Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2020

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Lösung A1/2020

1.1.1 $\left(1|\frac{10}{e}\right)$ *ist Hochpunkt von* K_f*:*

Punktprobe:

$\frac{10}{e} = 10 \cdot 1 \cdot e^{-1} = \frac{10}{e}$

$f'(1) = 10 \cdot (1-1) \cdot e^{-1} = 0$

$f''(1) = 10 \cdot (1-2) \cdot e^{-1} < 0$

Der Punkt $P\left(1|\frac{10}{e}\right)$ *ist Hochpunkt von* K_f.

Gleichung der Asymptote von K_f*:*

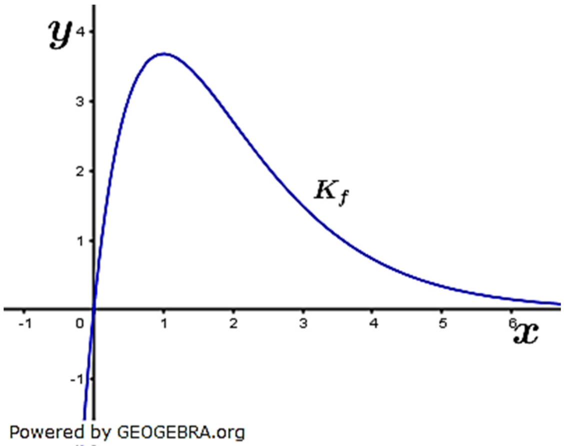
Wegen $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x} = 0$ ist $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.

Gleiching der Asymptote:

$y = 0$.

1.1.2 Zeichnung von K_f:

Wertetabelle über den WTR erstellen und Graph von K_f zeichnen.



1.1.3 $F(x) = -10 \cdot (x+1) \cdot e^{-x}$ *ist Stammfunktion von* f*:*

$F'(x) = f(x)$

Für $F'(x)$ wird die Produkt- und Kettenregel benötigt:

$u = -10 \cdot (x+1) = -10x - 10$ $\quad u' = -10$

$v = e^{-x}$ $\quad v' = -e^{-x}$

$F'(x) = u'v + v'u = -10 \cdot e^{-x} - 10(x+1) \cdot (-e^{-x})$

$F'(x) = -10 \cdot e^{-x} + 10(x+1) \cdot e^{-x} = 10 \cdot e^{-x}(-1 + x + 1)$

$F'(x) = 10 \cdot x \cdot e^{-x} = f(x)$ **q.e.d.**

Wert von a*:*

$\int_1^2 f(x)\,dx = F(2) - F(1) = -30e^{-2} + 20e^{-1} = -\frac{30}{e^2} + \frac{20}{e} = \frac{-30+20e}{e^2}$

$\frac{-30+20e}{e^2} = \frac{a \cdot e - 30}{e^2}$

$a = 20$

1.2.1 *Gerade durch* P *und* Q*:*

$P\big(1\big|h(1)\big) = P(1|2);\;\; Q\big(2\big|g(2)\big) = Q(2|1)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - *x_1} = \frac{2-1}{1-2} = -1$

g: $g(x) = -1(x-1) + 2 = -x + 3$

$g'(x) = \frac{1}{2}x;\;\; h'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$g'(2) = 1;\;\; h'(1) = 1$

Die Steigung der Tangenten in $Q(2|g(2))$ als auch $P(1|h(1))$ ist jeweils $m_1 = 1$. Wegen $m_N = -\frac{1}{m_T}$ ist somit die Gerade durch P und Q Normale von K_h in P als auch die Normale von K_g in Q.

1.2.2 *Rotationsvolumen:*
Die seitliche Grafik verdeutlicht die Situation.
Wir benötigen zunächst den Schnittpunkt von $y = c$ mit $h(x) = 2\sqrt{x}$. Das Integrationsintervall ist dann von 0 bis x_c.

$2\sqrt{x} = c \quad | \quad :2$
$\sqrt{x} = \frac{c}{2} \quad | \quad ^2$
$x = \frac{c^2}{4}$
$\pi \cdot \int_0^{\frac{c^2}{4}} \left(c^2 - (2\sqrt{x})^2\right) dx = 32\pi \quad |$ Rotationsvolumen zwischen oberer und unterer Kurve
$\int_0^{\frac{c^2}{4}} (c^2 - 4x)\, dx = [c^2 \cdot x - 2x^2]_0^{\frac{c^2}{4}} = \frac{c^4}{4} - 2 \cdot \frac{c^4}{16} - 0 = \frac{c^4}{4} - \frac{c^4}{8} = \frac{1}{8}c^4$
$\int_0^{\frac{c^2}{4}} (c - 2\sqrt{x})\, dx = \frac{1}{8}c^4$
$\frac{1}{8}c^4 = 32 \quad | \quad \cdot 8$
$c^4 = 256 \quad | \quad \sqrt[4]{\ }$
$c = \pm 4$
Wegen Aufgabenstellung $c > 0$ *ist* $c = 4$ *der gesuchte Wert.*

Lösung A2/2020

2.1 *Stellung zu „Es gibt einen Zeitpunkt, an dem* $280\ \frac{m^3}{h}$ *abfließen."*
Diesen Zeitpunkt gibt es nicht. Im Tiefpunkt bei $t_0 \approx 14$ liegt ein Wasserabfluss von etwa $280\ \frac{m^3}{h}$ vor.
Maximaler Wasserzufluss und zugehöriger Zeitpunkt:
Der maximale Wasserzufluss ist um Mitternacht mit etwa $500\ \frac{m^3}{h}$.

2.2 *Wasserzuflusses zu Beginn der Beobachtung:*
$v(0) = \frac{1}{4} \cdot (0 - 36)(0 - 20) = \frac{1}{4} \cdot 720 = 180$
Zu Beginn der Beobachtung fließen $180\ \frac{m^3}{h}$ Wasser zu.
Anzahl Minuten, bis v *diesen Wert erneut erreicht:*
$v(t) = 180 = \frac{1}{4} \cdot (x^2 - 36)(x - 20) \quad | \quad \cdot 4$
$(x^2 - 36)(x - 20) = 720$
$x^3 - 20x^2 - 36x + 720 = 720 \quad | \quad -720$
$x^3 - 20x^2 - 36x = 0$
$x(x^2 - 20x - 36) = 0$^ $\quad |$ Satz vom Nullprodukt
$x^2 - 20x - 36 = 0$
$x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{100 + 36} = 10 \pm \sqrt{136} = 10 \pm 11{,}66$
$x_1 = 21{,}66\ h = 1299{,}6\ min$
Nach etwa 1300 *Minuten erreicht* v *wieder die gleiche Geschwindigkeit wie zu Beginn der Beobachtung.*

2.3 *Wassermenge im Staubecken zum Zeitpunkt $t = 0$:*

Nach 20 Stunden sind noch $1000\,m^3$ Wasser im Becken.
Der Anfangsbestand errechnet sich aus diesen $1000\,m^3$ abzüglich $\int_0^{20} v(t)\ dt$.
Der Wert dieses Integrals entspricht aber der Flächenbilanz zwischen und der -Achse. Näherungsweise zählen wir die Kästchen ab.
Wir haben etwa $1{,}5$ Kästchen Wasserzufluss zwischen 0 und 6 Uhr, sowie etwa $5{,}5$ Kästchen Wasserabfluss zwischen 6 Uhr und 20 Uhr. Per Saldo haben wir also 4 Kästchen Wasserabfluss. Bei einem Volumen pro Kästchen von $4\,h \cdot 100\,\frac{m^3}{h} = 400\,m^3$ sind dies also $1600\,m^3$ Wasserabfluss. Bei $1000\,m^3$ Wasserstand um 20 Uhr, müssen sich zu Beginn also $2600\,m^3$ Wasser im Becken befunden haben.
Berechnung:

$$V(0) = 1000 - \frac{1}{4}\int_0^{20} (t^2 - 36)(t - 20)\,dt = 1000 - \frac{1}{4}\int_0^{20} t^3 - 20t^2 - 36t + 720\,dt$$

$$V(0) = 1000 - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{20}{3}t^3 - 18t^2 + 720t\right]_0^{20} = 1000 - \frac{1}{4}(-6133{,}33) = 2533{,}33$$

Rechnerisch waren zu Beginn der Beobachtung etwa $2530\,m^3$ Wasser im Becken.

Lösung A3/2020

3.1 *Begründung für eine Funktionsgleichung:*

Abbildung 1 zeigt eine Sinuskurve vom Typ $f(t) = a \cdot \sin(bt) + d$.

$$a = \frac{y_{HP} - y_{TP}}{2} = \frac{2{,}1 - 0{,}9}{2} = 0{,}6$$

$$d = \frac{y_{HP} + y_{TP}}{2} = \frac{2{,}1 + 0{,}9}{2} = 1{,}5$$

Die Periode ist $p = 1{,}2$

$$b = \frac{2\pi}{1{,}2} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

Die abgebildete Sinuskurve hat somit die Funkionsgleichung

$$f(t) = 0{,}6 \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right) + 1{,}5$$ **q.e.d.**

3.2 Die Geschwindigkeit ist die Ableitung des Weges nach der Zeit. Somit ist der Weg das Integral über die Geschwindigkeit im gesuchten Intervall. Es gilt somit:

$$s_{1,2} = \int_0^{1,2} \left(0{,}6\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right) + 1{,}5\right) dt$$

$$s_{1,2} = \left[\frac{3}{5\pi} \cdot \left(-0{,}6\cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right) + 1{,}5t\right]_0^{1,2} = \left(-\frac{3}{5\pi} \cdot 0{,}6\cos(2\pi) + 1{,}8 + \frac{1{,}8}{5\pi}\right)$$

$$s_{1,2} = 1{,}8$$

Die Schwimmerin legt innerhalb eines Armzyklus $1{,}8$ Meter zurück.

36 Meter entspricht $\frac{36}{1{,}8} = 20$ Armzyklen.

Zeit für 36 Meter $= 20 \cdot 1{,}2\,s = 24\,s$.

Die Schwimmerin benötigt 24 Sekunden für 36 Meter.

3.3.1 *Interpretation des Ansatzes $\int_{24}^{24+u} v_E(t)\,dt = 14$*

Welche Zeit u in Sekunden benötigt die Schwimmerin ab der 24. Sekunde um weitere 14 Meter zu schwimmen?

3.3.2 *Funktionsterm für die Funktion v_E:*
$v_E(t) = v(t) + 0{,}05 \cdot (t - 24)$ für $t \geq 24$
Hinweis:
$v_E(t) = v(t) + 0{,}05 \cdot t$ wäre falsch, da man hier davon ausgehen würde, dass sich die Geschwindigkeit schon ab $t = 0$ um $0{,}05\frac{m}{s}$ wächst (und nicht erst ab $t = 24$).

Lösung A4/2020

4.1 *x-Koordinate des Aufsetzpunktes K:*
Größte Steigungen bzw. größtes Gefälle herrscht in den Wendepunkten vor.
$f'(x) = 0{,}000036x^2 - 0{,}00756x - 0{,}27$
$f''(x) = 0{,}000072x - 0{,}00756$
$f''(x) = 0$
$0{,}000072x - 0{,}00756 = 0$
$0{,}000072x = 0{,}00756$
$x = 105$

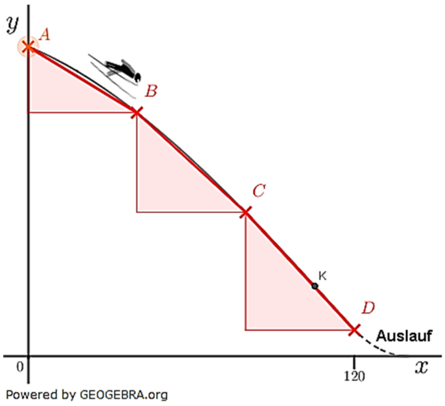
Winkel, den die Aufsprungbahn in K mit der Horizontalen einschließt:
$f'(105) = 0{,}000036 \cdot 105^2 - 0{,}00756 \cdot 105 - 0{,}27 = -0{,}6669$
$tan(\alpha) = f'(105) = -0{,}6669$
$\alpha = arctan(-0{,}6669) = -33{,}699°$
Dies ist der Winkel, den die x-Achse mit der Tangente an Punkt K „im Uhrzeigersinn" bildet. Der Aufsprungwinkel mit der Horizontalen ist dann
$\alpha^* = 180\,° + \alpha = 180\,° - 33{,}699\,° = 146{,}3\,°$
Der Winkel, den die x-Achse mit der Tangente an Punkt K einschließt beträgt etwa $146{,}3\,°$.

4.2 *Prüfung, ob die Flugbahn an der Stelle $x = 100$ tangential in die Aufsprungbahn übergeht:*
Die bedingung hierfür ist, dass $f(100) = P(100) \wedge f'(100) = p'(100)$ ist.
$p(x) = -0{,}00132x^2 - 0{,}436x + 80$
$p'(x) = -0{,}00264x - 0{,}436$
$p(100) = 23{,}2$
$p'(100) = -0{,}7$
$f(100) = 23{,}2$
$f'(100) = -0{,}666$
Wegen $f'(100) \neq p'(100)$ *geht die Flugbahn an der Stelle $x = 100$ nicht tangential in die Aufsprungbahn über.*

4.3 *Erläuterung einer Größe im Sachkontext:*

Bei den Wurzeltermen handelt es sich jeweils um die Abstandsformeln zwischen zwei Punkten im Koordinatensystem.
Durch die Terme $f(0)$, $f(40)$, $f(80)$ und $f(120)$ erkennt man, dass es um Punkte geht, die auf dem Schaubild von f (also auf der Aufsprungbahn) liegen mit den x-Werten $x = 0$, $x = 40$, $x = 80$ und $x = 120$.

Die Punkte sind in der Skizze eingezeichnet $A(0|f(0))$, $B(40|f(40))$, $C(80|f(80))$ und $D(120|f(120))$.



Der Term $\sqrt{(f(0) - f(40))^2 + 1600}$ beschreibt den Abstand der Punkte A und B (Satz des Pythagoras).
Die beiden anderen Wurzelterme beschreiben den Abstand der Punkte B und C bzw. der Punkte C und D.
Die Summe der drei Längen ergibt den berechneten Wert von etwa $137{,}5$ Meter.
Die Summe der Längen stellt eine Näherung für die Länge der oberen Aufsprungbahn dar.

Teil3 - Stochastik

Lösung A1/2020

1.1 Berechnungen von Binomialverteilungen:

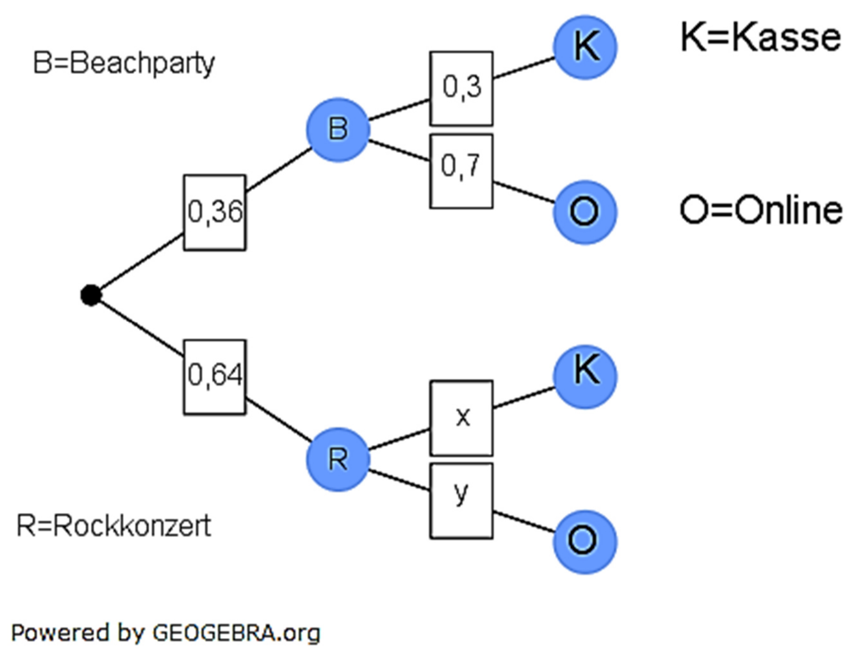
$P(E_1) = B_{5;0,36}(X = 5) = 0{,}0060$

$P(E_2) = B_{30;0,36}(X \geq 20) = 1 - B_{30;0,36}(X \leq 19) = 0{,}00062$

$P(E_3) = B_{1000;0,36}(380 \leq X \leq 390) = B_{1000;0,36}(X \leq 390) - B_{1000;0,36}(X \leq 379)$

$P(E_3) = 0{,}97729 - 0{,}9002 = 0{,}07709$

1.2 Zur Verdeutlichung der Situation dient das nachfolgende Baumdiagramm:



Nach Aufgabenstellung gilt: $26{,}8\,\%$ aller Teilnehmer kaufen ihr Ticket an der Abendkasse.

$P(Kasse) = 0{,}268 = P(B \cap K) + P(R \cap K)$

$P(B \cap K) = 0{,}36 \cdot 0{,}3 = 0{,}108; \quad P(R \cap K) = 0{,}64 \cdot x$

$0{,}108 + 0{,}64 \cdot x = 0{,}268$

$0{,}64 \cdot x = 0{,}16$

$x = \frac{0{,}16}{0{,}64} = 0{,}25$

$y = 1 - x = 0{,}75$

$P(R \cap O) = 0{,}64 \cdot 0{,}75 = 0{,}48$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilnehmer das Rockkonzert besucht und sein Ticket Online erwirbt, beträgt $48\,\%$.

Wahrscheinlichkeit, dass jemand Teilnehmer der Beachparty ist unter der Bedingung, dass er sein Ticket Online erworben hat:

Dies ist eine bedingte Wahrscheinlichkeit mit:

$P_O(R) = \frac{P(O \cap R)}{P(O)} = \frac{0{,}36 \cdot 0{,}7}{1 - 0{,}268} = \frac{0{,}252}{0{,}732} = 0{,}344 = 34{,}4\,\%$

$34{,}4\,\%$ *der Teilnehmer, die ihr Ticket Online erworben haben, gehen zur Beachparty.*

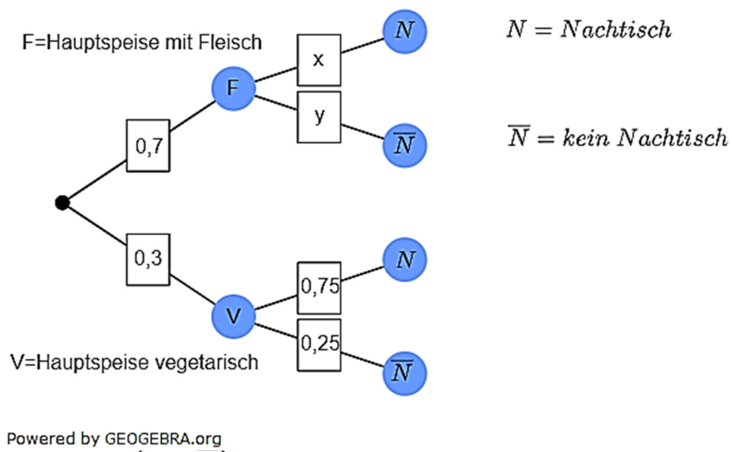
1.3 Binomialverteilung, bei der der Stichprobenumfang gesucht ist:
$B_{n;0,36}(X \leq 1500) \geq 0{,}99$

n	$B_{n;0,36}(X \leq 1500)$
3980	0,9871
3975	0,9890
3974	0,9893
3972	0,9900

Die maximale Anzahl der Teilnehmer beträgt 3972 und liegt somit unter 3980. Der Schüler hat Recht.

Lösung A2/2020

2.1 Zur Verdeutlichung der Situation dient das nachfolgende Baumdiagramm:



$P(F \cap N) = 0{,}7 \cdot x;\quad P\left(F \cap \overline{N}\right) = 0{,}7 \cdot y$

$P(V \cap N) = 0{,}3 \cdot 0{,}75;\quad P\left(F \cap \overline{N}\right) = 0{,}3 \cdot 0{,}25$

Gemäß Aufgabenstellung nehmen 85 % Prozent der Gäste einen Nachtisch:

$P(F \cap N) + P(V \cap N) = 0{,}85$

$0{,}7 \cdot x + 0{,}3 \cdot 0{,}75 = 0{,}85$

$0{,}7 \cdot x = 0{,}85 - 0{,}225$

$x = \frac{25}{28}$

$y = 1 - x = \frac{3}{28}$

$P(F \cap N) = 0{,}7 \cdot x = 0{,}7 \cdot \frac{25}{28} = 0{,}625 = 62{,}5\ \%$

Ein zufällig ausgewählter Gast wählt mit 62,5 % ein Hauptgericht mit Fleisch und eine Nachspeise.

Anteil der Gäste mit Nachspeise, die auch vegetarisches Gericht wählen:
Hierbei handelt es sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit, da bekannt ist, dass der Gast eine Nachspeise nimmt.

$P_N(V) = \frac{P(N \cap V)}{P(N)} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}75}{0{,}85} = 0{,}265 = 26{,}5\ \%$

Die Aussage, dass der Anteil der Gäste, die auch ein vegetarisches Hauptgericht wählen, größer als 27 % ist, ist falsch, denn $P_N(V) = 26{,}5\ \%$.

2.2 Berechnungen von Binomialverteilungen:
$P(A) = B_{800;0,3}(X = 240) = 0{,}0308$
$P(B) = B_{800;0,3}(X \leq 250) = 0{,}7916$
$P(C) = B_{800;0,3}(221 \leq X \leq 250) = B_{800;0,3}(X \leq 250) - B_{800;0,3}(X \leq 220)$
$P(C) = 0{,}7916 - 0{,}0653 = 0{,}7263$

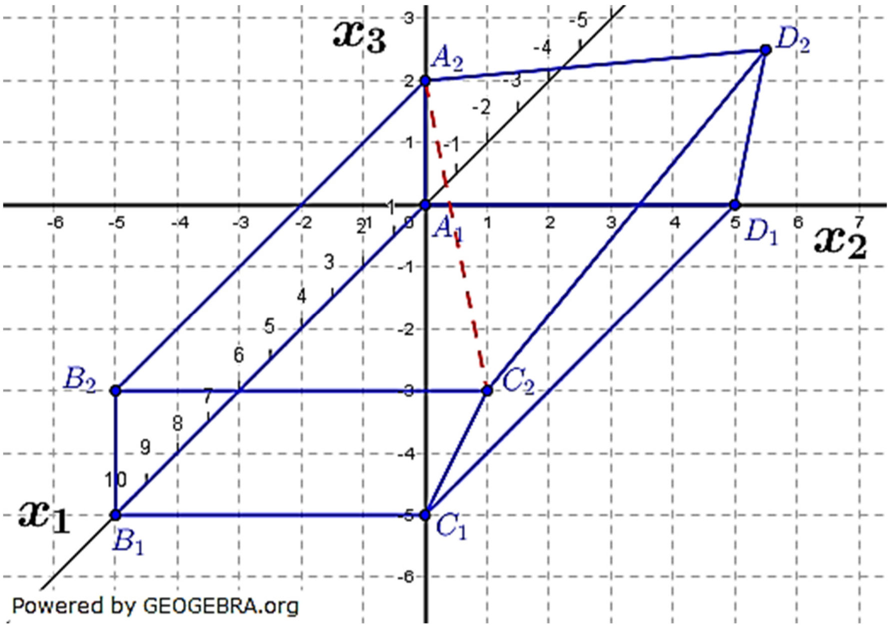
2.3 Die relative Häufigkeit der Gäste mit vegetarischem Gericht ist $\frac{30}{80} = 0{,}375$.
Vertrauensintervall mit $95\,\%$-Sicherheitswahrscheinlichkeit:
$$\left[0{,}375 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}375 \cdot 0{,}625}{80}}; 0{,}375 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}375 \cdot 0{,}625}{80}}\right] = [0{,}2689; 0{,}4810]$$
Die angenommene Wahrscheinlichkeit von $P = 0{,}3$ liegt in dem Intervall.
Somit können die Planer auf Basis dieses Intervalls dem Erfahrungswert zu $95\,\%$ vertrauen.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) *2020*

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Lösung A1/2019 Vektorgeometrie

1.1 *Objekt im Koordinatensystem:*



1.2 *Kosten der Trapezfläche:*

$A_{Trapez} = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{50+60}{2} \cdot 20 = 1100\ m^2.$

$K_{Trapez} = A_{Trapez} \cdot 0{,}8 \cdot 400 = 1100 \cdot 0{,}8 \cdot 400 = 352000{,}00$ €.

1. 3 Die Kante $\overline{A_2C_2}$ führt zu zwei Flächen. Fläche 1 geht durch die Punkte A_2, B_2 und C_2, Fläche 2 durch die Punkte A_2, C_2 und D_2. Gesucht ist der Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen.

Ebene 1:

$E_1\colon\ x_3 = 2 \ \Rightarrow\ \overrightarrow{n_{E_1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ebene 2:

$k \cdot \overrightarrow{n_{E_2}} = \left(\overrightarrow{C_2A_2}\right) \times \left(\overrightarrow{C_2D_2}\right) = \begin{pmatrix} 0-10 \\ 0-6 \\ 2-2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0-10 \\ 5{,}5-6 \\ 2{,}5-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -10 \\ -0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -55 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{n_{E_2}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 55 \end{pmatrix}$

$\cos(\varphi) = \frac{\overrightarrow{n_{E_1}} \circ \overrightarrow{n_{E_2}}}{|\overrightarrow{n_{E_1}}| \cdot |\overrightarrow{n_{E_2}}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 55 \end{pmatrix}}{\sqrt{9+25+3025}} = \frac{55}{\sqrt{3059}}$

$\varphi = arccos\left(\frac{55}{\sqrt{3059}}\right) = 6{,}05\ °$

Im Innern des Gebäudes liegt jedoch ein stumpfer Winkel zwischen den beiden Flächen vor, somit $\varphi + 180\ °$.

Die beiden Flächen schließen im Inneren einen Winkel von etwa $106\ °$ *ein.*

1.4.1 *Gleichung der Gerade durch die Punkte C_1 und C_2 :*

$$g:\quad \vec{x}=\overrightarrow{OC_1}+r\cdot\overrightarrow{C_1C_2}=\begin{pmatrix}10\\5\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}10-10\\6-5\\2-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$$

Gleichung der Gerade durch die Punkte D_1 und D_2 :

$$h:\quad \vec{x}=\overrightarrow{OD_1}+s\cdot\overrightarrow{D_1D_2}=\begin{pmatrix}0\\5\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}0-0\\5{,}5-5\\2{,}5-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\5\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}0\\0{,}5\\2{,}5\end{pmatrix}$$

1.4.2 Allgemeiner Punkt auf g: $P(10|5+r|2r)$
Allgemeiner Punkt auf h: $Q(0|5+0{,}5s|2{,}5s)$
Nach Aufgabenstellung sollen die Laserstrahlen auf gleicher Höhe sein, also:

$2r=2{,}5s$ ➔ $s=\frac{4}{5}r$

$P(10|5+r|2r)$

$Q(0|5+0{,}4r|2r)$

Abstand zweier Punkte über den Satz des Pythagoras:

$|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{(10-0)^2+(5+r-5-0{,}4r)^2}=\sqrt{100+0{,}36r^2}$

Der Abstand soll $212{,}5\,m$ betragen, also $|\overrightarrow{PQ}|=21{,}25$

$\sqrt{100+0{,}36r^2}=21{,}25 \quad |\ ^2$

$100+0{,}36r^2=451{,}5625$

$0{,}36r^2=351{,}5625$

$r^2=976{,}5625 \quad |\ \sqrt{\ }$

$r=31{,}25$

Wegen $x_3=2r$ haben die beiden Laserstrahlen in einer Höhe von $625\,m$ einen Abstand von $212{,}5\,m$.

Lösung A1/2020

1.1 Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0{,}2 & b\\ a & 0{,}8\\ 0{,}3 & 0\end{pmatrix}$

Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0{,}5 & c\\ 0 & c\end{pmatrix}$

Rohstoff-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}1\\ 0{,}25 & 0{,}325\\ 0{,}15 & 0{,}075\end{pmatrix}$

Es gilt: $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0{,}2 & b\\ a & 0{,}8\\ 0{,}3 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0{,}5 & c\\ 0 & c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}1 & 0{,}2c+bc\\ 0{,}5a & ac+0{,}8c\\ 0{,}15 & 0{,}3c\end{pmatrix}$$

Vergleich des Ergebnisses mit Matrix $\boldsymbol{C}$:

$0{,}5a=0{,}25$ ➔ $a=0{,}5$

$0{,}3c=0{,}075$ ➔ $c=0{,}25$

$0{,}2c+bc=0{,}1$

$0{,}2\cdot 0{,}25+0{,}25b=0{,}1$

$0{,}25b=0{,}1-0{,}05$ ➔ $b=0{,}2$

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) 2020

1.2.1 Der Produktionsvektor ist $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2000 \\ 1000 \end{pmatrix}$

Erforderliche Rohstoffmenge: $\vec{r} = \boldsymbol{C} \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}25 & 0{,}325 \\ 0{,}15 & 0{,}075 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2000 \\ 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 825 \\ 375 \end{pmatrix}$

Für den Auftrag werden 825 *kg Grieß und* 375 *kg Spinat benötigt.*

1.2. 2 Variabler Herstellkostenvektor: $\overrightarrow{k_V} = (0{,}5 \quad 0{,}4)$

Kosten des Auftrags: $K = \overrightarrow{k_V} \cdot \vec{p} + 200 = (0{,}5 \quad 0{,}4) \cdot \begin{pmatrix} 2000 \\ 1000 \end{pmatrix} + 200 = 1600$ €.

Der Verkaufserlös soll $1600 \cdot 1{,}25 = 2000$ Euro betragen.
Preis für Packung „Mix" sei p
Preis für Packung „Pur" $= 1{,}5p$
Bedingung: $1000 \cdot p + 2000 \cdot 1{,}5p = 4000p$
$4000p = 2000$ ➔ $p = 0{,}5$
Der Preis für eine Packung „Mix" beträgt $0{,}50$ €
Der Preis für eine Packung „Pur" beträgt $0{,}75$ €.

1.3 Neue Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}8 \\ 0{,}4 & 0 \end{pmatrix}$

Rohstoffvektor: $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 2000 \\ r_3 \end{pmatrix}$

Zwischenproduktvektor: $\vec{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$

$r_1 =$ Menge des Wassers
$r_3 =$ Menge des Spinats
$z_1 =$ Menge der grünen Nudeln
$z_2 =$ Menge der weißen Nudeln

$$\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}8 \\ 0{,}4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 2000 \\ r_3 \end{pmatrix}$$

(I) $0{,}2z_1 + 0{,}2z_2 = r_1$
(II) $0{,}4z_1 + 0{,}8z_2 = 2000$
(III) $0{,}4z_1 = r_3$
Aus (II) folgt:
(II) $z_2 = 2500 - 0{,}5z_1$
Da $z_2 \geq 0$ gelten muss, folgt aus (III):
$z_1 \leq 5000$
Es können maximal $5000\ kg$ *grüne Nudeln hergestellt werden.*

Mindestens $40\,\%$ der Nudeln sollen grün sein:
$z_1 \geq 0{,}4 \cdot (z_1 + z_2)$ ➔ $0{,}6z_1 \geq 0{,}4z_2$
$z_1 \geq \frac{2}{3}z_2$
Es müssen mindestens $z_1 = \frac{2}{3}z_2$ grüne Nudeln hergestellt werden.
Eingesetzt in obige (II):
$z_2 = 2500 - 0{,}5 \cdot \frac{2}{3}z_2$
$\frac{4}{3}z_2 = 2500$
$z_2 = 1875$
Daraus folgt:
$z_1 = \frac{2}{3}z_2 = \frac{2}{3} \cdot 1875 = 1250$
Es müssen mindestens $1250\ kg$ grüne Nudeln hergestellt werden.
(II) => (I)
$0{,}2z_1 + 0{,}2 \cdot (2500 - 0{,}5z_1) = r_1$
$500 + 0{,}1z_1 = r_1$
Mit $z_1 = 1250$ (Mindestmenge) folgt $r_1 = 625$
Mit $z_2 = 5000$ (Maximalmenge) folgt $r_1 = 1000$
Es werden zwischen 625 Liter und 1000 Liter Wasser verbraucht.