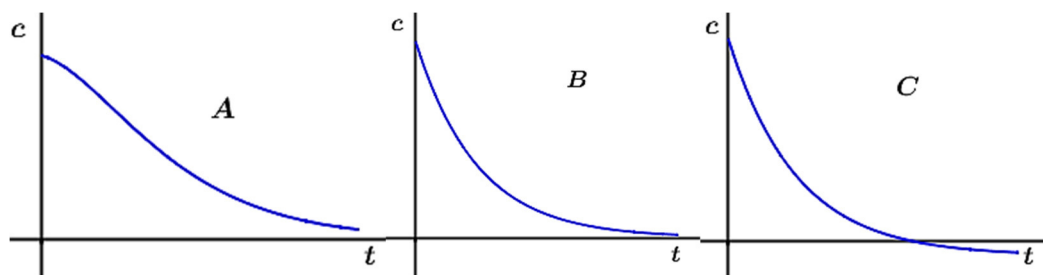
v ist die momentane Änderungsrate der Konzentration c .

Im Folgenden sind c in Mol pro Liter ($\frac{\text{mol}}{\text{l}}$) und die Zeit t in Sekunden (s) angegeben.

4.1 in einem ersten Versuch wird die Konzentration c in Abhängigkeit von t modelliert durch $c(t) = 0,05 \cdot e^{-0,017t}$; $t \geq 0$.

4.1.1 Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem nur noch 10 % der Anfangskonzentration vorhanden sind. **4P**
Geben Sie den Wert von v drei Minuten nach Versuchsbeginn an.
In welcher Einheit wird v gemessen?

4.1.2 Eine der unten stehenden drei Abbildungen zeigt das Schaubild der Funktion c . Entscheiden Sie welche. Erläutern Sie, warum die beiden anderen Schaubilder nicht in Frage kommen. **2P**



4.2 Unter anderen Bedingungen berechnet sich die momentane Änderungsrate v zum Zeitpunkt t durch **4P**
 $v(t) = -0,007 \cdot e^{-0,07t}$; $t \geq 0$.

Die Anfangskonzentration des Stoffes ist dann $0,125 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$.

Bestimmen Sie, wie viel Prozent der Anfangskonzentration langfristig übrig bleibt.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Teil3 - Stochastik

Von zwei Aufgaben A1 und A2 ist eine Aufgabe auszuwählen und zu bearbeiten.

Aufgabe A1/2017

Beim Strafstoß (Elfmeter) gibt es drei mögliche Ereignisse:

- (1) Der Schütze erzielt ein Tor.
- (2) Der Torhüter wehrt den Ball ab.
- (3) Der Schütze trifft die Torbegrenzung oder verfehlt das Tor.

Der Fußballer Tom erzielt beim Strafstoß mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % ein Tor.

1.1 Tom schießt vier Strafstöße. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit **5P** für die folgenden Ereignisse:

- A: Er erzielt vier Tore.
- B: Er erzielt mindestens drei Tore.
- C: Er erzielt genau drei Tore in Folge.

1.2 Ein Freund bietet Tom folgendes Spiel an: **5P**

„Wenn du ein Tor erzielst, zahle ich dir einen Euro, sollte der Torhüter den Ball abwehren, zahlst du mir zwei Euro. Ansonsten musst du mir 10 Euro geben.“

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Torhüter den Ball abwehrt, wenn man davon ausgeht, dass auf lange Sicht keiner der beiden einen Gewinn macht, das Spiel also fair ist.

1.3 In einer Fußballliga wird mit 87 % aller Strafstöße ein Tor erzielt. 10 % der Strafstöße werden vom Torhüter abgewehrt.

1.3.1 Bei einem Strafstoß wird kein Tor erzielt. **2P**

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Torhüter den Ball abgewehrt hat.

1.3.2 In iner Saison werden 70 Strafstöße gegeben. **3P**

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass davon mindestens 68 Tore erzielt werden.

Aufgabe A2/2017

An einem Kiosk kann man Rubbellose kaufen. Ein Los besteht aus insgesamt 16 Feldern. Auf jedem Feld steht genau eine Zahl.

Auf acht Feldern steht die Zahl 0, auf vier Feldern die Zahl 1 und auf den restlichen vier Feldern die Zahl 5. Die Zahlen sind zufällig auf die Felder verteilt.

Die Felder sind von einer undurchsichtigen Schicht überzogen, sodass die Zahlen erst durch Rubbeln der Felder sichtbar werden.

Rubbeln und gewinnen !			
€	€	€	€
€	0	€	€
€	€	€	€
€	€	5	€

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Der Käufer eines Loses muss genau zwei Felder aufrubbeln (vgl. Abbildung). Das Produkt der Zahlen, die hierbei sichtbar werden, ist der Betrag in Euro, die der Kioskbetreiber an den Losbesitzer auszahlen muss.

- 2.1 Eine Frau kauft ein Rubbellos und rubbelt genau zwei Felder frei. **3P**
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
A: Genau ein frei gerubbeltes Feld zeigt die Zahl 5.
B: Die Frau bekommt mindestens einen Euro ausgezahlt.
- 2.2 Ein Mann kauft an fünf Tagen in Folge jeweils ein Los. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der der Mann genau zweimal 25 Euro erhält. **3P**
- 2.3 Der Kioskbetreiber kauft die Lose für 20 Cent je Stück ein und verkauft ein Los für 2,50 Euro. Bestimmen Sie die Höhe des Gewinns pro Los, den der Kioskbetreiber im Mittel erwarten kann. **4P**
- 2.4 Ein Kioskbetreiber notiert immer am Ende des Tages die Anzahl der an diesem Tag verkauften Rubbellose. Ein Student, der als Aushilfe am Kiosk arbeitet, wertet diese Daten aus: Im Mittel werden 17 Lose pro Tag verkauft, wobei die Standardabweichung 4 beträgt. **5P**

Der Student macht folgende Annahmen:

- (1) Die Anzahl n der Kunden, die den Kiosk aufsuchen, ist an jedem Tag gleich.
- (2) Die Kunden kaufen unabhängig voneinander entweder genau ein oder aber kein Rubbellos.

Bestimmen Sie den Wert für n , den der Student unter der Annahme einer Binomialverteilung ermittelt.

Welche Information liefert die Sigma-Regel $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 68,3\%$ dem Studenten in diesem Sachzusammenhang?

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Aufgabe A1

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Vektorgeometrie“ im Unterricht behandelt.

1.1 Gegeben ist die Ebene $E: 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_3 = 12$.

1.1.1 Berechnen Sie den Schnittpunkt von E mit der x_3 -Achse. **4P**
 Geben Sie eine Koordinatenform einer Ebene F an, die parallel zu E aber nicht identisch mit E ist.
 Geben Sie eine Koordinatenform einer Ebene G an, die nur eine Gerade mit E gemeinsam hat.

1.1.2 Bestimmen Sie a und b , sodass die Ebene E in Normalenform als **2P**

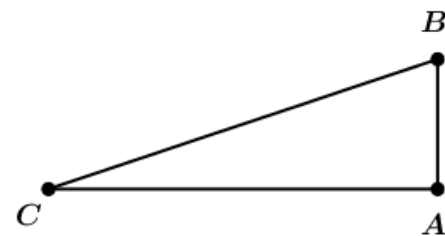
$$E: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ b \end{pmatrix} = 0$$

geschrieben werden kann.

1.1.3 Prüfen Sie, ob der Punkt $P(1|0|1)$ zur Ebene E den Abstand **3P**
 $d = \sqrt{13}$ hat.

1.2 Gegeben sind die Punkte $A(0|0|2)$ und $B(0|0|4)$.
 Ein weiterer Punkt C erfüllt folgende Bedingungen:

- (1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$
- (2) $\frac{1}{2} \cdot |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 6$



Powered by GEOGEBRA.com

1.2.1 Interpretieren Sie die Bedingungen (1) und (2) geometrisch. **2P**

1.2.2 Bei Rotation der Fläche um die Achse \overline{AB} entsteht ein Rotations- **4P**
 Körper.
 Bestimmen Sie das Volumen dieses Körpers.
 Ein möglicher Punkt C hat die Koordinaten $(c|c|2)$ mit $c > 0$.
 Bestimmen Sie den Wert von c .

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Aufgabe A1 (nicht für TG)

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Matrizen und Prozesse“ im Unterricht behandelt.

1.1 Ein Unternehmen stellt aus den beiden Rohstoffen R1 und R2 die drei Zwischenprodukte Z1, Z2 und Z3 her. Aus den drei Zwischenprodukten entstehen die beiden Endprodukte E1 und E2.

Die benötigten Rohstoffe je Mengeneinheiten (ME) der einzelnen Zwischenprodukte sowie die erforderlichen Zwischenprodukte zur Produktion je einer ME der Endprodukte sind in den nachfolgenden Tabellen angegeben.

Rohstoff-Zwischenprodukt	Zwischen-Endprodukt			Rohstoff-Endprodukt		
	Z ₁	Z ₂	Z ₃		E ₁	E ₂
R ₁	1	1	a	Z ₁	1	0
R ₂	2	1	1	Z ₂	0	2
				Z ₃	2	1

1.1.1 Zeigen Sie, dass a in der Rohstoff-Zwischenprodukt-Tabelle den Wert 2 hat. **2P**

1.1.2 Täglich werden 5 ME von E1 und 10 ME von E2 hergestellt. **2P**

1.1.2.1 Ein Mitarbeiter des Unternehmens behauptet, dass hierfür 65 ME von R1 und 50 ME von R2 benötigt werden. Überprüfen Sie die Behauptung.

1.1.2.2 Betrachten Sie die Matrizen

$$D_1 = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}; \quad D_2 = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}; \quad D_3 = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix};$$

Welche dieser drei Matrizen ist die Inverse der Rohstoff-Endprodukt-Matrix?

Begründen Sie.

Aufgrund von Problemen in der Produktion wurden an einem Tag nur 43 ME von R1 und 33 ME von R2 verarbeitet. **5P**

Bestimmen Sie, wie viele ME von E1 und E2 an diesem Tag produziert wurden.

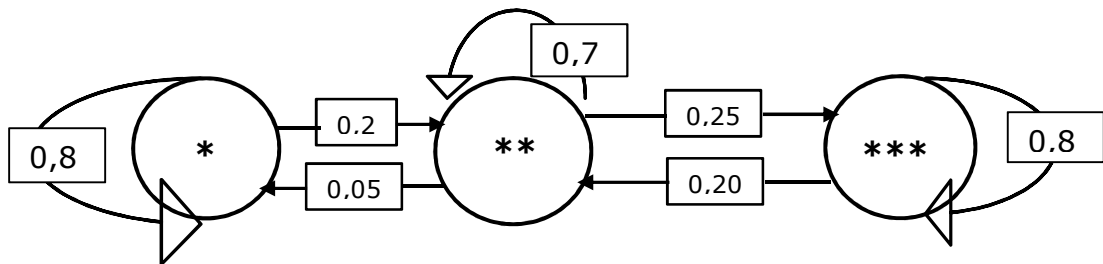
1.2 Ein Institut prüft jährlich die Wasserqualität von Stränden in einer Urlaubsregion und vergibt hierfür ein bis drei Sterne. Ein Stern wird vergeben, wenn die Wasserqualität des Gewässers zum Baden ungeeignet ist. Bei zwei Sternen ist die Wasserqualität noch ausreichend, sodass Baden unbedenklich ist, und drei Sterne verweisen auf eine gute bis hervorragende Wasserqualität. **6P**

Abituraufgaben Teil 2 bis 4

Berufsgymnasien (AG, BTG, EG, SGG, TG, WG)

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Das nachfolgende Diagramm beschreibt die Übergangswahrscheinlichkeiten für eine Zeiteinheit von einem Jahr.



Geben Sie die Übergangsmatrix an.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil der zum Baden ungeeigneten Strände, der sich langfristig einstellt.