Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2018

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

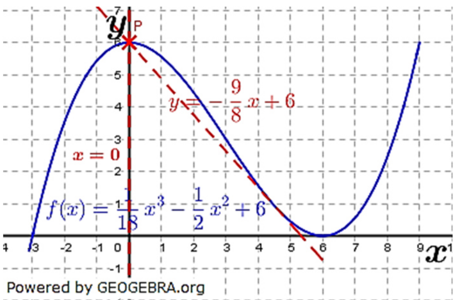
Lösung A1/2018

1.1.1 $a = \frac{1}{18}$, durch Funktionsgleichung bereits gegeben.
Das Schaubild von f hat bei $x_0 = -3$ eine einfache Nullstelle und bei $x_0 = 6$ eine doppelte Nullstelle.
Daraus folgt: $b = -3$ und $c = 6$

1.1.2 Wendepunkte mit $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$.
$f'(x) = \frac{1}{6}x^2 - x;\quad f''(x) = \frac{1}{3}x - 1;\quad f'''(x) = \frac{1}{3}$
Wendepunkte:
$\frac{1}{3}x - 1 = 0$
$x = 3$
$f'''(x) \neq 0$
$f(3) = \frac{1}{18} \cdot 3^3 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 + 6 = \frac{6}{2} = 3$
Der Wendepunkt hat die Koordinaten $WP(3|3)$.
Wendepunkt auf erster Winkelhalbierender:
Funktionsgleichung der ersten Winkelhalbierenden: $y = x$
$3 = 3$ | Punktprobe mit $WP(3|3)$
Der Wendepunkt liegt auf der ersten Winkelhalbierenden.

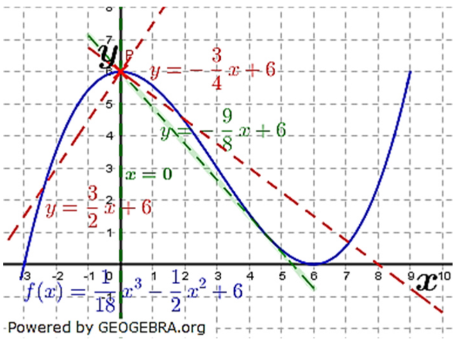
1.1.3 *Inhalt der Fläche $A_{groß}$:*
$$A_{groß} = \int_{-3}^{6} f(x)\,dx = \left[\frac{1}{72}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 6x\right]_{-3}^{6} = 18 - \left(-\frac{99}{8}\right) = \frac{243}{8}$$
Inhalt der Fläche A_{klein}:
$$A_{klein} = \int_{-3}^{0} f(x)\,dx = \left[\frac{1}{72}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 6x\right]_{-3}^{0} = 0 - \left(-\frac{99}{8}\right) = \frac{99}{8}$$
$$\frac{A_{klein}}{A_{groß}} = \frac{\frac{99}{8}}{\frac{243}{8}} = \frac{99}{243} = 40{,}74\ \%$$

1.1.4 (1) genau einen Punkt
Mehrere Lösungen möglich, siehe nebenstehende Graphik.
Eine mögliche Lösung wäre z. B.
$y = -\frac{1}{6}x + 6$
(Die nebenstehend eingezeichnete Tangente $y = -\frac{9}{8}x + 6$ gehört nicht mehr zur Lösung).
Lösungsmenge:
Alle Geraden durch $(0|6)$ mit $m < -\frac{9}{8}$ haben genau einen Punkt gemeinsam.



(2) genau drei Punkte

Mehrere Lösungen möglich, siehe nebenstehende Graphik.



Eine mögliche Lösung wäre z. B.

$y = -\frac{3}{4}x + 6$, alternativ z.B. $y = \frac{3}{2}x + 6$

Die nebenstehend eingezeichnete Tangente $y = -\frac{9}{8}x + 6$ stellt offensichtlich eine Grenze dar von $x = 0$ bis kurz unter $y = -\frac{9}{8}x + 6$ liegt nur ein Schnittpunkt vor.

Für alle $m > -\frac{9}{8}$ mit Ausnahme von $m = 0$ liegen drei Schnittpunkte vor.

(Hinweis: Die Gerade $y = \frac{3}{2}x + 6$ hat im Schaubild zwar nur zwei Schnittpnkte, es gibt jedoch noch einen weiteren, dritten Schnittpunkt für $x > 10$, da die Funktion f schneller steigt als die Gerade $y = \frac{3}{2}x + 6$. Dies gilt auch für alle Geraden mit der Steiung $> -\frac{9}{8}$ ohne $m = 0$.)

m für Geraden mit nur zwei Schnittpunkten:

Aus dem Schaubild geht ohne Berechnung hervor, dass eine dieser Steigungen $m = 0$ sein muss, somit Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 6$.

Die zweite Gerade mit nur zwei Schnittpunkten ist die Tangentengleichung an K durch den Punkt $(0|6)$.

$t(x) = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$

$f'(x) = \frac{1}{6}x^2 - x$

$t(x) = (\frac{1}{6}u^2 - u) \cdot (x - u) + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 + 6$

$6 = (\frac{1}{6}u^2 - u) \cdot (0 - u) + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 + 6 \quad | \quad$ Punktprobe mit $(0|6)$

$-\frac{1}{6}u^3 + u^2 + \frac{1}{18}u^3 - \frac{1}{2}u^2 = 0$

$-\frac{1}{9}u^3 + \frac{1}{2}u^2 = 0$

$u^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}u + \frac{1}{2}\right) = 0$

$u_1 = 0; \quad u_2 = \frac{9}{2}$

$f'(u_1) = f'(0) = m_1 = 0$

$f'(u_2) = f'\left(\frac{9}{2}\right) = m_2 = -\frac{9}{8}$

Die Geraden durch $(0|6)$ mit den Steigungen $m_1 = 0$ bzw. $m_2 = -\frac{9}{8}$ haben zwei Schnittpunkte mit K.

1.2 $g(x) = \int_1^{x^2+1} sin\,(2t)\,dt = \left[-\frac{1}{2}cos(2t)\right]_1^{x^2+1} = -\frac{1}{2}cos(2x^2 + 2) + \frac{1}{2}cos\,(2)$

$g'(x) = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot sin\,(2x^2 + 2) = 2x \cdot sin\,(2x^2 + 2)$

Gabis Behauptung ist falsch.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (*mit Hilfsmittel*) *2018*

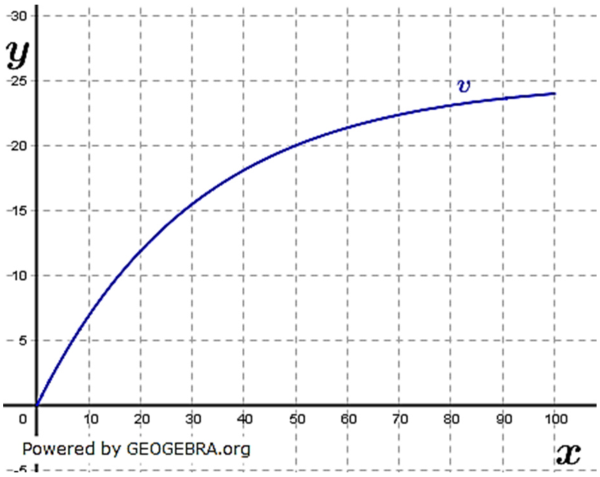
Lösung A2/2018

2.1 Schaubild siehe Grafik rechts.

Geschwindigkeitsannäherung:

Die gegebene Funktionsgleichung ist eine Funktion des beschränkten Wachstums mit einer oberen Schranke von 25.

Die Drohne nähert sich einer Geschwindigkeit von $25\frac{m}{s} = 90\frac{km}{h}$ an.



2.2 $\int_0^{50} v\,(t)dt = \int_0^{50}(25 - 25 \cdot e^{-0{,}0322t})\,dt.$

$= \left[25t + \frac{25}{0{,}0322} \cdot e^{-0{,}0322t}\right]_0^{50}$

$= 1405{,}2 - 776{,}4$

$= 628{,}8$

Interpretation des Sachzusammenhangs:

Das Integral über die Geschwindigkeit ergibt den zurückgelegten Weg.

Die Drohne legt in den ersten 50 *Sekunden einen Weg von* $628{,}8$ *Metern zurück.*

2.3 Größte Beschleunigung der Drohne:

$a(t) = v'(t) = -25 \cdot (-0{,}0322) \cdot e^{-0{,}0322t} = 0{,}805 \cdot e^{-0{,}0322t}$

Wegen $0 < e^{-0{,}0322t} \leq 1$ für $t \geq 0$ wird $0{,}805 \cdot e^{-0{,}0322t}$ immer kleiner für . Den größten Wert besitzt $e^{-0{,}0322t}$ zum Zeitpunkt $t = 0$, nämlich $e^{-0{,}0322 \cdot 0} = 1$.

Zeitpunkt mit $a < 0{,}5\frac{m}{s^2}$:

$0{,}805 \cdot e^{-0{,}0322t} < 0{,}5$	|	$:0{,}805$
$e^{-0{,}0322t} < 0{,}6211$	|	ln
$-0{,}0322t < \ln(0{,}6211)$	|	$:-0{,}0322$
$t > 14{,}79$		

Nach etwa $14{,}8$ *Sekunden hat die Drohne eine Beschleunigung von weniger als* $0{,}5\frac{m}{s^2}$.

Lösung A3/2018

3.1 Gewicht eines Kunststoffkübels:

$V_{Kübel} = \pi \cdot \int_0^{0{,}5} f(x)^2\,dx + \pi \cdot \int_{0{,}5}^{2}(f(x)^2 - g(x)^2)dx$

$= \pi \cdot \int_0^{0{,}5}(x+1)\,dx + \pi \cdot \int_{0{,}5}^{2}(x + 1 - (0{,}5x + 0{,}5)dx$

$= \pi \cdot \int_0^{0{,}5}(x+1)\,dx + \pi \cdot \int_{0{,}5}^{2}(0{,}5x + 0{,}5)dx$

$= \pi \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 + x\right]_0^{0{,}5} + \pi \cdot \left[\frac{1}{4}x^2 + 0{,}5x\right]_{0{,}5}^{2}$

$= \pi \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 0\right) + \pi \cdot \left(1 + 1 - \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{4}\right)\right)$

$= \pi \cdot \left(\frac{5}{8} + \frac{27}{16}\right)$

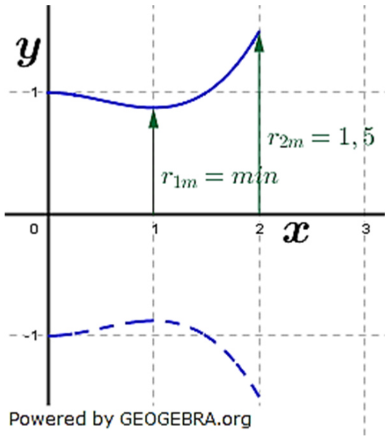
$= \frac{37}{16}\pi \approx 7{,}26$

$7{,}26\,m^3 \cdot 0{,}9\frac{t}{m^3} = 6{,}534\,t$

Der Kübel hat ein Gewicht von etwa $6{,}5$ *Tonnen.*

3.2 *Anderer Pflanzkübel:*

Die nebenstehende Graphik verdeutlicht die Situation. Die Außenkontur des Pflanzkübels soll durch die Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ für $0 \leq x \leq 2$ modelliert werden.



Hierzu benötigen wir zwei Bedingungen zur Berechnung von a und b. Diese sind:

$f(2) = 1{,}5$ sowie $f'(1) = 0 \wedge f''(1) > 0$

(1) $8a + 4b + 1 = 1{,}5$

(2) $3a + 2b = 0$ | $\cdot 2$

(1) $8a + 4b + 1 = 1{,}5$

(2) $\underline{6a + 4b = 0}$

(1)-(2) $2a + 1 = 1{,}5$

$2a = 0{,}5$

$a = \frac{1}{4}$

$a \rightarrow (2)$

$3 \cdot \frac{1}{4} + 2b = 0$

$2b = -\frac{3}{4}$

$b = -\frac{3}{8}$

Die Funktionsgleichung könnte lauten: $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + 1$ für $0 \leq x \leq 2$

$f''(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}$

$f''(1) = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} > 0$

Bei $x_0 = 1$ liegt ein lokales Minimum vor mit $f(1) = \frac{7}{8}$.

Wir müssen noch prüfen, ob dieses Minimum für $0 \leq x \leq 2$ ein globales Minimum ist:

$f(0) = 1; \quad f(2) = 1{,}5$

Der Punkt $P\left(1\middle|\frac{7}{8}\right)$ ist für $0 \leq x \leq 2$ ein globales Minimum.

Die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + 1$ *die gestellten Bedingungen.*

Lösung A4/2018

4.1 *Luftdruck auf Meereshöhe:*

$p(0) = p(h) = 1013 \cdot e^{-0{,}126 \cdot 0} = 1013$

Der Luftdruck auf Meereshöhe beträgt $1013\ hPa$*.*

Höhe für $787\ hPa$*:*

$787 = 1013 \cdot e^{-0{,}126 \cdot h}$ | $:1013$

$e^{-0{,}126 \cdot h} = 0{,}7769$ | ln

$-0{,}126 \cdot h = ln\,(0{,}7769)$ | $:-0{,}126$

$h = 2$

In einer Höhe von etwa $2\ km$ *beträgt der Luftdruck* $787\ hPa$*.*

4.2 *Prozentualer Anteil der Abnahme:*

$e^{-0{,}126} = 0{,}8816 \approx 88{,}2\ \%$

$100\ \% - 88{,}2\ \% = 11{,}8\ \%$

Die prozentuale Abnahme für $1\ km$ *Höhenzunahme beträgt ca.* $11{,}8\ \%$.

4.3 *Mittlerer Luftdruck bei* $11\ km$ *Höhenunterschied:*

$\overline{p} = \frac{1}{11} \cdot \int_0^{11} p(h)\, dh = \frac{1}{11} \cdot \left[-\frac{1013}{0{,}126} \cdot e^{-0{,}126h}\right]_0^{11} = \frac{1}{11} \cdot (-2010 + 8039{,}7) = 548{,}11$

Der mittlere Luftdruck bei $11\ km$ *Höhenunterscheid beträgt ca.* $548\ hPa$.

4.4 $p(h + 5{,}5) \approx \frac{p(h)}{2};\ 0 \le h \le 5{,}5$

Unabhängig auf welcher Höhe sich der Ballon befindet, gilt:

Der Luftdruck $5{,}5\ km$ *über der aktuellen Höhe ist etwa halb so groß wie in der aktuellen Höhe.*

Teil3 - Stochastik

Lösung A1/2018

1.1 Ereignisse A und B sind Bernoulli-Experimente mit:

$P(A) = B_{5;0,8}(X = 4) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}4096$

$P(B) = B_{6;0,3}(X \ge 2) = 1 - B_{6;0,3}(X \le 1) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}5798$

C: Ein Läufer nimmt nur ein Becher Wasser und kein Obst.

Lösung über Vierfeldertafel:

	Obst (O)	Kein Obst ($\overline{O}$)	
Wasser (W)	$0{,}25$	$0{,}55$	$\mathbf{0{,}8}$
Kein Wasser ($\overline{W}$)	$\mathbf{0{,}05}$	$0{,}15$	$0{,}2$
	$\mathbf{0{,}3}$	$0{,}7$	$\mathbf{1}$

$P(C) = P(W \cap \overline{O}) = 0{,}55$

1.2 Aufgabe zur bedingten Wahrscheinlichkeit. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Läufer Obst nimmt unter der Bedingung, dass er schon einen Becher Wasser genommen hat.

$P_W(O) = \frac{P(W \cap O)}{P(W)} = \frac{0{,}25}{0{,}8} = 0{,}3125 > 0{,}30$

Die Aussage ist korrekt, denn $31{,}25\ \%$ ist größer als $30\ \%$.

1.3.1 $B_{2500;0,8}(X > 2500) = 1 - B_{2500;0,8}(X \le 2050) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}0053$

1.3.2 Relative Trefferhäufigkeit: $h = \frac{1950}{2500} = 0{,}78$

Berechnung des Vertrauensintervalls mit $c = 2{,}58$ (aufgrund der Vertrauenswahrscheinlichkeit von $99\ \%$) und $n = 2500$.

$I = \left[0{,}78 - 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}78 \cdot (1 - 0{,}78)}{2500}};\ 0{,}78 + 2{,}58 \cdot \sqrt{\frac{0{,}78 \cdot (1 - 0{,}78)}{2500}}\right]$

$I = [0{,}7586; 0{,}8014] = [75{,}86\ \%; 80{,}14\ \%]$

Die ursprünglich angenommene Wahrscheinlichkeit von $80\ \%$ *ist in dem Vertrauensintervall enthalten.*

Lösung A2/2018

2.1.1 Ereignisse $E1$ und $E2$ sind Bernoulli-Experimente mit:

$P(E1) = B_{5;0,96}(x = 5) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}815$

$P(E2) = B_{15;0,04}(x = 1) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}339$

$E3$: Eine Flasche, die gewaschen wurde, wird auch befüllt.
Bedingte Wahrschenilichkeit: Eine Flasche wird befüllt unter der Bedingung, dass sie gewaschen wurde.

$P(E3) = P_{gew}(bef) = \frac{P(gew \cap bef)}{P_{gew}} = \frac{0{,}96}{0{,}99} \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}97$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt $0{,}97$ *bzw.* $97\,\%$.
$E4$: Eine Flasche, die nicht befüllt wird, wurde nicht gewaschen.
Bedingte Wahrschenilichkeit: Eine Flasche wird nicht befüllt unter der Bedingung, dass sie nicht gewaschen wurde.

$P(E4) = P_{\overline{bef}}(\overline{gew}) = \frac{P(\overline{bef} \cap \overline{gew})}{P_{\overline{bef}}} = \frac{0{,}01}{0{,}04} \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}25$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt $0{,}25$ *bzw.* $25\,\%$.

2.1.2 $B_{n;0,04}(x \geq 1) > 0{,}9$
$1 - B_{n;0,04}(X = 0) > 0{,}9 \quad | \quad +B_{n;0,04}(X = 0);\ -0{,}9$
$1 - 0{,}9 > B_{n;0,04}(X = 0)$
$0{,}1 > \binom{n}{0} \cdot 0{,}04^0 \cdot 0{,}96^n = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}96^n$
$ln\,(0{,}1) > n \cdot ln\,(0{,}96) \quad | \quad : ln\,(0{,}96)$
$n > \frac{ln\,(0{,}1)}{ln\,(0{,}96)}$
$n > 56{,}4$
Es müssen mindestens 57 *Flaschen kontrolliert werden.*

2.2 Erwartungswert:
$\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}005 = 2{,}5$
Standardabweichung:
$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} = \sqrt{2{,}5 \cdot 0{,}995} = 1{,}5772$

$1 \cdot \sigma$-Intervall (zum Erwartungswert):
$[2{,}5 - 1{,}5772; 2{,}5 + 1{,}5772] \ \rightarrow \ [0{,}9228; 4{,}0772]$
Wahrscheinlichkeit für X mit Rechner:

$P(1 \leq X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X = 0) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}8101$

Wahrscheinlichkeit für X über Diagramm:
$P(X \leq 4) - P(X = 0) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0{,}815$

Grund für die Abweichung von der Wahrscheinlichkeit aus der entsprechenden Sigma-Regel:
Die 1-Sigma-Regel besagt einen Wert von ca. $68\,\%$, für diesen Vorgang ein sehr ungenaues Ergebnis der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit.
Ein Grund für diese Ungenauigkeit ist, dass die Bedingung $\sigma > 3$ *hier nicht erfüllt ist.*

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2018*

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Lösung A1 Vektorgeometrie

1.1 *Ort des Flugzeugs fünf Minuten nach Beginn:*

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -20 \\ -60 \\ 11 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -30 \\ 8{,}5 \end{pmatrix}$$

Das Flugzeug befindet sich fünf Minuten nach Beginn im Punkt $P(-10|-30|8{,}5)$.

Geschwindigkeit des Flugzeugs in Kilometer pro Stunde:

$$|\vec{v}| = \left|\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}\right| \cdot 3{,}6 = \sqrt{4+36+0{,}25} \cdot 60 = 380{,}66$$

Die Geschwindigkeit des Flugzeugs beträgt ca. 380 km/h.

Das Flugzeug befindet sich im Sinkflug, da die x_3*-Koordinate des Richtungsvektors kleiner Null ist.*

1.2 *Abstand des Flugzeugs zur Lauftraumgrenze der Länder zu Beginn:*

Berechnung über den Aufpunkt der Fluggeraden und der HNF der Ebene der Luftraumgrenze:

HNF von E: $\frac{3x_1+2x_2}{\sqrt{9+4}} = 0$

Abstand von P zu E: $d(P;E) = \frac{|3\cdot(-20)+2\cdot(-60)|}{\sqrt{13}} = \frac{180}{\sqrt{13}} = 49{,}923$

Das Flugzeug ist damit zu Beginn weniger als $50\ km$ von der Luftraumgrenze der Länder entfernt.

1.3 *Zeitpunkt, an dem das Flugzeug die Luftraumgrenze der Länder durchstößt:*

$g \cap E$:

Aus g folgt: $x_1 = -20 + 2t$
$x_2 = -60 + 6t$

$x_1;\ x_2 \rightarrow E$:

$3 \cdot (-20 + 2t) + 2 \cdot (-60 + 6t) = 0$

$6t - 60 + 12t - 120 = 0$

$18t = 180$

$t = 10$

Zehn Minuten nach Beobachtungsbeginn durchstößt das Flugzeug die Luftraumgrenze.

Höhe es Flugzeugs zu diesem Zeitpunkt:

$x_3 = 11 + 10 \cdot (-0{,}5) = 6$

Das Flugzeug befindet sich in $6\ km$ *Höhe.*

1.4 *Kleinste Entfernung der beiden Flugzeuge:*

Entfernung zweier Punkte mit dem Satz des Pythagoras im Raum:

$F1(-20+2t|-60+6t|11-0{,}5t)$

$F2(20-2t|-56+6t|8{,}5-0{,}25t)$

$d(F1;F2) =$

$$\sqrt{\big(20-2t-(-20+2t)\big)^2 + \big(-56+6t-(-60+6t)\big)^2 + \big(8{,}5-0{,}25t-(11-0{,}5t)\big)^2}$$

$d(F1;F2) = \sqrt{(40-4t)^2 + 4^2 + (-2{,}5 + 0{,}25t)^2}$

Der Abstand ist am kleinsten, wenn der Wert unter der Wurzel am kleinsten ist, die Funktion unter der Wurzel also einen Tiefpunkt hat.

$f(t) = (40-4t)^2 + (-2{,}5 + 0{,}25t)^2 + 16$

$f'(t) = 2(40-4t)\cdot(-4) + 2(-2{,}5+0{,}25t)\cdot 0{,}25$

$f'(t) = -320 + 32t - 1{,}25 + 0{,}125t = 32{,}125t - 321{,}25$

$32{,}125t - 321{,}25 = 0$

$32{,}125t = 321{,}25$

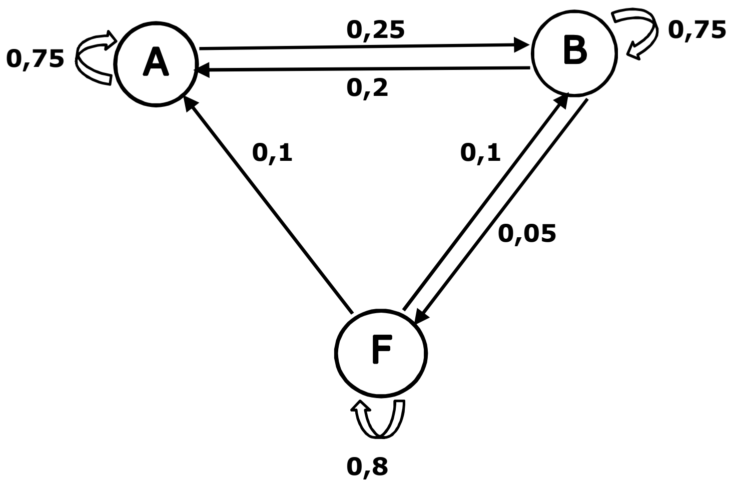
$t = 10$

$d(t) = \sqrt{(40-40)^2 + 16 + (-2{,}5+2{,}5)^2} = \sqrt{16} = 4$

Nach 10 *Minuten ist der Abstand der beiden Flugzeuge mit* $4\,km$ *am kleinsten.*

Lösung A1 Matrizen und Prozesse

1.1 *Übergangsdiagramm*



Anzahl der Zuschauertypen am zweiten Heimspieltag, wenn man bei der Simulation annimmt, dass am ersten Heimspieltag alle Zuschauer zu Fuß bzw. dem Fahrrad kommen.

Übergangsmatrix: $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}25 & 0{,}75 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}05 & 0{,}8 \end{pmatrix}$

Anfangsverteilung: $\vec{x_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50000 \end{pmatrix}$

$$\boldsymbol{M}\cdot\vec{x_0} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}25 & 0{,}75 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}05 & 0{,}8 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 5000 \\ 40000 \end{pmatrix}$$

Nach dem Modell kommen beim zweiten Heimspieltag jeweils 5000 Zuschauer mit dem Auto bzw. Bus und Bahn und 40.000 wiederum zu Fuß bzw. mit dem Fahrrad.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 *(mit Hilfsmittel)* *2018*

1.2 *Prozentualen Anteile der verschiedenen Zuschauertypen, sodass sich diese Anteile an zwei aufeinander folgenden Heimspieltagen nicht verändern:*

Berechnung des Stabilitätsvektors:

$$\begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}25 & 0{,}75 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}05 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1-x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1-x-y \end{pmatrix}$$

Dies führt zu nachfolgendem LGS:

(1) $0{,}75x + 0{,}2y + 0{,}1 \cdot (1-x-y) = x$
(2) $0{,}25x + 0{,}75y + 0{,}1 \cdot (1-x-y) = y$
(3) $0 \cdot x + 0{,}05y + 0{,}8 \cdot (1-x-y) = 1-x-y$

(1) $-0{,}35x + 0{,}1y = -0{,}1 \quad | \quad \cdot 20$
(2) $0{,}15x - 0{,}35y = -0{,}1 \quad | \quad \cdot 20$
(3) $0{,}2x + 0{,}25y = 0{,}2 \quad | \quad \cdot 20$

(1) $-7x + 2y = -2$
(2) $3x - 7y = -2 \quad | \quad 3 \cdot (1) + 7 \cdot (2)$
(3) $4x + 5y = 4 \quad | \quad 4 \cdot (1) + 7 \cdot (3)$

(1) $-7x + 2y = -2$
(2) $0 \quad - 43y = -20$
(3) $0x \quad + 43y = 20$

Aus (2) bzw. (3) folgt:

$y = \frac{20}{43} \approx 0{,}465$

(1) $-7x + 2 \cdot \frac{20}{43} = -2$

$7x = \frac{126}{43}$

$x = \frac{18}{43} \approx 0{,}419$

Daraus dritter Eintrag des Stabilitätsvektors:

$1 - x - y = 1 - \frac{18}{43} - \frac{20}{43} = \frac{5}{43} \approx 0{,}116$

Mit dem Auto kommen etwa $41{,}9\,\%$*, mit dem Bus bzw. der Bahn etwa* $46{,}5\,\%$ *und zu Fuß bzw. mit dem Fahrrad etwa* $11{,}6\,\%$ *der Zuschauer.*

1.3.1 8.000 *Parkplätze am dritten Heimspieltag nicht ausreichend:*

Am zweiten Heimspieltag sind es

27.000 Zuschauer vom Typ B
3.000 Zuschauer vom Typ F
$50.000 - 27.000 - 3.000 = 20.000$ Zuschauer vom Typ A.

Verteilungsvektor am zweiten Heimspieltag: $\overrightarrow{x_2} = \begin{pmatrix} 20000 \\ 27000 \\ 3000 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{x_3} = \boldsymbol{M} \cdot \overrightarrow{x_2} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}25 & 0{,}75 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}05 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20000 \\ 27000 \\ 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20700 \\ 25550 \\ 3750 \end{pmatrix}$$

Am dritten Heimspieltag ist mit 20700 Zuschauern zu rechnen, die mit dem Auto kommen.

Dies entspricht $\frac{20700}{2,5} = 8280$ Parkplätzen.

Die Anzahl der benötigten Parkplätze ist 8280 und damit größer als 8000.

1.3.2 *Veränderter Prozentsatz von Zuschauern vom Typ A, die wieder mit dem Auto kommen:*

8000 Parkplätze reichen aus, wenn $2,5 \cdot 8.000 = 20.000$ Zuschauer mit dem Auto kommen.

$\overrightarrow{x_3} = \boldsymbol{M} \cdot \overrightarrow{x_2} = \begin{pmatrix} a & 0,2 & 0,1 \\ 0,25 & 0,75 & 0,1 \\ 0 & 0,05 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20000 \\ 27000 \\ 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20000 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

Somit muss gelten:

$20000 \cdot a + 27000 \cdot 0,2 + 3000 \cdot 0,1 = 20000$

$20000 \cdot a = 14300$

$a = \frac{14300}{20000} = 0,715$

71,5% der Zuschauer, die am zweiten Heimspieltag mit dem Auto gekommen waren, kommen dann am dritten Heimspieltag wieder mit dem Auto.