Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 5

Teil2 - Analysis / Anwendungsorientierte Analysis

Lösung A1

1.1 Extrempunkte mit $f'(x) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + \frac{13}{4}$

$3x^2 - 6x + \frac{13}{4} = 0 \qquad | \quad :3$

$x^2 - 2x + \frac{13}{12} = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{13}{12}} \qquad | \quad p/q$-Formel

$\mathbb{L} = \{\}$

Krümmungsverhalten über $f'''(x) =$ im Wendepunkt.

$f''(x) = 6x - 6; \quad f'''(x) = 6$

$6x - 6 = 0 \Longrightarrow \quad x = 1$

$f'''(1) > 0$

K wechselt in $x = 1$ von rechtsgekrümmt auf linksgekrümmt.

Rechtskrümmung im Intervall $I =]-\infty; 1]$, Linkskrümmung im Intervall $I =]1; \infty[$.

$f(1) = 1 - 3 + \frac{13}{4} = \frac{5}{4}$

1.2 Abbildung 1 ist das Schaubild von f.

Aus 1.1 ergibt sich der Wendepunkt mit $WP\left(1\middle|\frac{5}{4}\right)$. Nur Abbildung 1 hat einen solchen Wendepunkt.

1.3 Tangente im Ursprung:

$t(x) = f'(0) \cdot x$

$f'(0) = \frac{13}{4}$

$t(x) = \frac{13}{4} \cdot x$

Inhalt der Fläche:

$f(x) \cap t(x)$

$x^3 - 3x^2 + \frac{13}{4}x = \frac{13}{4}x$

$x^3 - 3x^2 = 0$

$x^2(x - 3) = 0$

$x_1 = 0; \; x_2 = 3$

$A = \int_0^3 t(x) - f(x)\,dx = \int_0^3 -x^3 + 3x^2 dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + x^3\right]_0^3 = -\frac{81}{4} + 27 = \frac{27}{4}$

Die eingeschlossene Fläche hat $\frac{27}{4}$ *FE.*

#1.4 Erste Winkelhalbierende $y = x$.

$f'(x) = 1$

$3x^2 - 6x + \frac{13}{4} = 1$

$3x^2 - 6x + \frac{9}{4} = 0 \qquad | \quad :3$

$x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 1 \pm \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad x_1 = \frac{3}{2}; \; x_2 = \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}; \; f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

$t_1(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}; \quad t_2(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) + 1$

$t_1(x) = x$ **q.e.d.**

1.5 Bedingungen:
$g(2) = 2$
$g'(2) = -1$
(1) $a\sin(\pi) + b = 2 \implies b = 2$
(2) $\frac{2a}{\pi}\cos(\pi) + 2 = -1$
$-\frac{2a}{\pi} = -3$
$a = \frac{3}{2}\pi$
$g(x) = \frac{3}{2}\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 2$

Lösung A2

2.1 Zeit für letzte $50\,m$ des Laufs:
$t = 9{,}69 - 5{,}50 = 4{,}19$
Bolt benötigte $4{,}19\,s$ *für die letzten* $50\,m$ *seines Laufs.*
$40\,km/h$ möglich für einen Menschen?
$40\frac{km}{h} = \frac{40}{3{,}6}\frac{m}{s} = 11{,}11\frac{m}{s}$.
Da in der Tabelle auch Geschwindigkeiten größer als $11{,}11\frac{m}{s}$ vorkommen, kann ein Mensch auch mehr als $40\frac{km}{h}$ erreichen.
Maximale Geschwindigkeit von Bolt war $12{,}19\frac{m}{s}$ bei Erreichen der $80\,m$ Marke. Er hätte somit noch $20\,m$ mit dieser Geschwindigkeit zurücklegen müssen. Hieraus ergibt sich t für die letzten $20\,m$ mit $t = \frac{s}{v} = \frac{20}{12{,}19} = 1{,}64\,s$.
Für die ersten $80\,m$ benötigte Bolt $7{,}96\,s$. $7{,}96 + 1{,}64 = 9{,}6\,s$.
Bei gleichbleibender Geschwindigkeit auf den letzten $20\,m$ hätte Bolt $9{,}6\,s$ benötigt.

2.2 Maximale Geschwindigkeit von Bolt ist Maximum der gegebenen Funktion.
$v'(t) = 0{,}1146t^2 - 1{,}6316t + 5{,}4828$
$v'(5{,}4) = 0{,}014 > 0;\quad v'(5{,}5) = -0{,}02435 < 0;$
Wegen VZW von „+" nach „–"muss zwischen $t = 5{,}4\,s$ und $t = 5{,}5\,s$ ein Hochpunkt vorliegen, also maximale Momentangeschwindigkeit von Bolt.

2.3 Wie lange benötigte Bolt drei Sekunden nach dem Start für die darauffolgenden $50\,m$.

Lösung A3

3.1 Motorboot = x; dann ist Tretboot = $2x$ und Elektroboot = y.
Wir erhalten nachfolgendes LGS:
(1) $x + 2x + y = 48$
$3x + y = 48 \implies y = 48 - 3x$
(2) $x \cdot 35 + 2x \cdot 10 + y \cdot 25 = 980$
$55x + 25y = 980$
$y \rightarrow (2)$
(2) $55x + 25(48 - 3x) = 980$
$-20x + 1200 = 980$
$20x = 220$
$x = 11$
Der Verleih hat 11 *Motorboote,* 22 *Tretboote und* 15 *Elektroboote.*

3.2 Es sind insgesamt $x + y + z = 25$ Boote ausgeliehen. Die Einnahmen aus dieser Ausleihung betragen $35x + 25y + 10z = 525$ €.
Aus der in die Dreiecksform umgeformten Matrix lesen wir ab, dass es unendlich viele Lösungen gibt.
Zur Aufstellung des Lösungsvektors wählen wir eine Unbekannte frei, z. B. $z = t$ und erhalten
$y + 2{,}5t = 35 \Rightarrow \ y = 35 - 2{,}5t$
$x - 1{,}5t = -10 \Rightarrow \ x = -10 + 1{,}5t$
Für t kommen nur positive Werte in Betracht, es gibt keine negativen Tretboote. Hieraus folgt:
$z = t \geq 0$
$x = -10 + 1{,}5t \geq 0$ für $t \geq 6{,}\overline{6}$
$y = 35 - 2{,}5t \geq 0$ für $0 \leq t \leq 14$
Alle Bedingungen werden eingehalten, wenn t im Intervall $I = [6{,}\overline{6}; 14]$ liegt. Außerdem müssen x, y und z ganzzahlig sein. Es können also nur die ganzzahligen t-Werte 7 bis 14 vorkommen. Weiterhin müssen auch x und y ganzzahlig sein, sodass nur die t-Werte $t = 8$, $t = 10$, $t = 12$ bzw. $t = 14$ auf ganzzahlige Werte für x und y führen.
Da in der Aufgabe gefragt ist, wie viele Motorboote mindestens unterwegs sind, ist das t gesucht, welches für x die kleinste Zahl ergibt.
$x = -10 + 1{,}5t$ führt für $t = 8$ zum kleinsten Wert:
$x = -10 + 1{,}5 \cdot 8 = 2$
Es müssen also mindestens 2 Motorboote unterwegs sein.

Lösung A4

4.1 Eine Regression mit dem WTR führt zu $I(t) = 12{,}008 \cdot e^{-0{,}289t}$

4.2 Momentane Änderungsrate über $I'(t) = -0{,}289 \cdot 12{,}008 \cdot e^{-0{,}289t}$.
Mittlere Änderungsrate im Zeitraum von $1{,}0\,s$ bis $2{,}4\,s$:
$\overline{m} = \frac{f(2{,}4) - f(1)}{2{,}4 - 1} = \frac{6{,}001 - 8{,}994}{1{,}4} = -2{,}14.$
$-2{,}14 = -3{,}470312 \cdot e^{-0{,}289t} \quad | \quad : -3{,}470312$
$e^{-0{,}289t} = 0{,}6167 \quad | \quad ln$
$-0{,}289t = ln(0{,}6167)$
$t = 1{,}6725$
Etwa $1{,}68\,s$ nach Beobachtungsbeginn ist die momentane Änderungsrate etwa gleich groß wie die mittlere Änderungsrate von $1{,}0\,s$ bis $2{,}4\,s$.

4.3.1 Ladung in den ersten 18 Sekunden:
$$Q = \int_0^{18} I(t)\,dt = \int_0^{18} 12{,}008 \cdot e^{-0{,}289t} = \left[-\frac{12{,}008}{0{,}289} e^{-0{,}289t}\right]_0^{18} = -\frac{12{,}008}{0{,}289} e^{-5{,}202} + \frac{12{,}008}{0{,}289}$$
$Q = -0{,}2288 + 41{,}55 = 41{,}32$
In den ersten 18 Sekunden beträgt die Ladung etwa $41{,}32\,mAs$.

4.3.2 Die Zeit, nach welcher der Kondensator $60\,\%$ der Ladung trägt, sei x.
Die Auflösung der Gleichung $0{,}6 \cdot 41{,}32 = \int_0^x I(t)\,dt$ nach x gibt die gesuchte Zeit in Sekunden an.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 (mit Hilfsmittel) Mustersatz 5

Teil3 - Stochastik

Lösung A1

1.1 Gleichzeitige Werfen von drei Würfeln ist zu behandeln wie dreimaliges Werfen hintereinander.

$\Omega_A = \{SSS; AAA; BBB\}$

$P(A) = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} = 0{,}1111 = 11{,}1\ \%$

$P(B) = 1 - P(\overline{B})$

$\overline{B}$: Kein Würfel zeigt den Buchstaben S.

$P(\overline{B}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} = 0{,}2963 = 29{,}6\ \%$

$P(B) = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$

Sei das Ereignis C: Mit den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB bilden.

$P(C) = 3! \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ **q.e.d.**

1.2 Da jedes einzelne Ergebnis die Wahrscheinlichkeit $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ besitzt, muss man ein Ereignis formulieren, welches 7 Ergebnisse beinhaltet. Hierzu gibt es sehr viele Lösungsmöglichkeiten.

Da das Ereignis aus Teilaufgabe 1.1 (die Buchstaben SAB in beliebiger Reihenfolge) schon 6 Ergebnisse beinhaltet, muss dieses nur um ein Ergebnis ergänzt werden.

Ereignis: „Man kann aus den gewürfelten Buchstaben das Wort SAB bilden oder man erhält dreimal S„.

1.3 $P(C) = \frac{2}{9}$; $P(\overline{C}) = \frac{7}{9}$ (siehe Teilaufgabe 1.1)

Gesucht ist der Stichprobenumfang n.

$B_{n;\frac{2}{9}}(X \geq 1) > 0{,}9$

$1 - B_{n;\frac{2}{9}}(X = 0) > 0{,}9$

$B_{n;\frac{2}{9}}(X = 0) < 0{,}1$

$\binom{n}{0} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^n < 0{,}1$

$1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^n < 0{,}1$

$n \cdot \ln\left(\frac{7}{9}\right) < \ln(0{,}1)$

$n > \frac{\ln(0{,}1)}{\ln\left(\frac{7}{9}\right)} = 9{,}162$

Man benötigt mindestens 10 Versuche.

1.4 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der erhaltenen Preise an. Gesucht wird der Erwartungswert $E(x)$.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{7}{9}\right)^3 = \frac{343}{729}$	$3 \cdot \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{98}{243}$	$3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^2 \cdot \frac{7}{9} = \frac{28}{243}$	$\left(\frac{2}{9}\right)^3 = \frac{8}{729}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	0	$\frac{98}{243}$	$\frac{56}{243}$	$\frac{24}{729}$

$E(x) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot P(X = x_i) = 0 + \frac{98}{243} + \frac{56}{243} + \frac{24}{729} = \frac{2}{3}$

Erwartungswert bei max. 900 Spielen: $900 \cdot \frac{2}{3} = 600$.

Es ist also mit 600 Preisen im Durchschnitt zu rechnen.

Die Schule sollte somit etwa 700 Preise bereithalten, das sind etwa 100 mehr als im Schnitt zu erwarten ist.

Lösung A2

2.1 Binomialverteilung mit $n = 50$ und $p = 0{,}25$ für weibliche Besucher.

$P(A) = B_{50;0,25}(X = 17) = 0{,}0432 = 4{,}3\,\%$ (WTR)

$P(B) = B_{50;0,25}(11 \le X \le 18) = B_{50;0,25}(X \le 18) - B_{50;0,25}(X \le 10) = 0{,}7091 = 70{,}9\,\%$

$P(C) = 0{,}75^{42} \cdot 0{,}25^{8} = 8{,}6 \cdot 10^{-11} \approx 0$

2.2 Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 1000 Besuchern eines Fußballspiels mindestens 300 Frauen befinden.

2.3 Wegen der angegebenen Wahrscheinlichkeit $95{,}4\,\%$ muss das $2-\sigma$-Intervall verwendet werden.

$\mu = n \cdot p = 20000 \cdot 0{,}25 = 5000; \quad z = 2$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20000 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75} = 61{,}24$

2-σ-Intervall:

$[5000 - 2 \cdot 61{,}24; 5000 + 2 \cdot 61{,}24] = [4877{,}5; 5122{,}0]$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $95{,}4\,\%$ liegt die Anzahl der benötigten Flyer zwischen 4878 und 5122 Stück.

Empfehlung des Geschäftsführers:

Wahrscheinlichkeit von $99{,}7\,\%$ entspricht dem 3-σ-Intervall: $[4817; 5182]$.

Der Geschäftsführer möchte mehr Flyer drucken und damit seinen Umsatz steigern.

2.4 $95\,\%$-Vertrauensintervall:

$h = \frac{36}{134} = 0{,}27; \quad n = 134; \quad z = 1{,}96$

$$\left[0{,}27 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}27 \cdot (1-0{,}72)}{134}}; 0{,}27 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}27 \cdot (1-0{,}27)}{134}}\right] = [0{,}19; 0{,}35]$$

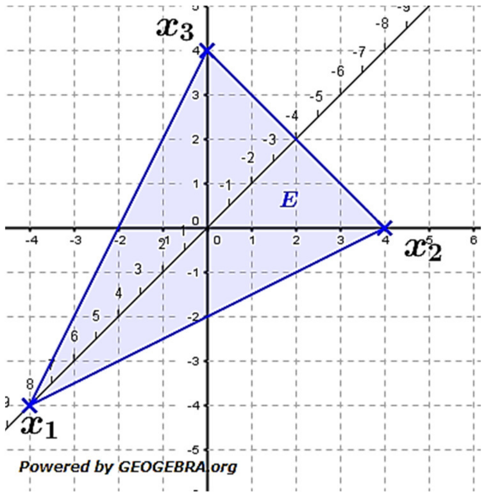
Mit $95{,}4\,\%$-iger Sicherheit liegt der Anteil der weiblichen Zuschauer zwischen $19\,\%$ und $35\,\%$.

Abituraufgaben BG Teil 2 bis 4 *(mit Hilfsmittel)* Mustersatz 5

Teil4 – Vektorgeometrie / Matrizen und Prozesse

Lösung A1

1.1 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$



$$k \cdot \overrightarrow{n_{E_2}} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$E\colon\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = d$

$6 + 2 + 0 = d \Longrightarrow\ d = 8$

$E\colon\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$

Spurpunkte:

$S_{x_1}(8|0|0)$; $S_{x_2}(0|4|0)$; $S_{x_3}(0|0|4)$

Schnittwinkel mit x_1-Achse über sin:

$$sin(\alpha) = \frac{\left|\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right|} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = arcsin\left(\frac{1}{3}\right) = 19{,}47\,°$$

1.2 Wegen $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{BP}| \wedge |\overrightarrow{AP}| \neq |\overrightarrow{AB}|$ ist das Dreieck ABP gleichschenklig.

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + 2 \cdot \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Die Koordinaten sind $C(0|-1|5)$ und $C(4|-3|5)$.

Die Spitzen der Pyramiden liegen auf der Geraden durch P mit dem Normalenvektor von E als Richtungsvektor.

$$\overrightarrow{n_E} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};\quad |\overrightarrow{n_E}| = \sqrt{4+4+1} = 3$$

$$\overrightarrow{OS_{1,2}} = \overrightarrow{OP} \pm 4 \cdot \overrightarrow{n_e} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2{,}5 \end{pmatrix} \pm 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};\quad \overrightarrow{OS_1} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 10{,}5 \end{pmatrix};\quad \overrightarrow{OS_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ -8 \\ -5{,}5 \end{pmatrix}$$

(Hinweis: Die Spitze einer senkrechten Pyramide muss nicht unbedingt durch den gegebenen Punkt P gehen. Senkrechte Pyramiden sind alle Pyramiden, deren Spitze in den parallelen Ebenen zu E im Abstand von jeweils $12\,LE$ liegen. Somit unendlich viele andere Lösungen denkbar.)

1.3 Der Punkt auf der x_1-Achse sei $Q(q_1|0|0)$. Die q_1-Koordinate von Q lässt sich aus $\overrightarrow{AQ} \circ \overrightarrow{BQ} = 0$ errechnen.

$$\overrightarrow{AQ} = \begin{pmatrix} q_1 - 6 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \ \overrightarrow{BQ} = \begin{pmatrix} q_1 - 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} q_1 - 6 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} q_1 - 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$q_1^2 - 8q_1 + 12 + 3 = 0$$

$$q_1^2 - 8q_1 + 15 = 0$$

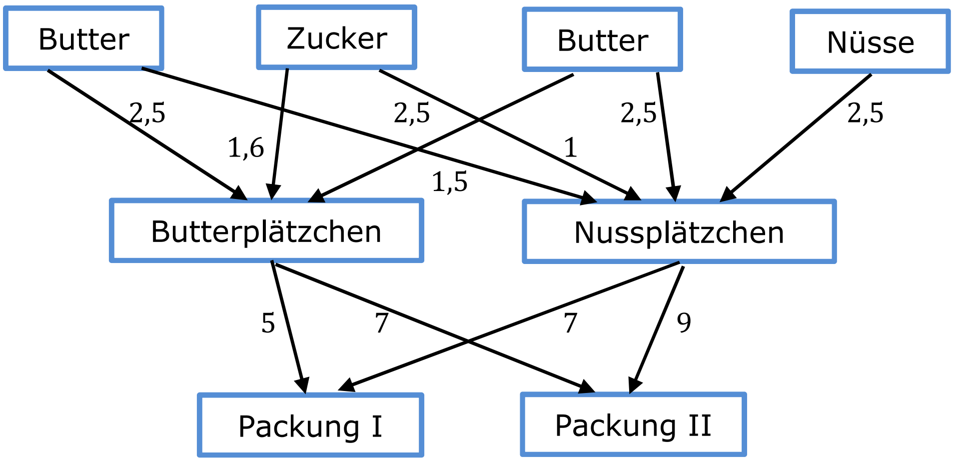
$$q_{1_{1,2}} = 4 \pm \sqrt{16 - 15} = 4 \pm 1$$

$$q_{1_1} = 5; \ \ q_{1_2} = 3$$

Die Punkte $Q_1(5|0|0)$ und $Q_2(3|0|0)$ bilden mit A und B ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei Q.

Lösung A2

2.1 *Verflechtungsdiagramm*



2.2 Im Folgenden bezeichnen $\boldsymbol{A}$ die Zutaten-Plätzchen-Matrix und $\boldsymbol{B}$ die Plätzchen-Packungen-Matrix.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 1{,}5 \\ 1{,}6 & 1 \\ 2{,}5 & 2{,}5 \\ 0 & 2{,}5 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Aus $\vec{z} = \boldsymbol{B} \cdot \vec{x}$ mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix}$ folgt:

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1550 \\ 2050 \end{pmatrix}$$

Aus $\vec{r} = \boldsymbol{A} \cdot \vec{z}$ folgt: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 1{,}5 \\ 1{,}6 & 1 \\ 2{,}5 & 2{,}5 \\ 0 & 2{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1550 \\ 2050 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6950 \\ 4530 \\ 9000 \\ 5125 \end{pmatrix}$

Für die Produktion von 100 Packungen I und 150 Packungen II werden $4530\ g$ Mehl und $9000\ g$ Zucker benötigt.

2.3 Aus $\vec{r} = \boldsymbol{A} \cdot \vec{z}$ mit $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 372 \\ 682{,}5 \\ r_2 \end{pmatrix}$ folgt:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ 372 \\ 682{,}5 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 1{,}5 \\ 1{,}6 & 1 \\ 2{,}5 & 2{,}5 \\ 0 & 2{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

(1) $2{,}5z_1 + 1{,}5z_2 = r_1$
(2) $1{,}6z_1 + z_2 = 372$
(3) $2{,}5z_1 + 2{,}5z_2 = 682{,}5$ | (3) - $2{,}5 \cdot$(2)
(4) $2{,}5z_2 = r_2$

(1) $2{,}5z_1 + 1{,}5z_2 = r_1$
(2) $1{,}6z_1 + z_2 = 372$
(3) $-1{,}5z_1 + 0z_2 = -247{,}5 \Rightarrow z_1 = 165$
(4) $2{,}5z_2 = r_2$
$z_1 \longrightarrow (2)$:
(2) $1{,}6 \cdot 165 + z_2 = 372 \Rightarrow z_2 = 108$
$z_1; z_2 \longrightarrow (1)$:
(1) $2{,}5 \cdot 165 + 1{,}5 \cdot 108 = r_1 \Rightarrow r_1 = 574{,}5$
$z_2 \longrightarrow (4)$:
(4) $2{,}5 \cdot 108 = r_2 \Rightarrow r_2 = 270$
Es müssen somit noch $574{,}5\ g$ Butter und $270\ g$ Mehl beschafft werden.

2.4 Die beschriebene Anzahl Plätzchen führt auf $\vec{z} = \begin{pmatrix} z \\ 2z \end{pmatrix}$:
Die Menger der Zutaten erhält man aus:

$$\vec{r} = \boldsymbol{A} \cdot \vec{z} = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 1{,}5 \\ 1{,}6 & 1 \\ 2{,}5 & 2{,}5 \\ 0 & 2{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z \\ 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5{,}5z \\ 3{,}6z \\ 7{,}5z \\ 5z \end{pmatrix}$$

Das Gesamtgewichtbeträgt somit $5{,}5z + 3{,}6z + 7{,}5z + 5z = 21{,}6z$, welches $200\ g$ nicht überschreiten soll:
$21{,}6z \leq 200$ für $z \leq 9{,}2$.
In der neuen Packung sind somit 9 Butterplätzchen und 18 Nussplätzchen.