Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2019*

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Die Aufgabe A1 ist zu bearbeiten.

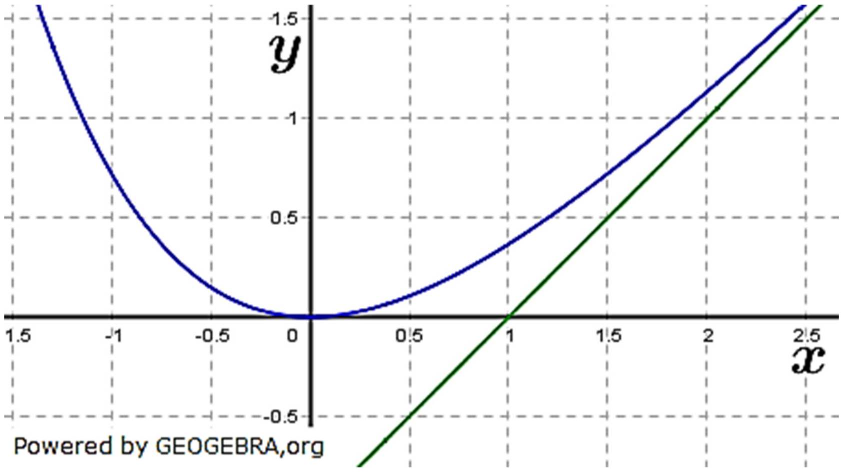
Aufgabe A1/2019

1.1 Eine Polynomfunktion p ist gegeben durch $a \cdot x^3 + bx^2$ für $x \in \mathbb{R}$, wobei $a \neq 0$ ist.

1.1.1 Bestimmen Sie die Werte von a und b, sodass die Punkte $P(-1|1)$ und $Q(1|0)$ auf dem Schaubild von p liegen. (3P)

1.1.2 Nun gilt: $b = -a$. Untersuchen Sie, ob es eine negative Nullstelle von p gibt. (2P)

1.2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x - 1 + e^{-x}$ für $x \in \mathbb{R}$. Die folgende Abbildung zeigt das Schaubild K von f, sowie dessen Asymptote g mit der Gleichung $y = x - 1$.



1.2.1 Geben Sie den Punkt auf g an, der den kleinsten Abstand zum Tiefpunkt $T(0|f(0))$ von K hat, und ermitteln Sie dessen Abstand. (2P)

1.2.2 Das Schaubild H einer Funktion h entsteht durch Verschiebung von K. Der Tiefpunkt von H liegt bei $(1|-1)$. Berechnen Sie einen Funktionsterm von h. (2P)

1.2.3 Begründen Sie, dass die folgenden Aussagen wahr sind:
(1) K besitzt keinen Wendepunkt.
(2) Im Intervall $[1{,}841; 1{,}842]$ liegt ein x_0, sodass $f(x_0) = 1$ gilt.
(3) Es gibt keine Normale an K, die g senkrecht schneidet. (7P)

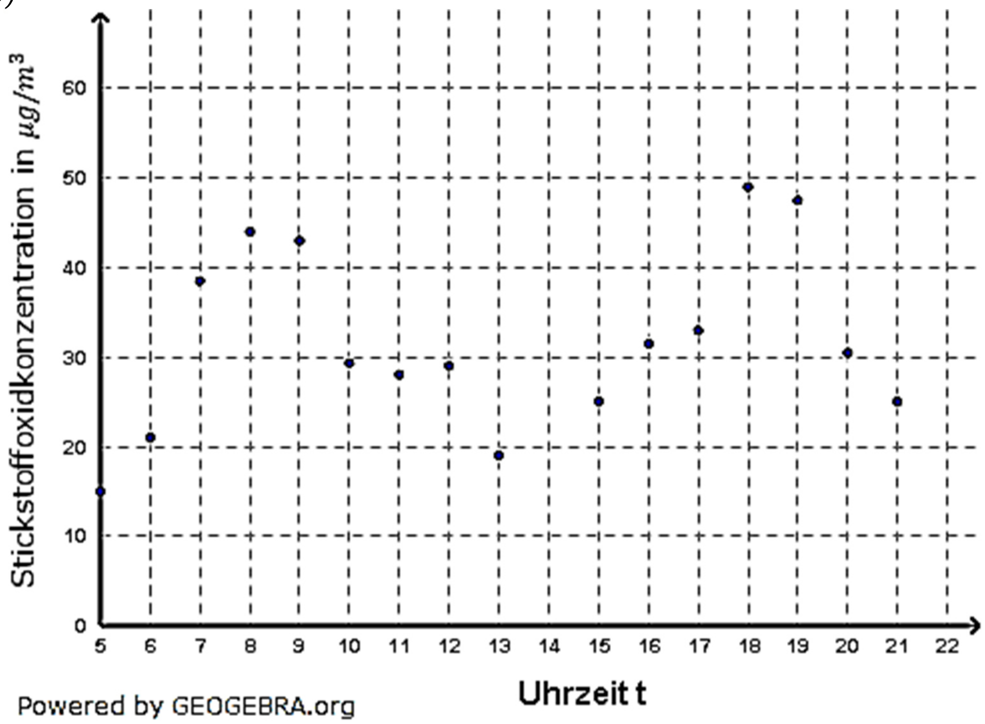
1.2.4 Das Schaubild K, die beiden Geraden mit der Gleichung $x = -c$ und $x = c$ mit $c > 0$ und die Gerade g umschließen eine Fläche.
Bestimmen Sie c, sodass der Inhalt dieser Fläche den Wert 2 hat. (4P)

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2019

Von drei Aufgaben A2 bis A4 ist eine Aufgabe auszuwählen und zu bearbeiten.

Aufgabe A2/2019

Ein großer Anteil des Stockstoffoxids (NO_2) in der Luft wird durch Verbrennungsmotoren im Straßenverkehr erzeugt. An einer Messstation in einer süddeutschen Stadt wird die NO_2-Konzentration in der Luft täglich aufgezeichnet. Die Abbildung zeigt die, an einem Werktag im Herbst zwischen 5 Uhr morgens und 21 Uhr abends gemessenen NO_2-Datenwerte in Mikrogramm pro Kubikmeter Luft $\left(\frac{\mu g}{m^3}\right)$.



Abituraufgaben anwendungsorientierte Analysis (Teil 2 mit Hilfsmittel) 2017-2019

2.1 Beschreiben Sie die Entwicklung der NO_2-Konzentration im Tagesverlauf und interpretieren Sie dies im Sachzusammenhang. (2P)

2.2 Die Funktion f mit $f(t) = 15 \cdot sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) + 30;\ \ 5 \leq t \leq 21$ modelliert den Wert der NO_2-Konzentration $f(t)$ in $\frac{\mu g}{m^3}$ zum Zeitpunkt dieses Tages.

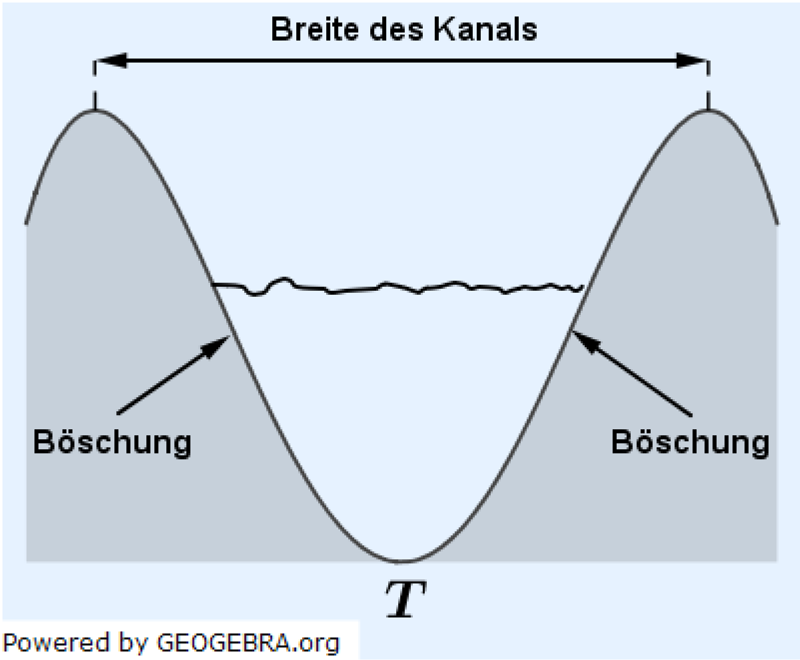
2.2.1 Beurteilen Sie folgende Aussage: „Das Maximum von f weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der NO_2-Konzentration um mehr als $10\,\%$ ab.“ (2P)

2.2.2 Bestimmen Sie unter Verwendung des Modells f die beiden Zeitpunkte, an denen die Zunahme der NO_2-Konzentration am größten ist. (3P)

2.2.3 Zum Zeitpunkt der Messung galt für die NO_2-Konzentration in der Luft der Grenzwert von $40\ \frac{\mu g}{m^3}$.
Bestimmen Sie mithilfe von f die Uhrzeit auf die Minute genau, zu der dieser Grenzwert erstmals erreicht wurde. (3P)

Aufgabe A3/2019

Ein Ingenieurbüro plant den Bau eines 15 Meter (m) langen, geraden Kanals, der einen gleichbleibenden Querschnitt aufweist. Das Koordinatensystem wird im Modell so gelegt, dass $T(0|0)$ den tiefsten Punkt des Querschnitts darstellt (siehe Abbildung). Die Randkurve des Querschnitts wird beschrieben durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{4}x^2$, wobei x im Bereich der Breite des Kanals liegt und ebenso wie $f(x)$ in Meter gemessen wird. Die Abbildung stellt eine nicht maßstabsgetreue Skizze des Schaubilds von f dar.



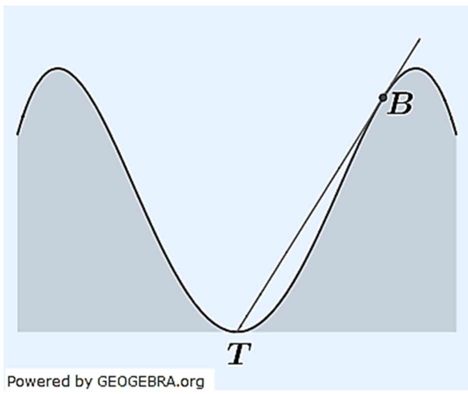
3.1 Berechnen Sie den höchstmöglichen Wasserstand und die Breite des Kanals. (3P)

3.2 Das Wasser steht im Kanal $2\,m$ hoch.

3.2.1 Zeigen Sie, dass der Wasserspiegel eine Breite von genau $4\,m$ einnimmt. (1P)

3.2.2 Berechnen Sie den Wert von $15 \cdot \int_{-2}^{2} \left(2 - f(x)\right) dx$.
Deuten Sie diesen Term und den berechneten Wert im Sachzusammenhang. (3P)

3.3 Ein Laser in der Position T wird so eingestellt, dass er einen Laserstrahl erzeugt, der in der Ebene des Kanalquerschnitts verläuft und dabei die rechte Böschung an einem Punkt $B(u|f(u))$ mit $u > 0$ berührt.
Bestimmen Sie die Steigung a der Geraden mit der Gleichung $y = a \cdot x$, die diesen Lichtstrahl modelliert. (3P)



Aufgabe A4/2019

Ein Unternehmen bietet seinen Kunden für eine kurze Testphase ein neues Produkt an. Für den nächsten Produktionszeitraum sind maximal 9 Mengeneinheiten (ME) des Produkts geplant.
Der Verkaufspreis je Mengeneinheit wird mit 10 Geldeinheiten (GE) kalkuliert.
Der erzielte Erlös ist das Produkt aus dem Verkaufspreis und der Menge.
Die Gesamtkosten können durch die Funktion K mit der Funktionsgleichung

$$K(x) = 0{,}2x^3 - x^2 + 4x + 8$$

beschrieben werden, mit x in ME, K in GE.
Der Gewinn wird berechnet als Differenz aus dem Erlös und den Gesamtkosten.

4.1 Zeichnen Sie das Schaubild der Erlös- und Gesamtkostenfunktion in ein gemeinsames Koordinatensystem. Markieren Sie darin die Gewinnzone, d.h. die Produktionsmengen, für die kein Verlust gemacht wird. (4P)

4.2 Berechnen Sie den maximalen Gewinn. (4P)

4.3 Claus stellt fest, dass an der Stelle $x_1 = \frac{5}{3}$ folgende Bedingungen erfüllt sind:
(1) $K''(x_1) = 0 \ \wedge \ K'''(x_1) \neq 0$,
(2) $K'(x_1) = \frac{7}{3}$.
Interpretieren Sie diese Bedingungen im Sachzusammenhang. (2P)

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2019

Teil3 - Stochastik

Von zwei Aufgaben A1 und A2 ist eine Aufgabe auszuwählen und zu bearbeiten.

Aufgabe A1/2019

1 In Baden-Württemberg tragen $3{,}5\ \%$ aller Zecken FSME-Viren in sich. Diese Viren werden durch Bisse der Zecken auf den Menschen übertragen.

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
E1: „Von 20 zufällig ausgewählten Zecken trägt keine einzige FSME-Viren in sich."
E2 : „Von 50 zufällig ausgewählten Zecken trägt höchstens eine FSME-Viren in sich."
E3 : „Von 100 zufällig ausgewählten Zecken tragen mindestens vier FSME-Viren in sich." (6P)

1.2 Prüfen Sie, ob folgende Aussage wahr ist: Das Risiko einer Übertragung der FSME-Viren auf den Menschen übersteigt in Baden-Württemberg erst dann $60\ \%$, wenn man dort von mindestens 25 Zecken gebissen wird. (3P)

1.3 Die angegebene Wahrscheinlichkeit von $3{,}5\ \%$ mit der die Zecke FSME-Viren in sich trägt, stellt einen Durchschnittswert für ganz Baden-Württemberg dar. In allen Regionen wurden Stichproben genommen und die dortigen relativen Häufigkeiten berechnet. Je dunkler die Region in der Karte dargestellt ist, desto höher sind die relativen Häufigkeiten dafür, dass die Zecken FSME-Viren in sich tragen.

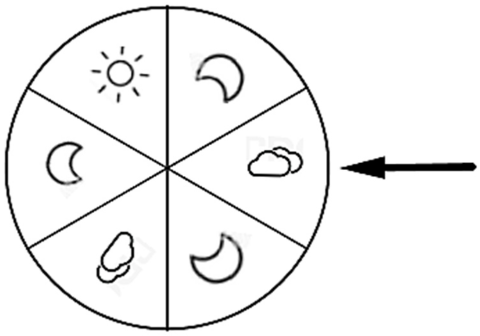
Für die Regionen A und B wurde jeweils ein $95\ \%$-Vertrauensintervall für die unbekannten Wahrscheinlichkeiten, mit der eine Zecke dort FSME-Viren in sich trägt, bestimmt. Für die Stichprobe in der Region A ist bekannt, dass 2000 Zecken getestet wurden.

1.3.1 Bei der Stichprobe in der Region A stellte man fest, dass 58 Zecken FSME-Viren in sich tragen. Geben Sie das näherungsweise bestimmte $95\ \%$-Vertrauensintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit an. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang. (3P)

1.3.2 Bei der Prüfung der Stichproben wird festgestellt, dass die Längen der Vertrauensintervalle für die beiden Regionen A und B übereinstimmen, in Region B jedoch eine größere relative Häufigkeit als in Region A vorliegt (siehe Karte).
Erläutern Sie, was dies für den Umfang der Stichprobe in Region B bedeutet. (3P)

Aufgabe A2/2019

2 Das abgebildete Glücksrad besteht aus sechs gleich großen Sektoren. Wird das Glücksrad gedreht, so zeigt der Pfeil beim Stillstand auf genau einen Sektor.
Bei einem Fest wird folgendes Spiel angeboten:
Zeigt der Pfeil auf Sonne oder Mond dreht man ein weiteres Mal. Das Spiel endet, wenn der Pfeil auf Wolke zeigt oder der Spieler das Rad schon dreimal gedreht hat. Jeder Spieler darf das Spiel nur einmal spielen.

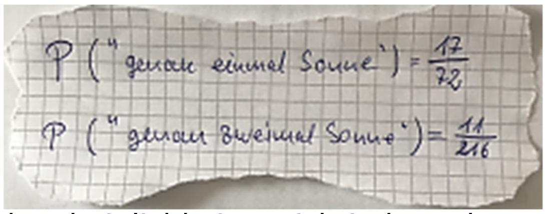


Powered by GEOGEBRA.org

2.1 Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:
A: „Der Spieler dreht dreimal das Glücksrad."
B: „Der Spieler dreht das Glücksrad höchstens zweimal auf Mond." (4P)

2.2 Ein Spiel endet mit Wolke. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler dann keinmal Sonne gedreht hat. (4P)

2.3 Der Besitzer des Glücksrads nimmt vor jedem Spiel einen Euro Einsatz vom Spieler. Immer dann, wenn der Spieler Sonne dreht, bekommt er einen Euro ausgezahlt.
Ansonsten geht er leer aus.



Die Frau des Besitzers hat einige Wahrscheinlichkeiten richtig berechnet und auf einen Zettel geschrieben.

2.3.1 Berechnen Sie den Gewinn pro Spiel, den der Besitzer langfristig im Mittel erwarten kann. (4P)

2.3.2 Der Besitzer des Glücksrads fragt sich, wie viele Spieler genau einen Euro ausgezahlt bekommen, wenn genau 140 Spieler das Spiel spielen.
Die Frau des Besitzers meint, es wären mehr als 30, aber weniger als 40.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Frau des Besitzers recht hat. (3P)

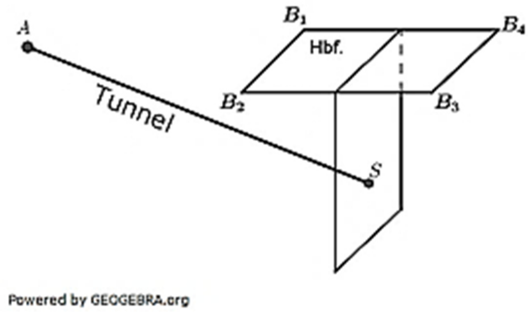
Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2019

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Aufgabe A1/2019

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Vektorgeometrie" im Unterricht behandelt.

1 Die Grundfläche eines Hauptbahnhofs (Hbf.) wird durch ein Viereck mit den Eckpunkten $B_1(0|1|0)$, $B_2(3|0|0)$, $B_3(5|6|0)$ und $B_4(2|7|0)$ modelliert. Ein Tunnel startet im Punkt $A(0|-11|0)$ und endet im Punkt $S(2{,}5|3{,}5|-0{,}5)$. Eine Längeneinheit entspricht 100 Meter (m). Die Modellierung ist in der nebenstehenden (nicht maßstabsgetreuen) Skizzen veranschaulicht.



1.1 Zeigen Sie, dass die Grundfläche des Hbf. ein Rechteck ist. Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche in Quadratkilometer. (4P)

1.2 Der Tunnel von A nach S wird modelliert durch die Strecke g mit

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 14{,}5 \\ -0{,}5 \end{pmatrix};\ \ 0 \leq r \leq 1.$$

1.2.1 Der Tunnel schließt mit der Ebene, in der die Grundfläche des Hbf. liegt, einen Winkel ein. Berechnen Sie diesen Winkel. (2P)

1.2.2 Untersuchen Sie, ob für jeden Punkt des Tunnels der Sicherheitsabstand von mindestens 20 Meter zur Seite $\overline{B_1B_2}$ der Grundfläche des Hbf. eingehalten wird. (4P)

1.3 Eine Ebene E besitzt die Darstellung $E:\ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \vec{x} = 13$.

1.3.1 Prüfen Sie, ob der Punkt S in der Ebene E liegt. (1P)

1.3.2 Geben Sie eine Gleichung der Geraden k durch A an, die orthogonal zu E ist.
Zur Planung eines weiteren Tunnels möchte man wissen, wo sich der Punkt A' $(\neq A)$ auf k befindet, der denselben Abstand zu E hat wie der Punkt A.
Bestimmen Sie die Koordinaten von A'. (4P)

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 *(mit Hilfsmittel)* *2019*

Aufgabe A1/2019 (nicht für TG)

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Matrizen und Prozesse" im Unterricht behandelt.

1. In den Skigebieten A, B und C verbringen jährlich immer die gleichen 200000 Gäste ihren Skiurlaub. Die Übergangstabelle bzw. die Übergangsmatrix M legen modellhaft die Veränderung der Gästeverteilung auf die drei Skigebiete von einem zum nächsten Jahr fest.

von/zu	A	B	C
A	0,9	0,15	0,12
B	0,06	0,8	0,2
C	0,04	0,05	0,6

; $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}15 & 0{,}12 \\ 0{,}06 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}6 \end{pmatrix}$

1.1 Geben Sie ein Übergangsdiagramm an und interpretieren Sie den Wert $0{,}04$ in $\boldsymbol{M}$. (4P)

1.2 In A verbringen $60\,\%$, in B $30\,\%$ und in C $10\,\%$ der Gäste ihren Skiurlaub. Ermitteln Sie für das folgende Jahr die jeweilige Anzahl der Gäste. Bestimmen Sie das Skigebiet, in dem der größte prozentuale Unterschied entsteht. (4P)

1.3 In einer Simulation wird angenommen, dass im Jahr 2020 die Anzahl der Gäste in A mit der Summe der Anzahl der Gäste in B und C übereinstimmt. Man geht zudem davon aus, dass im Jahr 2021 in B genau 63500 Gäste ihren Skiurlaub verbringen werden.
Bestimmen Sie die Anzahl der Gäste von Skigebiet A, B und C im Jahr 2020. (4P)

1.4 Berechnen Sie die prozentuale Gästeverteilung, die von Jahr zu Jahr gleich bleibt. (3P)

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Lösung A1/2019

1.1.1 *Bestimmung der Werete von a und b:*

(1) $1 = a \cdot (-1)^3 + b(-1)^2$ | Punktprobe mit $P(-1|1)$

(2) $0 = a \cdot (1)^3 + b(1)^2$ | Punktprobe mit $Q(1|0)$

(1) $1 = -a + b$

(2) $\underline{0 = a + b}$

(1)+(2) $1 = 2b$ ==> $b = \frac{1}{2}$

$b \rightarrow (1)$ $1 = -a + \frac{1}{2}$ ==> $a = -\frac{1}{2}$

Die Funktionsgleichung lautet $p(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2$.

1.1.2 $b = -a$ ==> $b = \frac{1}{2}$

Nullstellen von $p(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2$:

$-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 = 0$ | $\cdot(-2)$

$x^3 - x^2 = 0$

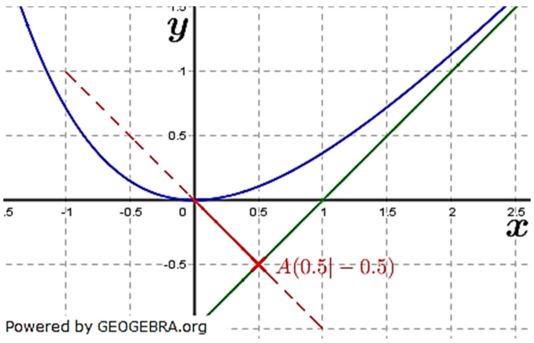
$x^2(x-1) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_{1,2} = 0;\quad x_3 = 1$

p hat keine negative Nullstellen.

1.2.1 *Punkt auf g des kleinsten Abstands zu $T(0|f(0))$, Größe dieses Abstgands.*

Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. Der kürzeste Abstand ist immer der senkrechte Abstand. Hier ist dieser auf der Normalen zu g durch den Punkt $T(0|f(0))$.



$f(0) = 0 - 1 + e^0 = -1 + 1 = 0$

$T(0|0)$

Orthogonalitätsbedingung von Geraden: $m_1 \cdot m_2 = -1$

Mit $m_1 = 1$ von g gilt $m_2 = -1$ für die Normale.

$n:\ y = -1(x-0) - 0$ | Punkt-Steigungsformel durch $T(0|0)$

$n:\ y = -x$

$g \cap n$:

$x - 1 = -x$

$2x = 1;$ ==> $x = \frac{1}{2}$

$x \rightarrow n:\ y = -\frac{1}{2}$

Der Punkt auf g mit dem kleinsten Abstand zu $T(0|0)$ hat die Koorindaten $A(0{,}5|-0{,}5)$.

$\overline{AT} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{0{,}5} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$

Der Abstand beträgt $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}\ LE$.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2019*

1.2.2 *Funktionsterm h für Verschiebung von K:*
Das Schaubild K wird um eine Stelle nach rechts und um eine Stelle nach unten verschoben.
$h(x) = (x-1) - 1 + e^{-(x-1)} - 1$
$h(x) = x - 3 + e^{1-x}$

1.2.3 (1) K besitzt keinen Wendepunkt.
Die zweite Ableitung von $f(x)$ ist $f''(x) = e^{-x}$. Diese Funktion hat keine Nullstellen.

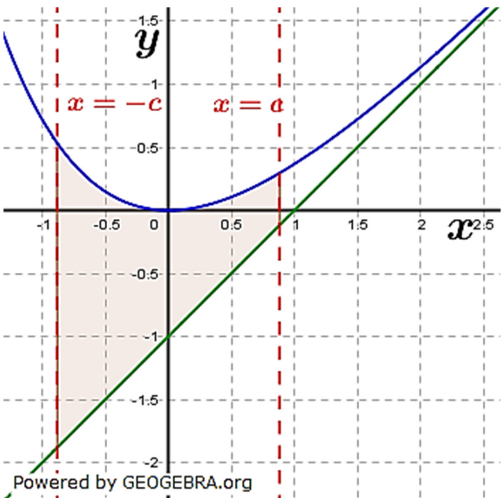
(2) Im Intervall $[1{,}841; 1{,}842]$ liegt ein x_0, sodass $f(x_0) = 1$ gilt.
$1 = x_0 - 1 + e^{-x_0}$
$2 = x_0 + e^{-x_0}$
Tabellenwerte mittels WTR:

Tabellenwerte mittel WTR

x_0	$x_0 + e^{-x_0}$
1,840	1,9988
1,841	1,9997
1,842	2,0005
1,843	2,0013

(3) Es gibt keine Normale an K, die g senkrecht schneidet.
$m_g = 1$
Sofern es eine Normale an K gäbe, die g senkrecht schneidet, müsste K über eine Parallele mit der Steigung $f'(x) = 1$ haben.
$f'(x) = 1 - e^{-x}$
$1 = 1 - e^{-x}$
$e^{-x} = 0 \implies \mathbb{L} = \{\}$

1.2.4 *Berechnung von c für Flächeninhalt $2\,FE$:*
Die nebenstehende Grafik verdeutlicht die Situation. Die gesuchte Fläche ist das Integral im Intervall $I = [-c; c]$ zwischen oberer Kurve f und unterer Kurve g.



$2 = \int_{-c}^{c} \left(x - 1 + e^{-x} - (x-1)\right) dx$
$\quad = \int_{-c}^{c} e^{-x}\, dx = [-e^{-x}]_{-c}^{c}$
$\quad = -e^{-c} - (-e^{c})$
$2 = e^{c} - e^{-c}$ | $\cdot e^{c}$
$2e^{c} = e^{2c} - 1$
$e^{2c} - 2e^{c} - 1 = 0$
$e^{c_{1,2}} = 1 \pm \sqrt{1+1}$ | pq-Formel
$e^{c_1} = 1 + \sqrt{2}$
$e^{c_1} = 1 - \sqrt{2}$
$c_1 = ln\,(1 + \sqrt{2})$
c_2: $\mathbb{L} = \{\}$
Für $c = ln(1 + \sqrt{2})$ beträgt die Fläche $2\,FE$.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2019*

Lösung A2/2019

2.1 *Entwicklung der NO_2-Konzentration im Tagesverlauf und Interpretation:*
Morgens zwischen *6:00* und *8:00* Uhr sowie nachmittags und in den frühen Abendstunden zwischen *15:00* und *18:00* Uhr steigt die NO_2-Konzentration sehr stark an und erreicht jeweils ihre maximalen Werte. Dies liegt höchstwahrscheinlich am Berufsverkehr der in diesen Zeiten stark zunimmt. Danach nahmen die Werte jeweils wieder ab, da dann der Berufsverkehr deutlich reduziert ist.

2.2.1 Beurteilung von „*Das Maximum von f weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der NO_2-Konzentration um mehr als $10\,\%$ ab*“:
Das globale Maximum des vorgegebenen Schaubildes liegt bei etwa $49\ \frac{\mu g}{m^3}$ um $18{:}00$ Uhr.
Das Maximum von f liegt bei $45\ \frac{\mu g}{m^3}$ etwa um $18{:}30$.
Abweichung in %:
$p\% = \frac{45}{49} \cdot 100 = 91{,}84\,\%$
$100\,\% - 91{,}84\,\% = 8{,}16\,\%$
Das Maximum von f weicht vom tatsächlich gemessenen maximalen Wert der NO_2-Konzentration um lediglich $8{,}2\,\%$ ab also weniger als $10\,\%$.

2.2.2 *Zeitpunkte der größten Zunahme der NO_2-Konzentration am größten ist bei Modell f:*
Die größten Zunahmen sind in den Wendepunkten mit positiver Steigung. Bei einer unverschobenen Sinuskurve sind dies die Zeitpunkte $t_1 = 0$ und $t_2 = t_1 + p$.
Periode von f:
$p = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10$
Die gegebene Funktion f ist in t-Richtung um $5{,}5$ $\left(\frac{11}{2}\right)$ Stunden nach rechts verschoben. Somit sind die Zeitpunkte der größten Zunahme:
$t_1 = 5{,}5 \ \triangleq 5{:}30$ Uhr
$t_2 = t_1 + 10 = 15{,}5 \ \triangleq 15{:}30$ Uhr.

2.2.3 *Zeitpunkte für Bedingung $f(t) = 40$:*
$40 = 15 \cdot sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right) + 30 \quad | \quad +30; \ \ 15$
$\frac{2}{3} = sin\left(\frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)\right)$
Substitution: $u = \frac{\pi}{5} \cdot \left(t - \frac{11}{2}\right)$
$\frac{2}{3} = sin\,(u)$
$u_1 = arcsin\left(\frac{2}{3}\right) = 0{,}73$
Resubstitution:
$\frac{\pi}{5} \cdot \left(t_1 - \frac{11}{2}\right) = 0{,}73 \quad | \quad \cdot\frac{5}{\pi}; \ +\frac{11}{2}$
$t_1 = 6{,}67$
$t_1 = 6{,}67 \triangleq 6{:}40$ Uhr
Die Konzentration von $40\ \frac{\mu g}{m^3}$ wurde erstmals um $6{:}40$ erreicht.

Lösung A3/2019

3.1 *Höchstmöglichen Wasserstand und die Breite des Kanals.*

Gesucht ist die y-Koordinate eines Hochpunktes sowie der Abstand der beiden Hochpunkte.

Hochpunkte über $f'(x) = 0 \wedge f''(x) < 0$

$f'(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x; \quad f''(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}$

$-\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x = 0$

$x \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}\right) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_1 = 0$

$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2} = 0$

$x^2 = 6 \implies x_2 = \sqrt{6}; \; x_3 = -\sqrt{6}$

$x_1 = 0$ ist lokales Minimum, siehe Grafik.

$x_{2,3}$ sind die beiden lokalen Maxima, siehe Grafik.

$f(\sqrt{6}) = -\frac{1}{16} \cdot \sqrt{6}^4 + \frac{3}{4}\sqrt{6}^2 = 2{,}25$

$2 \cdot \sqrt{6} \approx 4{,}9$

Der höchstmöglichen Wasserstand liegt bei $2{,}25\,m$, die Breite des Kanals beträgt etwa $4{,}9\,m$.

3.2.1 *Breite von $4\,m$ bei Wasserstand $2\,m$:*

Gesucht ist der Abstand der beiden inneren Schnittpunkte zwischen f und der Geraden mit $y = 2$.

$f \cap 2$:

$-\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{4}x^2 = 2$

$\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + 2 = 0$ | $\cdot 16$

$x^4 - 12x^2 + 32 = 0$

$x_{1,2}^2 = +6 \pm \sqrt{36 - 32} = 6 \pm 2$ | p/q-Formel

$x_1^2 = 8; \; x_1 = \sqrt{8}; \; x_2 = -\sqrt{8}$

$x_2^2 = 4; \; x_3 = \sqrt{4} = 2; \; x_4 = -\sqrt{4} = -2$

Gesucht ist der Abstand der inneren Schnittpunkte, also der Abstand von x_3 und 4.

$2 \cdot 2 = 4$

*Bei $2\,m$ Wasserstand beträgt die Kanalbreite $4\,m$, **q.e.d.***.

3.2.2 *Wert von $15 \cdot \int_{-2}^{2}(2 - f(x))\,dx$.*

$$15 \cdot \int_{-2}^{2}(2 - f(x))\,dx = 15 \cdot \int_{-2}^{2}\left(2 + \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{4}x^2\right)dx = 15 \cdot \left[2x + \frac{1}{80}x^5 - \frac{1}{4}x^3\right]_{-2}^{2}$$
$$= 15 \cdot \left(4 + \frac{32}{80} - 2 - \left(-4 - \frac{32}{80} + 2\right)\right)$$
$$= 15 \cdot 4{,}8 = 72$$

$15 \cdot \int_{-2}^{2}(2 - f(x))\,dx = 72$

Interpretation:

Der Wert 72 des Integrals entspricht dem Volumen des Kanals in m^3 bei einem Wasserstand von $2\,m$ Höhe auf einer Kanallänge von $15\,m$.

3.3 *Steigung a der Geraden $y = a \cdot x$:*

Gesucht ist die Funktionsgleichung einer Tangente an f im Punkt $B\left(u \middle| f(u)\right)$ als Ursprungsgerade.

Tangentengleichung:

$t(x) = f'(u) \cdot (x - u) + f(u)$

$f'(u) = -\frac{1}{4}u^3 + \frac{3}{2}u$; $\quad f(u) = -\frac{1}{16}u^4 + \frac{3}{4}u^2$

$t(x) = \left(-\frac{1}{4}u^3 + \frac{3}{2}u\right) \cdot (x - u) - \frac{1}{16}u^4 + \frac{3}{4}u^2$

Durch Tangente verläuft durch $T(0|0)$

$\left(-\frac{1}{4}u^3 + \frac{3}{2}u\right) \cdot (0 - u) - \frac{1}{16}u^4 + \frac{3}{4}u^2 = 0 \quad | \quad$ Punktprobe mit $T(0|0)$

$\frac{1}{4}u^4 - \frac{3}{2}u^2 - \frac{1}{16}u^4 + \frac{3}{4}u^2 = 0$

$\frac{3}{16}u^4 - \frac{3}{4}u^2 = 0 \quad | \quad \cdot \frac{16}{3}$

$u^4 - 4u^2 = 0$

$u^2(u^2 - 4) = 0 \quad | \quad$ Satz vom Nullprodukt

$u_{1,2} = 0$

$u_{3,4} = \pm 2$

$u_{1,2} = 0$ ist Berührstelle der Geraden im Ursprung.

$u_3 = 2$ ist gesuchte Berührstelle an der rechten Böschung.

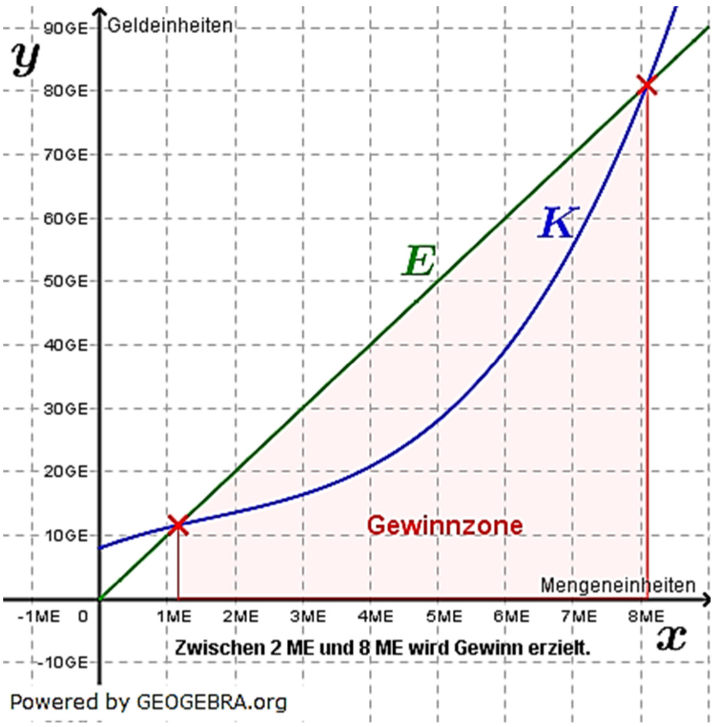
$u_3 = -2$ ist Berührstelle an der linken Böschung.

$f'(2) = -\frac{1}{4}2^3 + \frac{3}{2}2 = -2 + 3 = 1$

Die Tangente hat die Gleichung $y = x$, da die Steigung $a = 1$.

Lösung A4/2019

4.1 *Schaubild der Erlös- und Gesamtkostenfunktion.*



4.2 *Berechnung des maximalen Gewinns:*

$G(x) = E(x) - G(x)$

$E(x) = 10x$

$G(x) = 10x - (0{,}2x^3 - x^2 + 4x + 8) = -0{,}2x^3 + x^2 + 6x - 8$

Maximum über $G'(x) = 0$:

$G'(x) = -0{,}6x^2 + 2x + 6$

$-0{,}6x^2 + 2x + 6 = 0 \qquad | \quad \cdot\left(-\frac{5}{3}\right)$

$x^2 - \frac{10}{3}x - 10 = 0$

$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{90}{9}} = \frac{5}{3} \pm \frac{1}{3} \cdot \sqrt{115}$

$x_1 = 5{,}24; \quad x_2 = -1{,}9$

$G''(x) = -1{,}2x + 2$

$G''(5{,}24) = -1{,}2 \cdot 5{,}24 + 2 < 0$

$x_1 = 5{,}24$ ist Maximum

$G(5{,}24) = -0{,}2 \cdot 5{,}24^3 + 5{,}24^2 + 6 \cdot 5{,}24 - 8 = 22{,}12$

Der maximale Gewinn beträgt $22{,}12\ GE$.

4.3 *Interpretation von Bedingungen:*

Die Bedingungen

(1) $K''(x_1) = 0 \ \wedge \ K'''(x_1) \neq 0$,

(2) $K'(x_1) = \frac{7}{3}$.

bedeuten, dass sich bei $x_1 = \frac{5}{3}\ ME$ ein Wendepunkt von K mit dem geringsten Kostenanstieg (momentane Änderungsrate) $\frac{7}{3}\ GE/ME$ befindet.

Teil3 - Stochastik

Lösung A1/2019

1.1 Ereignisse $E1$ bis $E3$ sind Bernoulli-Experimente mit:

$P(E1) = B_{20;0,035}(X = 0) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}49$

$P(E2) = B_{50;0,035}(X \leq 1) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}47$

$P(E3) = B_{100;0,035}(X \geq 4) = 1 - B_{100;0,035}(X \leq 3) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}465$

1.2 Mindestens eine Zecke von 25 muss den FSME-Virus tragen, sonst wird man ja damit nicht angesteckt.

$B_{25;0,035}(X \geq 1) = 1 - B_{25;0,035}(X = 0) \overset{\text{WTR}}{=} 0{,}59$

Die Aussage ist nicht wahr, da bei genau 25 Zeckenbissen 60% noch nicht erreicht sind.

1.3.1 Stichprobenumfang $n = 2000$; relative Häufigkeit $h = \frac{58}{2000} = 0{,}029$; Sicherheitsniveau $c = 1{,}96$.

Vertrausensintervall: $\left[h - c \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}; h + c \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}\right]$ (siehe Merkhilfe)

$$\left[0{,}029 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}029 \cdot 0{,}971}{2000}}; 0{,}029 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}029 \cdot 0{,}971}{2000}}\right] = [0{,}0216; 0{,}0364]$$

Interpretation:
Mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von etwa $95\,\%$ *liegt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zecke in Region* A *FSME-Viren in sich trägt im Intervall* $[0{,}0216; 0{,}0364]$.

1.3.2 *Erläutern der Bedeutung des Ergebnisses 1.3.1 für den Umfang der Stichprobe in Region* B*:*

Die Länge L eines Vertrauensintervalls beträgt $2 \cdot 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h\cdot(1-h)}{n}}$.
Ist in Region B (nach Aufgabenstellung) h größe, so wird auch der Ausdruck $h \cdot (1-h)$ unter der Wurzel größer. Damit wird der gesamte Ausdruck größer.
Begründung:
Die Funktion $g(h) = h \cdot (1-h) = h - h^2$ hat das Schaubild einer nach unten geöffneten Parabel mit der Scheitelachse $h = 0{,}5$.
Für $0 < h < 0{,}5$ ist die Funktion $g(h)$ streng monoton wachsend.
Da die Länge L gleich bleiben soll, muss der Nenner des Bruches unter der Wurzel wachsen, wenn der Zähler größer wird.
Fazit:
In der Region B *wurden daher mehr als* 2000 *Zecken untersucht.*

Lösung A2/2019

2.1 Sei W=Wolke, S=Sonne und M=Mond.
A: „Der Spieler dreht dreimal das Glücksrad."
Dieses Ereignis tritt auf, wenn das Glücksrad beim dritten Drehen „W" zeigt oder dreimal „$\overline{W}$" erscheint.
$P(A) = P(\overline{W}\overline{W}W) + P(\overline{W}\overline{W}\overline{W}) = \frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6} = \frac{96}{216} = \frac{4}{9}$
B: „Der Spieler dreht das Glücksrad höchstens zweimal auf Mond."
Der folgende Ergebnisraum ist möglich:
$\Omega = \{MM\overline{M}; MSM; SMM\}$
Hinwies:
In den Ereignissen MSM und SMM kann nicht $\overline{M}$ verwendet werden, da darin die Wolke enthalten ist und das Spiel somit zu Ende wäre.
$P(B) = P(MM\overline{M}) + P(MSM) + P(SMM) = \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} + \frac{3}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{45}{216} = \frac{5}{24}$

2.2 Aufgabe zur bedingten Wahrscheinlichkeit. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Sonne erscheint unter der Bedingung, dass das Spiel mit Wolke endet.
C: „Das Spiel endet mit Wolke."
D: „Es erscheint keine Sonne."
$P(C) = P(W; \overline{W}W; \overline{W}\overline{W}W) = \frac{2}{6} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{4}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6} = \frac{19}{27}$
$P(D) = P(W; MW; MMW)$
$P(C \cap D) = P(W; MW; MMW) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6} = \frac{7}{12}$
$P_C(D) = \frac{P(C\cap D)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{19}{27}} = \frac{63}{76} \approx 0{,}829$

2.3.1 Gesucht ist der Erwartungswert $E(X)$.

x_i	$2\,€$	$1\,€$	$0\,€$	$-1\,€$
Ereignis	☼-☼-☼	☼-☼	☼	alle anderen
$P(X=x_i)$	$\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$	$\frac{11}{216}$	$\frac{51}{216}$	$\frac{153}{216}$

Erwartungswert: $E(X)=2\,€\cdot\frac{1}{216}+1\,€\cdot\frac{11}{216}-1\,€\cdot\frac{153}{216}=-\frac{35}{54}\,€\approx-0{,}65\,€$

Der Spielebetreiber kann langfristig gesehen mit einem Gewinn von $0{,}65\,€$ *pro Spiel rechnen.*

2.3.2 Ermitteln der Wahrscheinlichkeit für $30\le X\le 40$ der Auszahlung von $1\,€$:
Binomialverteilung mit

$B_{140;\frac{17}{72}}(31\le X\le 39)=B_{140;\frac{17}{72}}(X\le 39)-B_{140;\frac{17}{72}}(X\le 30)\overset{\text{WTR}}{=}0{,}588$

Die Frau des Besitzers liegt mit ihrer Antwort mit etwa $59\,\%$ *richtig.*

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2019*

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Lösung A1/2019 Vektorgeometrie

1.1 *Nachweis eines Rechtecks und dessen Fläche.*

Das Viereck ist ein Rechteck, wenn

$|\overrightarrow{B_1B_2}| = |\overrightarrow{B_3B_4}| \wedge |\overrightarrow{B_2B_3}| = |\overrightarrow{B_1B_4}| \wedge |\overrightarrow{B_1B_2}| \circ |\overrightarrow{B_2B_3}| = 0.$

$$|\overrightarrow{B_1B_2}| = \left|\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{B_3B_4}| = \left|\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$|\overrightarrow{B_2B_3}| = \left|\begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

$$|\overrightarrow{B_1B_4}| = \left|\begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

$$|\overrightarrow{B_1B_2}| \circ |\overrightarrow{B_2B_3}| = \begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}2\\6\\0\end{pmatrix} = 6-6 = 0$$

$A_{Rechteck} = |\overrightarrow{B_1B_2}| \cdot |\overrightarrow{B_2B_3}| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = 20$

Die Grundfläche ist $20\,FE = 200000\,m^2 = 0{,}2 km^2$ *groß.*

1.2 *Winkel zwischen Tunnel und Grundfläche:*

Winkelberechnung zwischen Geraden und Fläche mit dem sin.

Die Grundfläche des Hbf. hat den Normalenvektor $\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

$$sin(\varphi) = \frac{|\overrightarrow{n_E} \circ \overrightarrow{rv_g}|}{|\overrightarrow{n_E}| \cdot |\overrightarrow{rv_g}|} = \frac{\left|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}2{,}5\\14{,}5\\-0{,}5\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix}2{,}5\\14{,}5\\-0{,}5\end{pmatrix}\right|} = \frac{|-0{,}5|}{1 \cdot \sqrt{2{,}5^2+14{,}5^2+0{,}5^2}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{216{,}75}}$$

$$\varphi = arcsin\left(\frac{0{,}5}{\sqrt{216{,}75}}\right) \approx 1{,}95\,°$$

1.2.2 *Untersuchung eines Sicherheitsabstandes:*

Der Sicherheitsabstand wird überall eingehalten, sofern der kleinste Abstand mindestens $20\,m$ beträgt. Ein kleinster Abstand steht stets senkrecht auf den zwei Objekten.

Gesucht ist der kleinste Abstand von zwei Geraden, nämlich der Geraden g und der Geraden durch die Punkte B_1 und B_2. Aus der gegebenen Graphik ist ersichtlich, dass diese beiden Geraden windschief sind.

Der kleinste Abstand windschiefer Geraden errechnet sich nach der Formel

$d(g;l) = \frac{|\overrightarrow{P_1P_2} \cdot (\overrightarrow{rv_g} \times \overrightarrow{rv_l})|}{|\overrightarrow{rv_g} \times \overrightarrow{rv_l}|}$ mit $\overrightarrow{rv_g}$ und $\overrightarrow{rv_l}$ als den Richtungsvektoren der beiden Geraden und $\overrightarrow{P_1P_2}$ dem Vektor zwischen den beiden Aufpunkten der Geraden g und l.

Gerade l durch B_1 und B_2:

$$l:\ \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix} \ ==>\ \overrightarrow{rv_l} = \begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{rv_g} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 14{,}5 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ | (Aufgabenstellung)

$\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$

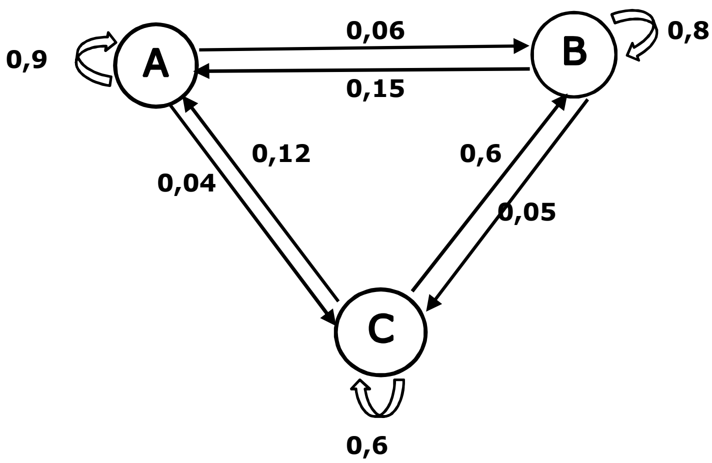
$\overrightarrow{rv_g} \times \overrightarrow{rv_l} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 14{,}5 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \\ -46 \end{pmatrix}$

$d(g;l) = \frac{|\overrightarrow{P_1P_2} \cdot (\overrightarrow{rv_g} \times \overrightarrow{rv_l})|}{|\overrightarrow{rv_g} \times \overrightarrow{rv_l}|} = \frac{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \\ -46 \end{pmatrix}\right|}{\sqrt{0{,}5^2+1{,}5^2+46^2}} = \frac{18}{\sqrt{2118{,}5}} \approx 0{,}39$

Die kürzeste Entfernung zwischen der Geraden g und der Strecke $\overline{B_1B_2}$ beträgt etwa $0{,}39\ LE = 39\ m$. Der Sicherheitsabstand wird eingehalten.

Lösung A1/2019 Matrizen und Prozesse

1.1 *Übergangsdiagramm*



Interpretation von $0{,}04$:
Das Skigebiet A verliert jährlich $4\,\%$ seiner Gäste an Skigebiet C.

1.2 *Jeweilige Anzahl der Gäste im Folgejahr:*
Von den 200000 Gästen verbringen $0{,}6 \cdot 200000 = 120000$ Gäste den Urlaub in A, $0{,}3 \cdot 200000 = 60000$ in B und $0{,}1 \cdot 200000 = 20000$ in C.

$$\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}15 & 0{,}12 \\ 0{,}06 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120000 \\ 60000 \\ 20000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 121000 \\ 59200 \\ 19800 \end{pmatrix}$$

Im folgenden Jahr sind 121000 Gäste in A, 59200 in B und 19800 in C.
Skigebiet mit dem der größten prozentualen Unterschied im Folgejahr:
Prozentuale Änderungen:
A: $\frac{+1000}{120000} = +0{,}0083 = +0{,}83\%$ B: $\frac{-800}{60000} = -0{,}013 = -1{,}3\%$
C: $\frac{-200}{20000} = -0{,}01 = -1{,}0\%$
Das Skigebiet B hat den größten prozentualen Unterschied.

1.3 *Anzahl der Gäste von Skigebiet A, B und C im Jahr 2020:*

Vektor für die Anzahl der Gäste im Jahr 2020 ist $\vec{v} = \begin{pmatrix} b+c \\ b \\ c \end{pmatrix}$

Anzahl der Gäste im Jahr 2021:

$$\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}15 & 0{,}12 \\ 0{,}06 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b+c \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ 0{,}06(b+c) + 0{,}8b + 0{,}2c \\ \dots \end{pmatrix}$$

Nach Aufgabestellung gilt:

(1) $b + c + b + c = 200000$

Aus der Matrix folgt:

(2) $0{,}06(b+c) + 0{,}8b + 0{,}2c = 63500$

(1) $2b + 2c = 200000$

(2) $0{,}86b + 0{,}26c = 63500$

(1) $b = 100000 - c$

$b \rightarrow (2)$

(2) $0{,}86(100000 - c) + 0{,}26c = 63500$

$c = 37500$

$c \rightarrow (1)$

$b = 62500$

Im Jahr 2020 hat B 62.500 Gäste, C 37.500 Gäste und A 100.000 Gäste.

1.4 *Von Jahr zu Jahr gleich bleibende prozentuale Gästeverteilung:*

Bedingung für stationäre Verteilung: $M \cdot \vec{x} = \vec{x}$ mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1-a-b \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}15 & 0{,}12 \\ 0{,}06 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}04 & 0{,}05 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1-a-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1-a-b \end{pmatrix}$$

Zeile 1: $0{,}9a + 0{,}15b + 0{,}12(1-a-b) = a \implies -0{,}3a - 0{,}05b = -0{,}2$

Zeile 2: $0{,}06a + 0{,}8b + 0{,}2(1-a-b) = b \implies -0{,}14a - 0{,}4b = -0{,}2$

Zeile 3: $0{,}04a + 0{,}05b + 0{,}6(1-a-b) = 1-a-b \implies 0{,}44a + 0{,}45b = 0{,}4$

Aus Zeile 1 folgt: $-0{,}05b = -0{,}2 + 0{,}3a \implies b = 4 - 6a$

$b \rightarrow$ Zeile 2:

$-0{,}14a - 0{,}4(4-6a)b = -0{,}2 \implies 2{,}26a = 1{,}4 \implies a = \frac{70}{113} \approx 0{,}62$

$a \rightarrow$ Zeile 1:

$b = 4 - 6 \cdot \frac{70}{113} = \frac{32}{113} \approx 0{,}28$

$a; b \rightarrow$ Zeile 3:

$0{,}44 \cdot 0{,}62 + 0{,}45 \cdot 0{,}25 \stackrel{?}{=} 0{,}4$

$0{,}4 = 0{,}4 \implies$ wahre Aussage

Prozentuale Gästeverteilung: $A{:}\,62\,\%$, $B{:}\,28\,\%$, $A{:}\,10\,\%$.