Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (*mit Hilfsmittel*) *2017*

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Lösung A1/2017

1.1.1 Extrempunkte mit $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$,
Wendepunkte mit $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$.
$f'(x) = 2x^3 + 3x^2$; $f''(x) = 6x^2 + 6x$; $f'''(x) = 12x + 6$

Extrempunkte:

$2x^3 + 3x^2 = 0$

$x^2 \cdot (2x + 3) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_{1,2} = 0;\ x_3 = -\frac{3}{2}$

$f''(0) = 0;\ f''\left(-\frac{3}{2}\right) \overset{\text{WTR}}{=} 4{,}5;\ f\left(-\frac{3}{2}\right) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}15625$

$TP\left(-\frac{3}{2}\middle|\frac{5}{32}\right)$

Wendepunkte:

$6x^2 + 6x = 0$

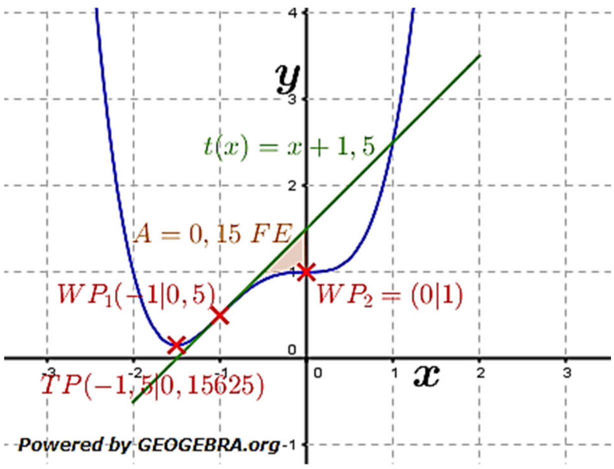
$6x(x + 1) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_1 = 0;\ x_2 = -1$

$f'''(0) \neq 0;\ f'''(-1) \overset{\text{WTR}}{\neq} 0$

$f(0) = 0;\ f(-1) = 0{,}5$

$WP_1(0|0);\ WP_2(-1|0{,}5)$



1.1.2 Situation in rechter Grafik gekennzeichnet. Es ist eine Flächenberechnung zwischen zwei Kurven erforderlich im Intervall $[-1; 0]$.
Tangentengleichung:

$t(x) = f'(-1) \cdot (x + 1) + f(-1)$

$f'(-1) = -2 + 3 = 1$

$f(-1) = 0{,}5$

$t(x) = 1 \cdot (x + 1) + 0{,}5 = x + 1{,}5$

$A = \int_{-1}^{0} (x + 1{,}5 - (0{,}5x^4 + x^3 + 1))\,dx$

$= \int_{-1}^{0} (-0{,}5x^4 - x^3 + x + 0{,}5)dx = \left[-0{,}1x^5 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 0{,}5x\right]_{-1}^{0}$

$= \big(0 - (0{,}1 - 0{,}25 + 0{,}5 - 0{,}5)\big) = 0{,}15$

Die Fläche ist $0{,}15\ FE$ *groß.*

1.1.3 Schnittpunkte zwischen $f(x)$ und $g(x)$:

$f(x) \cap g(x)$:

$0{,}5x^4 + x^3 + 1 = 0{,}5 \cdot x^4 + x^3 + x^2 + m \cdot x + 2$

$x^2 + mx + 1 = 0$

$x_{1,2} = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\frac{m^2}{4} - 1}$ | p/q-Formel

Es handelt sich dann um einen Berührpunkt, wenn die Diskriminante Null ist.

$\frac{m^2}{4} - 1 = 0;\ \longrightarrow\ m_1 = 2;\ m_2 = -2$

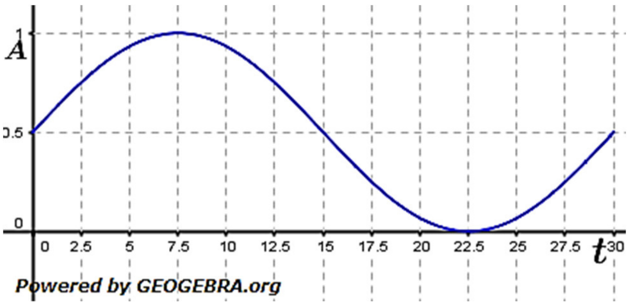
Wegen Bedingung $m > 0$ ist $m_1 = 2$ die Lösung.

1.2 (1) Die Aussage ist falsch. h' besitzt bei $x_0 = 1$ eeine Nulstelle mit VZW von + nach −. Somit ist $T(1|h(1))$ ein Hochpunkt.

(2) Die Aussage ist falsch. Mit $m_t \cdot m_n = -1$ als Bedingung für Orthogonalität ergibt sich aus $m_t \cdot \frac{1}{6} = -1$ $m_t = -6$. Das Schaubild von besitzt im abgebildeten Bereich an keiner Stelle den Funktionswert $h'(x_0) = -6$.

Lösung A2/2017

2.1 Schaubild siehe Grafik rechts.
Frage Sachzusammenhang:
Bestimmen Sie die Tage im Zyklus, an denen der beleuchtete Anteil der erdzugewandten Seite $95\,\%$ beträgt.



2.2 Es ist nach dem Durchschnitts-prozentsatz des Beleuchtungs-Anteils in den ersten 15 Tagen gefragt.

$$\overline{A_{0;15}} = \frac{1}{15} \cdot \int_0^{15} A(t)\, dt = \frac{1}{15} \cdot \left[\frac{1}{2}t - \frac{15}{2\pi} cos\left(\frac{\pi}{15}t\right)\right]_0^{15}$$

$$\overline{A_{0;15}} = \frac{1}{15} \cdot \left(7{,}5 - \frac{15}{2\pi} \cdot cos(\pi) - \left(-\frac{15}{2\pi} cos(0)\right)\right) = \frac{1}{15} \cdot \left(7{,}5 + \frac{15}{2\pi} + \frac{15}{2\pi}\right)$$

$$\overline{A_{0;15}} = \frac{1}{15} \cdot \left(7{,}5 + \frac{15}{\pi}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} = 0{,}8183$$

Der mittlere Beleuchtungsanteil in den ersten 15 Tagen beträgt etwa $81{,}8\,\%$.

2.3 Bei Vollmond ist der Beleuchtungsanteil $100\,\% = 1$. Somit muss der Sinusanteil der gegebenen Funktionsgleichung $B(t)$ den Wert $\frac{1}{2}$ annehmen.

$$\frac{1}{2} \cdot sin\left(\frac{\pi}{15}t + c\right) = \frac{1}{2} \implies sin\left(\frac{\pi}{15}t + c\right) = 1$$

$$\frac{\pi}{15}t + c = \frac{\pi}{2}$$

Wegen $t = 0$ ist $c = \frac{\pi}{2}$.

$$B(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} sin\left(\frac{\pi}{15}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$B(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$$

Lösung A3/2017

3.1 *Einführungs- und Wachstumsphase:*
Im Intervall von t mit $I =]0; 5]$
Bei ca. $t = 5$ befindet sich der Wwendepunkt des Schaubildes, bei dem die momentane Änderungsrate maximal ist.
Reifephase:
Im Intervall von t mit $I =]5; 15]$
Die momentane Änderungsrate nimmt in diesem Zeitintervall ab und nach ca. 15 Monaten beträgt die monatliche Verkaufszahl 9500 (und damit $95\,\%$ der maximalen monatlichen Verkaufszahl von 10.000).

Sättigungsphase:
Im Intervall von t mit $I =]15; 25]$
In diesem Intervall liegen die Verkaufszahlen über $95\,\%$ des Maximums.
Degenerationsphase:
Im Intervall von t mit $I =]25; 72]$
Nach ca. 25 Monaten nehmen die monatliche Verkaufszahlen kontinuierlich ab, 72 Monate nach Einführungsbeginn endet der Produktionszyklus.

3.2 Die Anzahl der verkauften Produkte in den sechs Jahren (72 Moaten) entspricht dem Flächeninhalt zwischen dem Schaubild und der t-Achse.
Durch Abzählen der Kästchen erhält man ca. $34{,}5$ Kästchen.

Jedes Kästchen entspricht 10 (Monate) $\cdot\, 10000$ (Stück/Monat)$=100000$ Stück.
Insgesamt wurden ca. $34{,}5 \cdot 10.000 = 345000$ Stück verkauft.

3.3 (1) Bestimmen Sie das Intervall, in dem $V(t) > 3000$ und $V'(t) > 0$.
(2) Berechnen Sie u für das gilt: $\int_u^{u+3} V(t)\,dt = 4000$.

Lösung A4/2017

4.1.1 *Zeitpunkt Anfangskonzentration:*
$c(0) = 0{,}05 \cdot e^0 = 0{,}05$
Davon $10\,\%$: $c(t_0) = 0{,}005$
$0{,}005 = 0{,}05 \cdot e^{-0{,}017 t_0}$
$0{,}1 = e^{-0{,}017 t_0} \quad | \quad ln$
$-0{,}017 t_0 = \ln(0{,}1) \quad | \quad : -0{,}017$
$t_0 = \frac{\ln(0{,}1)}{-0{,}017} \overset{\text{WTR}}{\approx} 135{,}45$
Nach $135{,}5$ Sekunden sind nur noch $10\,\%$ der Anfangskonzentration vorhanden.
Momentane Änderungsrate nach drei Minuten:
$v(t) = c'(t) = -0{,}017 \cdot 0{,}05 \cdot e^{-0{,}017t} = -0{,}00085 \cdot e^{-0{,}017t}$
$v(180) = -0{,}00085 \cdot e^{-0{,}017 \cdot 180} \overset{\text{WTR}}{\approx} 3{,}98545 \cdot 10^{-5}$
Die momentane Änderungsrate drei Minuten nachg Beobachtungsbeginn beträgt $3{,}98545 \cdot 10^{-5} \frac{mol}{l \cdot s}$.

4.1.2 Abbildung B zeigt das Schaubild der Funktion c.
Wegen $c(t) \longrightarrow 0$ für $t \longrightarrow \infty$ hat das Schaubild von c die waagrechte Asymptote $y = 0$. Wegen der e-Funktion wird keine der Ableitungen von c irgendwelche Nullstellen besitzen, also hat das Schaubild weder Extrempunkte noch Wendestellen.
Diese Bedingungen treffen nur auf Schaubild B zu.
Schaubild A:
Das Schaubild besitzt eine Wendestelle, dies ist bei der gegebenen Funktion c nicht möglich, siehe Erläuterung zu B.
Schaubild C:
Das Schaubild besitzt eine Nullstelle, dies ist bei der gegebenen Funktion c nicht möglich, siehe Erläuterung zu B.

4.2 $v(t) = -0{,}007 \cdot e^{-0{,}07t} \implies V(t) = \frac{0{,}007}{0{,}07} e^{-0{,}07t} + C = 0{,}1 \cdot e^{-0{,}07t} + C$

$V(0) = 0{,}125$
$0{,}125 = 0{,}1 \cdot e^{-0{,}07 \cdot 0} + C$
$0{,}125 = +0{,}1 + C$
$C = 0{,}025$
$V(t) = 0{,}1 \cdot e^{-0{,}07t} + 0{,}025$

Wegen $0{,}1e^{-0{,}07t} \longrightarrow 0$ für $t \longrightarrow \infty$ bleiben langfristig $0{,}025 \frac{mol}{l}$ übrig.

$\frac{0{,}025}{0{,}125} = 0{,}2 = 20\,\%$

Langfristig bleiben etwa $20\,\%$ der Anfangskonzentration übrig.

Teil3 - Stochastik
Lösung A1/2017

1.1 Ereignisse A und B sind Bernoulli-Experimente mit $P(Tor) = 0{,}8$, $n = 4$, die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der geschossenen Tore.

$P(A) = B_{4;0,8}(X = 4) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}4096$

$P(B) = B_{4;0,8}(X \geq 3) = 1 - B_{4;0,8}(X \leq 2) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}8192$

Ereignis C:

$\Omega = \{TorTorTor\overline{Tor}; \overline{Tor}TorTorTor\}$

$P(C) = 2 \cdot 0{,}8^3 \cdot 0{,}2 \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}2048$

1.2 Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit p für die Ballabwehr durch den Torhüter für den Erwartungswert $E(X) = 0$. Die Zufallsvariable X beschreibt den Gewinn von Tom. Sie kann die folgenden Werte annehmen:

$X = 1\,€$: Tom erzielt ein Tor;
$X = -2\,€$: Torgüter wehrt den Ball ab;
$X = -10\,€$: Tom trifft Torbegrenzung oder verfehlt das Tor.

Es gilt:
$P(X = 1) = 0{,}8;\quad P(X = -2) = p;\quad P(X = -10) = 1 - 0{,}8 - p$
$E(X) = 1 \cdot 0{,}8 - 2 \cdot p - 10 \cdot (0{,}2 - p) = -1{,}2 + 8p$
Das Spiel soll fair sein, also $E(X) = 0$:
$-1{,}2 + 8p = 0$
$8p = 1{,}2 \implies p = 0{,}15$
Die Wahrscheinlichkeit, mit der der Torhüter den Ball abwehren muss, damit das Spiel fair ist, beträgt $15\,\%$.

1.3.1 Es handelt sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit.
B: Bei einem Strafstoß wird kein Tor erzielt unter der Bedingung dass
A: der Torhüter den Ball abwehrt.

$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}10}{0{,}13} = \frac{10}{13} \approx 0{,}769$

1.3.2 Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahgl erzielter Tore. X ist binomialverteilt mit $n = 70$ und $p = 0{,}87$.

$B_{70;0,87}(X \geq 68) = 1 - B_{70;0,87}(X \leq 67) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}0038$

Lösung A2/2017

2.1 Die Felder sind wie folgt beschriftet:
Zahl 0: 8 Felder
Zahl 1: 4 Felder
Zahl 5: 4 Felder
Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
$P(A) = P(5\overline{5}; \overline{5}5) = 2 \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{12}{15} = 0{,}4$
$P(B) = P(11; 15; 51; 55) = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} + 2 \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} + \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{12+32+12}{240} = \frac{56}{240} = \frac{7}{30}$

2.2 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl an, genau 25 Euro zu gewinnen. X ist binomialverteilt mit $n = 5$ (5 Tage jeweils ein Los) und $p = \frac{1}{20}$ (Wahrscheinlichkeit für zwei 5en).
$B_{5;0{,}05}(X = 2) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}0214$

2.3 Gesucht ist der Erwartungswert $E(X)$.

x_i	$22{,}50$ €	$2{,}50$ €	$-1{,}50$ €	$-2{,}50$ €
Ergebnisse	(55)	(15;51)	(11)	alle anderen
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$	$2 \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2}{15}$	$\frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$	$\frac{23}{30}$

Erwartungswert: $E(X) = 22{,}50\,€ \cdot \frac{1}{20} + 2{,}50\,€ \cdot \frac{2}{15} - 1{,}50\,€ \cdot \frac{1}{20} - 2{,}50\,€ \cdot \frac{23}{30} = -0{,}53\,€$
Der Erwartungswert ist um $0{,}20\,€$ zu erhöhen (Einkauspreis eines Loses).
$E(X) + 0{,}20 = -0{,}33$.
Der Spielebetreiber kann langfristig gesehen mit einem Gewinn von $0{,}33\,€$ pro Spiel rechnen.

2.4 Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Kiosk-Kunden, die ein Los kaufen. X ist binomialverteilt mit den unbekannten Parametern n und p.
Es ist jedoch bekannt:
(1) $\mu = n \cdot p = 17$
(2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = 4$
(1) $n = \frac{17}{p}$
$n \longrightarrow$ (2)
(2) $\sqrt{\frac{17}{p} \cdot p \cdot (1 - p)} = 4$
$17 \cdot (1 - p) = 16$
$p = \frac{1}{17}$
$p \longrightarrow (1)$
(1) $n = \frac{17}{\frac{1}{17}} = 289$
Der Kiosk wird täglich von 289 Kunden besucht.

Die Sigmaregel $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$ ergibt mit $\mu = 17$ und $\sigma = 4$:
$P(13 \le X \le 21) \approx 68{,}3\,\%$.

Diese Wahrscheinlichkeit gibt an, dass die Wahrscheinlichkeit ca. $68{,}3\,\%$ beträgt, dass an einem Tag zwischen 13 und 21 Kunden ein Los kaufen.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2017

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Lösung A1 Vektorgeometrie

1.1.1 *Schnittpunkt von E mit der x_3-Achse bedeutet, dass $x_1; x_2 = 0$ ist.*

$-3x_3 = 12 \Rightarrow \; x_3 = -4$

$S_{x_3}(0|0|-4)$

Ebene F echt parallel E bedeutet, dass die Normalenvektoren ein Vielfaches voneinander sind, das absolute Glied d unterschiedlich ist.

$F\colon\; 2x_1 - 3x_3 = d$ mit $d \neq 12$.

Ebene G die nue eine Gerade mit E gemeinsame hat:

E verläuft parallel zur x_2-Achse. Somit ist die einfachste Ebene, die nur eine Gerade mit E gemeinsam hat, die x_2x_3-Ebene.

$G\colon\; x_1 = 0$

1.1.2 Die Umwandlung der Normalenform in die Koordinatenform führt zu:

$E\colon\; 6x_1 + bx_3 = a \cdot b$

Durch Koeffizientenvergleich von x_1 erkennen wir, dass der Normalenvektor der Normalenform das Dreifache des Normalenvektors der Koordinatenform ist. Wegen -3 bei der Koordinatenform muss damit $b = -9$ sein. Dadurch muss $a \cdot b = 3 \cdot 12 = 36$ sein.

$a \cdot (-9) = 36 \Rightarrow \; a = -4$.

1.1.3 Abstand von P zu E (über die HNF):

$\frac{|2x_1 - 3x_3 - 12|}{\sqrt{4+9}} \stackrel{?}{=} \sqrt{13}$

$\frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 12|}{\sqrt{13}} = \frac{|-13|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$

Der Punkt P hat den Abstand $d = \sqrt{13}$ zur Ebene E.

1.2.1 (1) $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AC} = 0$ ist das Skalarprodukt der beiden Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$. Das Ergebnis bedeutet, dass $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

(2) Der Betrag des Kreuzproduktes zweier Vektoren ist gleich der Fläche des von den beiden Vektoren aufgespannten Parallelgramms. Mit $\frac{1}{2} \cdot$ wird diese Fläche halbiert und stellt somit die Fläche eines Dreiecks dar.

$\frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = 6$ ist die Fläche des dargestellten (rechtwinkligen) Dreiecks ABC.

1.2.2 Volumen des Körpers:

Durch die Rotation entsteht ein Kegel mit der Volumenformel $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$.

In der Aufgabe ist $h = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 2$ und $r = \left|\overrightarrow{CA}\right|$.

Wegen $\frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|2 \cdot \overrightarrow{AC}\right| = 6$ ist $\left|\overrightarrow{AC}\right| = 6$.

$V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi 6^2 \cdot 2 = 24\pi \approx 75{,}4\, VE$

Der Kegel hat ein Volumen von etwa $75{,}4\, VE$.

Wert von c für Punkt $C(c|c|2)$ mit $c > 0$:

Jeder Punkt C muss die Bedingung erfüllen $|\overrightarrow{AC}| = 6$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} c-0 \\ c-0 \\ 0 \end{pmatrix} = 6$$

$\sqrt{2c^2} = 6$

$c \cdot \sqrt{2} = 6$

$c = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3 \cdot \sqrt{2}$

Der gesuchte Punkt hat die Koordinaten $C(3 \cdot \sqrt{2}|3 \cdot \sqrt{2}|2)$.

Lösung A1 Matrizen und Prozesse

1.1.1 Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Rohstoff-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

Es gilt: $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2a & 2+a \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

De Ergebnismatrix stimmt mit $\boldsymbol{C}$ überein, wenn $a = 2$ ist.

1.2.1.1 Der Produktionsvektor ist $\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$

Erforderliche Rohstoffmenge: $\boldsymbol{C} \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 65 \\ 50 \end{pmatrix}$

Die Behauptung des Mitarbeiters stimmt.

1.2.1.2 Prüfung, ob $\boldsymbol{D}_1$ die Inverse von $\boldsymbol{C}$ ist:

$$\boldsymbol{D}_1 \cdot \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{D}_1$ kann nicht die Inverse sein, da der Eintrag oben links eine „1“ ergeben müsste.

Prüfung, ob $\boldsymbol{D}_2$ die Inverse von $\boldsymbol{C}$ ist:

$$\boldsymbol{D}_2 \cdot \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{D}_2$ kann nicht die Inverse sein, da der Eintrag oben links eine „1“ ergeben müsste.

Prüfung, ob $\boldsymbol{D}_3$ die Inverse von $\boldsymbol{C}$ ist:

$$\boldsymbol{D}_3 \cdot \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{D}_3$ ist die Inverse von $\boldsymbol{C}$, da als Ergebnis die Einheitsmatrix entsteht.

Der Rohstoffvektor ist $\vec{r} = \begin{pmatrix} 43 \\ 33 \end{pmatrix}$.

Gesucht ist der Produktionsvektor $\vec{p}$.

$$\boldsymbol{C} \cdot \vec{p} = \vec{r} \implies \vec{p} = \boldsymbol{C}^{-1} \cdot \vec{r} = \boldsymbol{D}_3 \cdot \vec{r} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 43 \\ 33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Von E1 wurden 3 ME und von E2 wurden 7 ME produziert.

1.2 Übergangsmatrix: $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}05 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}7 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}25 & 0{,}8 \end{pmatrix}$

Bedingung für stationäre Verteilung:

$\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}05 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}7 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}25 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ sowie $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Daraus ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

	x_1	x_2	x_3	$=$	
(1)	$-0{,}2$	$+0{,}05$		0	
(2)	$0{,}2$	$-0{,}3$	$+0{,}2$	0	(1) + (2)
(3)	0	$0{,}25$	$-0{,}2$	0	
(4)	1	1	1	1	$5 \cdot$(1) + (4)

	x_1	x_2	x_3	$=$	
(1)	$-0{,}2$	$+0{,}05$		0	
(2)	0	$-0{,}25$	$+0{,}2$	0	
(3)	0	$0{,}25$	$-0{,}2$	0	(2) + (3)
(4)	0	$1{,}25$	1	1	$5 \cdot$(2) + (4)

	x_1	x_2	x_3	$=$	
(1)	$-0{,}2$	$+0{,}05$		0	
(2)	0	$-0{,}25$	$+0{,}2$	0	
(3)	0	0	0	0	
(4)	0	0	2	1	

Daraus folgt: $x_3 = 0{,}5$; $x_2 = 0{,}4$; $x_1 = 0{,}1$

Langfristig sind $10\,\%$ *der Strände zum Baden ungeeignet.*