Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 5

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Die Aufgabe A1 ist zu bearbeiten.

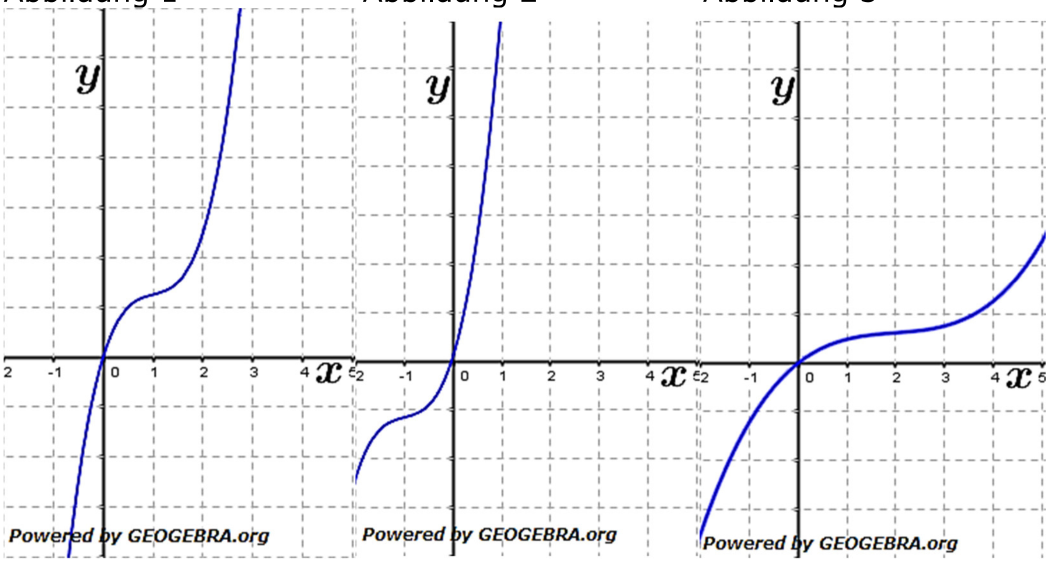
Aufgabe A1

1. Die Funktion f hat die Gleichung $f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{13}{4}x;\ x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f ist K.

1.1 Zeige, dass K keine Extrempunkte besitzt. Untersuche das Krümmungsverhalten von K. Zeichne K. **5P**

1.2 Entscheide und begründe, welche der folgenden Abbildungen das Schaubild K zeigt. **2P**

Abbildung 1 Abbildung 2 Abbildung 3



1.3 Die Tangente an K im Ursprung begrenzt mit K eine Fläche. Zeichne diese Tangente in die entsprechende Abbildung aus 1.2 ein. Ermittle den Inhalt der Fläche mithilfe einer Stammfunktion. **7P**

1.4 Zeige, dass die erste Winkelhalbierende eine Tangente an das Schaubild darstellt. **3P**

1.5 Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = a\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + b;\ x \in \mathbb{R}$. **3P**
Bestimme a und b so, dass die Tangente an das Schaubild von g in $P(2|2)$ parallel zur Geraden mit der Steigung $y = -x$ verläuft.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A2

2. Bei den olympischen Sommerspielen 2008 in Peking legte der Jamaikaner Usain Bolt die 100 Meter (m) in der damaligen Weltrekordzeit von fabelhaften $9{,}69$ Sekunden (s) zurück. Dabei begann Bolt bereits nach $80\,m$ zu jubeln und verringerte somit vorzeitig seine Geschwindigkeit.
Analysiert man seinen Lauf auf jeweils $10\,m$ langen Abschnitten, ergeben sich die folgenden Daten:

d	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t	0	1,85	2,87	3,78	4,65	5,50	6,32	7,14	7,96	8,79	9,69
$\bar{v}$	5,41	9,80	10,99	11,49	11,76	12,19	12,19	12,19	12,05	11,11	

In der Tabelle bedeuten:
- d die zurückgelegte Distanz in m
- t die Zeit in s
- $\bar{v}$ die Durchschnittsgeschwindigkeit im jeweiligen 10-m-Intervall in $\frac{m}{s}$.

Zum Beispiel ist $5{,}41\,\frac{m}{s}$ die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ auf den ersten 10 Metern.

2.1 Wie lange benötigte Bolt für die letzten $50\,m$ des Laufs? **5P**
Kann ein Mensch mit einer höheren Geschwindigkeit als $40\,km/h$ rennen?
Welche Zeit hätte Bolt erreicht, wenn er in diesem Lauf die maximale Durchschnittsgeschwindigkeit aus der Tabelle bis zum Ende des Laufs beibehalten hätte?

2.2 Die Funktion v mit **2P**
$v(t) = 0{,}0382t^3 - 0{,}8158t^2 + 5{,}4828t + 0{,}4546;\ \ t \in [0; 9{,}69]$
modelliert die Momentangeschwindigkeit v in $\frac{m}{s}$ in Abhängigkeit von der Laufzeit t in s.
Zeige, dass Bolt nach diesem Modell zwischen $t = 5{,}4\,s$ und $t = 5{,}5\,s$ die maximale Geschwindigkeit erreichte.

2.3 Formuliere für Bolts Lauf eine passende Frage, deren Antwort die Lösung der Gleichung $\int_3^{3+z} v(t)\,dt = 50$ für $z > 0$ ist. **3P**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A3

3. In einem Bootsverleih kann man sich Boote verschiedenen Typs ausleihen. Die entsprechenden Preise sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

Bootstyp	Preis je Stunde
Motorboot	35 €
Elektroboot	25 €
Tretboot	10 €

3.1 An einem heißen Sommertag sind alle 48 Boote gleichzeitig ausgeliehen. Die Einnahmen nach einer Stunde betragen 980 €. Die Anzahl der Tretboote ist doppelt so groß wie die Anzahl der Motorboote. Wie viele Motor-, Elektro- und Tretboote besitzt der Bootsverleih? **5P**

3.2 Für die letzte Stunde des Tages fragt sich Jutta, wie viele Motorboote mindestens unterwegs sind. **5P**
Dazu stellt sie das nachfolgende LGS auf:
$x + y + z = 25$
$35x + 25y + 10z = 525$
Und formt dieses auf die Dreiecksform um:
$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1{,}5 & -10 \\ 0 & 1 & 2{,}5 & 35 \end{array}\right)$
Welche Information hat Jutta?
Beantworte Juttas Frage.

Aufgabe A4

4. Ein Kondensator ist ein Bauteil, das elektrische Ladung speichert. Der Ladevorgang eines Kondensators wird im Labor untersucht. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt der Aufladevorgang. Die Stärke des elektrischen Stroms, der beim Aufladen fließt, wird gemessen. Die Messwerte sind in folgender Tabelle zusammengefasst.

t in Sekunden (s)	$1{,}0$	$2{,}4$	$4{,}8$	$7{,}2$	$9{,}6$
I in Milliampere (mA)	$9{,}0$	$6{,}0$	$3{,}0$	$1{,}5$	$0{,}75$

Der Zusammenhang zwischen der Zeit t und der Stromstärke I soll durch eine Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot e^{kt}$ beschrieben werden.

4.1 Bestimme einen Funktionsterm. **2P**

4.2 Wann ist die momentane Änderungsrate der Stromstärke ebenso groß wie ihre durchschnittliche Änderungsrate im Zeitraum von $1{,}0\,s$ bis $2{,}4\,s$? **2P**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

4.3 Die Stromstärke I ist die momentane Änderungsrate der Ladung Q. Die Ladung wird in Milliampere-Sekunden (mAs) gemessen.

4.3.1 Bestimme die Ladung, die in den ersten 18 Sekunden auf dem Kondensator gespeichert wird. **4P**

4.3.2 Nach welcher Zeit trägt der Kondensator $60\,\%$ dieser Ladung? Gib einen zugehörigen Rechenansatz an. **2P**

Teil 3 - Stochastik

Aufgabe A1

1. Zwei Seiten eines idealen Würfels sind mit S, zwei weitere sind mit A und zwei Seiten sind mit B beschriftet.
Bei einem Schulfest der „Schule am Berg“ (SAB) stehen drei derart beschriftete Würfel zur Verfügung. Bei einem Versuch werden diese Würfel gleichzeitig geworfen.

1.1 Berechne die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse: **5P**
A: Alle drei Würfel zeigen des gleichen Buchstaben.
B: Mindestens ein Würfel zeigt den Buchstaben S.
Zeige, dass mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{9}$ mit den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB gebildet werden kann.

1.2 Formuliere für den oben beschriebenen Versuch ein Ereignis Dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{7}{27}$ ist. **2P**

1.3 Wie viele Versuche braucht man mindestens, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $90\,\%$ mindestens einmal das Wort SAB bilden zu können? **3P**

1.4 Wer nach einem Versuch das Wort SAB bilden kann, erhält einen Preis. **5P**
Ein Spiel besteht aus drei Versuchen. Pro Spiel kann man also maximal drei Preise erhalten.
Wie viele Preise erhält man durchschnittlich pro Spiel?
Gib eine begründete Empfehlung, wie viele Preise die Schule bereithalten sollte, wenn insgesamt maximal 900 Spiele auf dem Schulfest gemacht werden.

Aufgabe A2

2. In der „Fußball-Bundesliga“ steigt die Anzahl der Besucher pro Spiel ständig. Dabei ist das Publikum mittlerweile zu $25\,\%$ weiblich.

2.1 Bei einem Bundesliga-Spiel wird das Geschlecht von 50 zufällig ausgewählten Zuschauern erfasst. **4P**
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass:
A: genau 17 Zuschauer weiblich sind.
B: mindestens 11 und höchstens 18 Zuschauer weiblich sind.
C: nur die letzten 8 befragten Zuschauer weiblich sind.

2.2 Beschreibe im vorliegenden Sachzusammenhang ein Ereignis E, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $P = 1 - \sum_{k=0}^{300} \binom{1000}{k} \cdot 0{,}25^k \cdot 0{,}75^{1000-k}$ berechnet werden kann. **4P**

2.3 Bei einem Bundesliga-Spiel strömen $20\,000$ Zuschauer ins Stadion, Hierbei wird wiederum angenommen, dass $25\,\%$ der Zuschauer weiblich sind. An weibliche Zuschauer soll ein Flyer verteilt werden, der auf ein spezielles Getränkeangebot hinweist. **3P**
In welchem Intervall liegt die Anzahl der benötigten Flyer mit einer Wahrscheinlichkeit von $95{,}4\,\%$?
Der Geschäftsführer des Unternehmens, welches die Flyer druckt, empfiehlt, die Wahrscheinlichkeit auf $99{,}7\,\%$ zu erhöhen.
Weshalb schlägt der Geschäftsführer dies wohl vor?

2.4 Bei einem Bundesliga-Spiel wird vermutet, dass der Anteil weiblicher Zuschauer sogar auf über $25\,\%$ gestiegen ist. Von 134 erfassten Zuschauern waren 36 Frauen. **4P**
Bestimme ein $95\,\%$ Vertrauensintervall für den Anteil weiblicher Zuschauer.

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Aufgabe A1

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Vektorgeometrie" im Unterricht behandelt.

1. Die Ebene E enthält die Punkte $A(6|1|0)$, $B(2|3|0)$ und $P(3|0|2{,}5)$.

1.1 Bestimme eine Koordinatengleichung von E. **5P**
Stelle die Ebene E in einem Koordinatensystem dar.
Unter welchem Winkel schneidet E die x_1-Achse?
(Teilergebnis: $E\colon x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$)

1.2 Zeige, dass das Dreieck ABP gleichschenklig ist. **7P**
Das Viereck $ABCD$ ist ein Rechteck mit Diagonalschnittpunkt P.
Bestimme die Koordinaten der Punkte C und D.
Es gibt senkrechte Pyramiden mit der Grundfläche $ABCD$ und der Höhe 12. Berechne die Koordinaten einer Spitze dieser Pyramiden.

1.3 Welche Punkte der x_1-Achse bilden jeweils mit A und B ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypothenuse AB? **3P**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 5

Aufgabe A1 (nicht für TG)

Aufgabe ist zu bearbeiten, wenn Wahlgebiet „Matrizen und Prozesse" im Unterricht behandelt.

2. Die Firma „Backe-Gutsle" stellt verschiedene Plätzchen her, die sie in zwei verschiedenen Verpackungen anbietet. Die Plätzchen werden hauptsächlich aus Butter, Zucker, Mehl und Nüssen hergestellt. Die quantitativen Zusammenhänge sind durch die folgenden Tabellen gegeben.

Menge der Zutaten (g) pro Plätzchen

	Butterplätzchen	Nussplätzchen
Butter	2,5	1,5
Zucker	1,6	1
Mehl	2,5	2,5
Nüsse	0	2,5

Anzahl Plätzchen pro Packung

	Packung 1	Packung II
Butterplätzchen	5	7
Nussplätzchen	7	9

2.1 Stelle den zweistufigen Prozess in einem Verflechtungsdiagramm dar. **3P**

2.2 Die Firma soll einem Kunden 100 Packungen I und 150 Packungen II liefern. Wie viel Gramm an Zucker und Mehl sind hierfür notwendig? **4P**

2.3 Es wird festgestellt, dass noch 372 g Zucker und 682,5 g Mehl vorhanden sind. Welche Menge der anderen Zutaten muss beschafft werden, wenn alle Zutaten vollständig zu Plätzchen verarbeitet werden sollen. **4P**

2.4 Die Firma möchte eine neue Packung auf den Markt bringen. **4P**
In dieser Packung sollen doppelt so viele Nuss- wie Butterplätzchen enthalten sein. Der Gewichtsverlust beim Backen ist vernachlässigbar. Das Gewicht des Packungsinhaltes soll 200 g nicht überschreiten.
Wie viele Plätzchen von jeder Sorte sind maximal in der neuen Packung?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de