

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Die Aufgabe A1 ist zu bearbeiten.



Aufgabe A1

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{x-1} - x$; $x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild der Funktion f heißt K .
 - 1.1 Zeichne das Schaubild K in ein Koordinatensystem ein. **5P**
Gib die Gleichung der Asymptote von K an und zeichne sie Ebenfalls ein.
 - 1.2 Untersuche K auf Extrempunkte. **4P**
 - 1.3 Das Schaubild K und die 2. Winkelhalbierende schließen mit der y -Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = a$ für $a < 0$ eine Fläche ein. Bestimme den Inhalt dieser Fläche in Abhängigkeit von a . Gegen welchen Wert strebt dieser Flächeninhalt für $a \rightarrow -\infty$? **4P**
 - 1.4 Das zur y -Achse symmetrische Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades schneidet die y -Achse im Punkt $S(0|2)$, es hat an der Stelle $x = 1$ die Steigung -4 und einen Extrempunkt an der Stelle $x = \sqrt{2}$. Bestimme den zugehörigen Funktionsterm. **4P**
 - 1.5 Zeige: Die Wendestelle einer Polynomfunktion 3. Grades liegt bei $x = -2$, wenn die Koeffizienten von x^3 und x^2 das Verhältnis 1:6 haben. **3P**

Aufgabe A2

2. Bei einem chemischen Experiment wird Wasserstoff hergestellt und in einem Standzylinder aufgefangen.
Bei einer ersten Messung ergeben sich die folgenden Daten für die Zuwachsrate des Wasserstoffvolumens:

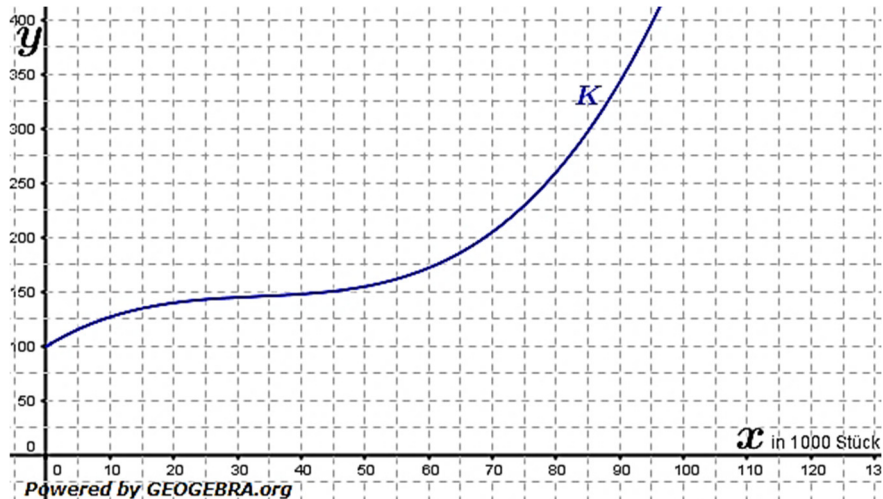
Zeit in min	1	2	3	4	5	6
Zuwachsrate in $\frac{ml}{min}$	13	10	6	4	3	2

- 2.1 Stelle die Daten in einem Koordinatensystem dar. **5P**
Wähle und begründe einen geeigneten Funktionstyp und bestimme eine Näherungsfunktion.
- 2.2 Die momentane Änderungsrate des Wasserstoffvolumens (in $\frac{ml}{min}$) wird durch die Funktion r beschrieben: $r(t) = 19e^{-0,343t}$; $t > 0$.
 - 2.2.1 Zu welchem Zeitpunkt liegt nur noch die halbe momentane Änderungsrate wie zu Beginn vor? **2P**
 - 2.2.2 Wie viele Minuten dauert es, bis 50 Wasserstoff entstanden sind? **3P**

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3
Aufgabe A3

3. Die Firma Fischer stellt speziell für die NASA entwickelte, weltraumtaugliche Kugelschreiber her. Die Produktionsgrenze der Firma liegt bei 100000 Kugelschreibern. Es wird davon ausgegangen, dass alle produzierten Kugelschreiber auch verkauft werden. Die Firma Fischer ist der alleinige Anbieter von weltraumtauglichen Kugelschreibern. Für den Erlös $E(x)$ und die Gesamtkosten $K(x)$ in US-Dollar gilt:
- $$E(x) = -100x^2 + 10000x \quad \text{und} \quad K(x) = x^3 - 100x^2 + 3600x + 100000.$$
- Dabei ist x die Menge der Kugelschreiber in 1000 Stück.

- 3.1 Das Schaubild K der Gesamtkostenfunktion ist in das Koordinatensystem eingezeichnet. Zeichne ebenfalls das Schaubild der Erlösfunktion E ein. **3P**



Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Gesamtkosten. Eine Verkaufsmenge, bei welcher die Firma Fischer Gewinn erzielt, liegt innerhalb der Gewinnzone. Geben Sie die Gewinnzone mithilfe des Koordinatensystems näherungsweise an.

- 3.2 Bestimme die Stückzahl, bei welcher der Gewinn maximal ist. Gib den maximalen Gewinn in US-Dollar an. **5P**
- 3.3 Berechne den Preis, den die Firma Fischer bei einem Absatz von 4000 Stück für einen Kugelschreiber verlangen müsste, um keinen Verlust zu machen. **2P**

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3

Aufgabe A4

4. In einem Gehege wird der Kaninchenbestand über einen längeren Zeitraum beobachtet. Die Auswertung dieser Beobachtung hat modellhaft folgende Bestandsfunktion ergeben:

$$k(t) = 1000 \cdot (1 - 0,85e^{-0,0153t}); t \geq 0.$$

Die Zeit t wird in Monaten gemessen und $k(t)$ gibt den Bestand der Kaninchen zum Zeitpunkt t an.

- 4.1 Wann hat sich der Kaninchenbestand im Gehege, der zu Beginn der Beobachtung vorlag, verdreifacht? **5P**
Wie wird im Funktionsterm berücksichtigt, dass der Bestand nicht beliebig groß wird?
- 4.2 Bestimme die momentane Änderungsrate des Kaninchenbestandes In Abhängigkeit von der Zeit t . **3P**
Wann ist dies Änderungsrate am größten?
- 4.3 Berechne die durchschnittliche Änderungsrate in den ersten fünf Monaten. **2P**

Teil 3 - Stochastik

Aufgabe A1

1. Schmuggel von Zigaretten verursacht jedes Jahr hohe Steuerausfälle. Um einen Überblick darüber zu bekommen, wie hoch der Anteil an un versteuerten Zigaretten ist, wird eine große Anzahl leerer Zigaretenschachteln gesammelt und auf das Vorhandensein von Steuerbänderolen überprüft. In einer süddeutschen Großstadt hatten 10,7 % der Zigaretenschachteln keine Steuerbänderole.
- 1.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dort von 40 zufällig in der Entsorgungsstation gesammelten Zigaretenschachteln **5P**
a) genau 4 Schachteln keine Steuerbänderole haben;
b) mehr als die erwartete Anzahl Schachteln keine Steuerbänderole hat;
c) mindestens 3 und höchstens 5 Schachteln keine Steuerbänderole haben;
- 1.2 Bestimme, wie viele Zigaretenschachteln man mindestens einsammeln muss, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80 % mindestens eine Schachtel ohne Steuerbänderole erhält. **4P**
- 1.3 In einer Lieferung von 100 Stangen Zigaretten befinden sich 8 Stangen unverzollter Zigaretten. Bei einer Kontrolle entnimmt der Zoll zufällig 5 Stangen nacheinander und untersucht diese. Wird dabei unverzollte Ware gefunden, wird die gesamte Lieferung beschlagnahmt. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lieferung beschlagnahmt wird. **3P**

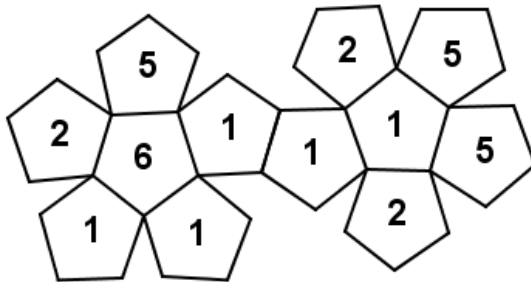
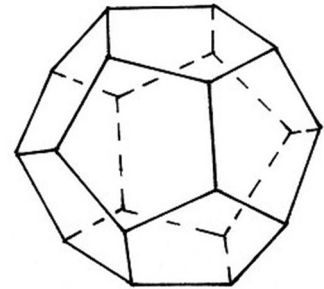
Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3

- 1.4 In einer großen Hafenstadt werden 200 leere Zigarettenschachteln zufällig dem Hausabfall entnommen und untersucht. Dabei werden 22 unverzollte Schachteln gefunden. **3P**

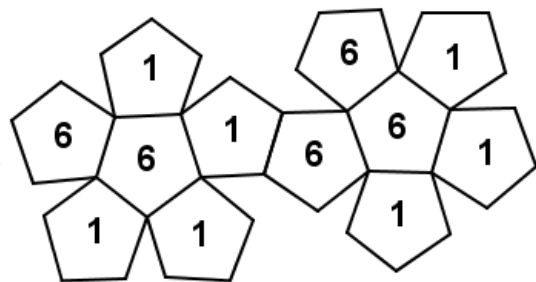
Bestimme aufgrund der Stichprobe ein 90 %-Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil der unverzollten Zigarettenschachteln im Abfall.

Aufgabe A2

2. Zwei Dodekaeder werden als Spielwürfel verwendet. Ihre 12 Seiten sind wie unten abgebildet beschriftet. Es gilt stets die Zahl als geworfen, die auf der obersten Fläche zu sehen ist. Alle Seiten liegen mit derselben Wahrscheinlichkeit oben.



Seiten von Würfel I



Seiten von Würfel II

- 2.1 Würfel I wird viermal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: **6P**
 A: Es tritt die Zahlenreihenfolge 5 – 6 – 2 – 2 auf.
 B: Alle Zahlen sind verschieden.
 Marc behauptet: Das Ereignis „Alle Zahlen sind gleich“ ist das Gegenereignis von B. Nimm Stellung.
- 2.2 Würfel II wird viermal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Sechs häufiger auftritt als die Eins. **3P**
- 2.3 Janos und Marc benutzen die beiden Würfel für ein Spiel. Jonas wirft Würfel I einmal, Marc wirft Würfel II einmal. Gewonnen hat derjenige, dessen Würfel die höhere Zahl anzeigt. Der Gewinner erhält vom Verlierer die höhere der geworfenen Zahlen in Euro ausgezahlt. Bei gleichen Zahlen endet das Spiel unentschieden und keiner der beiden muss zahlen. Prüfe, für wen sich das Spiel langfristig lohnt. **6P**

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Aufgabe A1

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Vektorgeometrie“ im Unterricht behandelt.

- 1.1 Gegeben sind die Punkte $A(0|4|0)$, $B(0|0|2)$ und $C(4|0|0)$. **5P**
Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist.
Ergänze das Dreieck ABC zu durch einen Punkt D zu einer Raute.
Berechne die Innenwinkel der Raute.
Zeige, dass die Raute in der Ebene $E: x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$ liegt.

- 1.2 Gegeben sind die beiden Ebenen **5P**
 $E_1: 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; s; t \in \mathbb{R}.$
Zeige, dass die beiden Ebenen parallel zueinander sind.
Die Ebene E_3 ist parallel zu E_1 und E_2 und hat von beiden Ebenen denselben Abstand.
Bestimme eine Gleichung der Ebene E_3 .

- 1.3 Ein Würfel besitzt die Eckpunkte $O(0|0|0)$, $P(6|0|0)$ und $Q(0|6|0)$. Gegeben ist außerdem die Ebene $E: 3x_2 + x_3 = 8$. **5P**
1.3.1 Stelle den Würfel und die Ebene E in einem Koordinatensystem dar.
1.3.2 Berechne den Winkel, den die Ebene E mit der x_1x_2 -Ebene einschließt.
Bestimme den Abstand von E zur x_1 -Achse.

Aufgabe A2 (nicht für TG)

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Matrizen und Prozesse“ im Unterricht behandelt.

2. Der WV-Konzern produziert Personenkraftwagen seiner Marke an drei Standorten A , B und C . Um seine Wirtschaftlichkeit zu erhöhen, möchte das Unternehmen einen Teil der 2400 Mitarbeiter, die in der Produktion am Standort A arbeiten, langfristig in die zwei anderen Standorte B und C verlegen.
Einige der nach Standort B und C versetzten Mitarbeiter sollen nach gewisser Zeit zurück zum Standort A kommen, um Wissenstransfer zu gewährleisten. Im Sinne einer langfristigen Personalentwicklung legt die Firma Quoten für den Wechsel der Standorte fest, die über mehrere Jahre stabil bleiben.

$$\begin{array}{l} \text{von} \\ \text{nach} \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array} M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

Abituraufgaben Teil 2 bis 4

Berufsgymnasien (AG, BTG, EG, SGG, TG, WG)

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 3

2.1 Stelle die Entwicklung der Mitarbeiterzahlen in einem Übergangsdiagramm dar. **7P**
Berechne die Verteilung auf die Standorte A , B und C nach zwei Jahren.

2.2 Untersuche, ob es eine Verteilung mit insgesamt 2 400 Mitarbeitern gibt, die im nächsten Jahr gleich bleibt. Falls ja, gib diese Verteilung an. **5P**

2.3 Es gilt: $M^{20} = \begin{pmatrix} 0,250 & 0,250 & 0,250 \\ 0,256 & 0,256 & 0,244 \\ 0,494 & 0,494 & 0,506 \end{pmatrix}$ **2P**

Interpretiere die Einträge der mittleren Zeile dieser Matrix.
Nimm an, dass der Prozess eine stabile Grenzmatrix aufweist.
Gib gegebenenfalls Prognosen bezüglich der zukünftigen Verteilung der Mitarbeiter auf die Standorte ab.