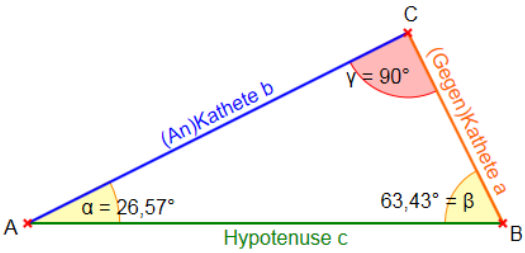
Themenerläuterung

Ähnlich dem Kapitel „Quadratische Pyramiden" geht es in diesem Kapitel um regelmäßige Pyramiden mit anderen Grundflächen als einem Quadrat. Es kommen dreiseitige, fünfseitige, sechsseitige und achtseitige Pyramiden vor. Die Aufgabenstellung entspricht der aus Kapitel „Quadratische Pyramiden".

Die wichtigsten benötigten Formeln

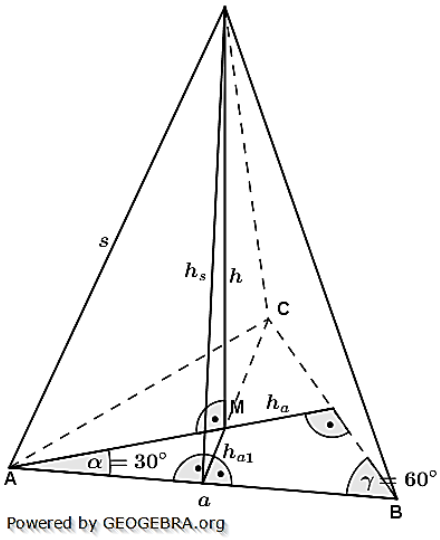
1. *Satz des Pythagoras*
   Ist im rechtwinkligen Dreieck c die Hypothenuse (= längste Seite) und a und b die beiden Katheten, so gilt:
   $$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{bzw.} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
   $$a^2 = c^2 - b^2 \quad \text{bzw.} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
   $$b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{bzw.} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

2. *Die trigonometrischen Formeln*
   $sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypothenuse}$
   $cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse}$
   $tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$
   Die Hypothenuse ist immer die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck und liegt dem rechten Winkel gegenüber.



   Die **Gegen**kathete ist die Kathete, die dem Winkel, um den es geht, **gegenüber** liegt.
   Die **An**kathete ist die Kathete, die an dem Winkel, um den es geht, **anliegt**.

3. *Regelmäßige Dreieckpyramide*
   3.1 Volumen, Oberfläche und Mantel
   Das Volumen einer gleichmäßigen Dreieckspyramide errechnet sich aus $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ mit $G = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$ (Fläche eines gleichseitigen Dreiecks), a ist Seitenkante der Grundfläche, h ist die Höhe der Pyramide.
   Der Mantel der Pyramide errechnet sich aus $M = \frac{3}{2} a \cdot h_s$, a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.
   Die Oberfläche der Pyramide errechnet sich aus $O = G + M$ mit $G = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$ und $M = \frac{3}{2} a \cdot h_s$, a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.



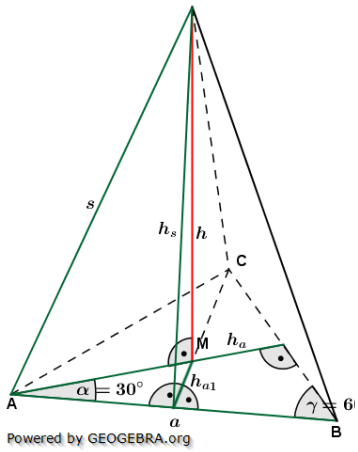
3.2 *Höhe der Pyramide*

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h ermitteln:

a) aus dem Volumen über $h = \frac{12 \cdot V}{a^2 \cdot \sqrt{3}}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Seitenkante s und der Höhe h_a der Grundfläche mit $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{2}{3} h_a\right)^2}$ mit $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

c) über die Höhe h_S eines Seitendreicks und der der Höhe h_a der Grundfläche mit $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{1}{3} h_a\right)^2}$ mit $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.



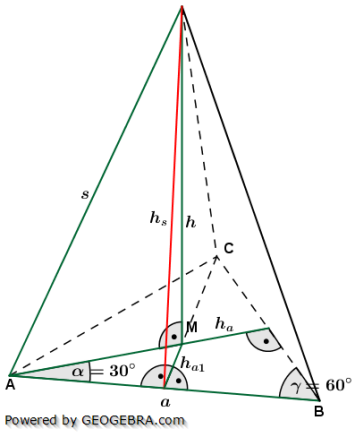
3.3 *Höhe der Seitendreiecke der Pyramide*

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h_S der Seitendreiecke ermitteln:

a) aus dem Mantel über $h_S = \frac{2 \cdot M}{3 \cdot a}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Seitenkante s der Pyramide und der Seitenkante a der Grundfläche mit $h_S = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

c) über die Höhe h der Pyramide und der Höhe h_a der Grundfläche mit $h_S = \sqrt{h^2 - \left(\frac{1}{3} h_a\right)^2}$ mit $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

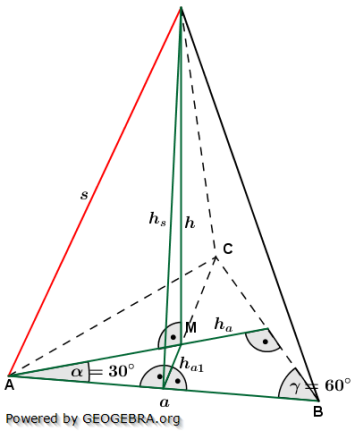


3.4 *Länge der Seitenkante der Seitendreiecke*

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Länge s der Seitenkante der Seitendreiecke ermitteln:

a) über die Höhe h der Pyramide und der Höhe h_a der Grundfläche mit $s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{2}{3} h_a\right)^2}$ mit $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Höhe h_S der Seitendreiecke und der Seitenkante a der Grundfläche mit $s = \sqrt{h_S^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$.



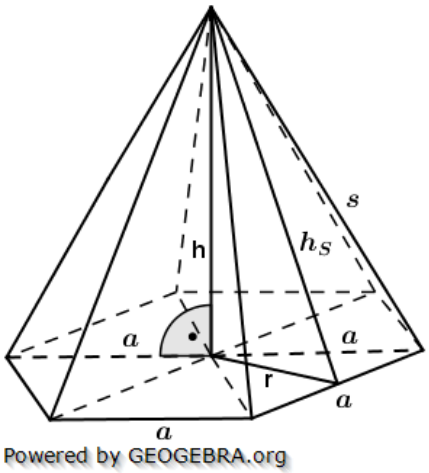
4. *Regelmäßige Sechseckpyramide*

4.1 *Volumen, Oberfläche und Mantel*

Das Volumen einer gleichmäßigen Sechseckpyramide errechnet sich aus $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ mit $G = \frac{3}{2} a^2 \cdot \sqrt{3}$ (Fläche eines regelmäßigen Sechsecks), somit $V = \frac{a^2}{2} h \cdot \sqrt{3}$. a ist Seitenkante der Grundfläche, h ist die Höhe der Pyramide.

Der Mantel der Pyramide errechnet sich aus $M = 3a \cdot h_s$, a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.

Die Oberfläche der Pyramide errechnet sich aus $O = G + M$ mit $G = \frac{3}{2} a^2 \cdot \sqrt{3}$ und $M = 3a \cdot h_s$, a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.



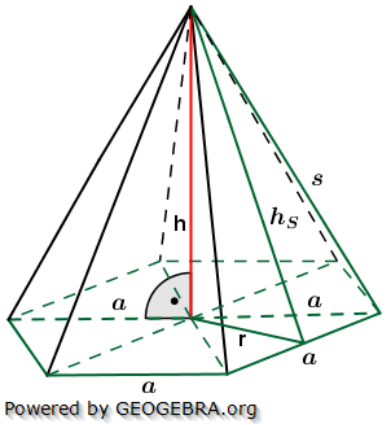
4.2 *Höhe der Pyramide*

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h ermitteln:

a) aus dem Volumen über $h = \frac{2 \cdot V}{a^2 \cdot \sqrt{3}}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Seitenkante s eines Seitendreiecks und der Länge a der Grundfläche mit $h = \sqrt{s^2 - a^2}$.

c) über die Höhe h_S eines Seitendreicks und der Höhe r eines Teildreieckes der Grundfläche $h = \sqrt{h_S^2 - r^2}$ mit $r = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.



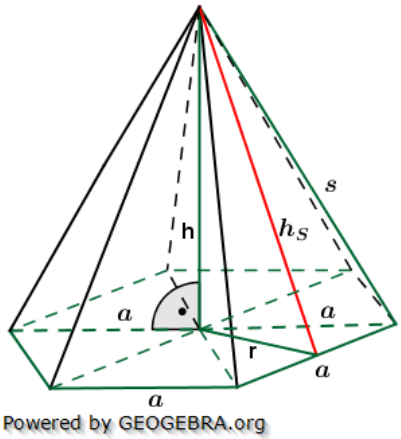
4.3 *Höhe der Seitendreiecke der Pyramide*

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h_S der Seitendreiecke ermitteln:

a) aus dem Mantel über $h_S = \frac{M}{3 \cdot a}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Seitenkante s der Pyramide und der Seitenkante a der Grundfläche mit $h_S = \sqrt{s^2 - a^2}$

c) über die Höhe h der Pyramide und der Höhe r eines Teildreiecks der Grundfläche mit $h_S = \sqrt{h^2 - r^2}$ mit $r = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

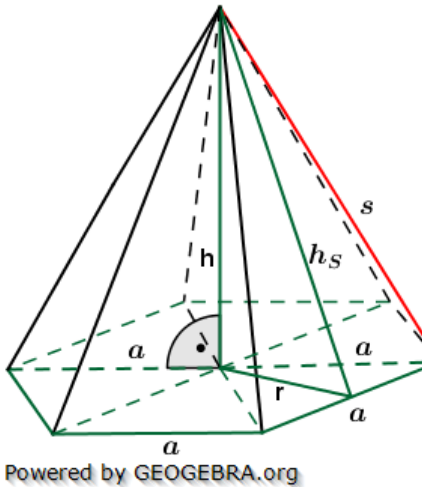


4.4 Länge der Seitenkante der Seitendreiecke

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Länge s der Seitenkante der Seitendreiecke ermitteln:

a) über die Höhe h der Pyramide und der Länge a mit $s = \sqrt{h^2 + a^2}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

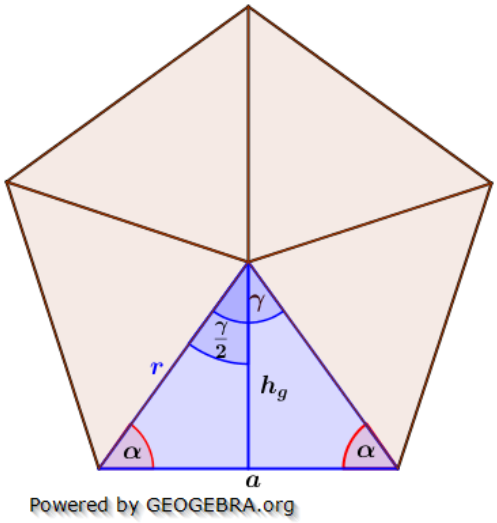
b) über die Höhe h_S der Seitendreiecke und der halben Länge a mit $s = \sqrt{h_S^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.



5. Regelmäßige n-Eckpyramide

Die nachfolgenden Regeln und Formeln werden beispielhaft an einer 5-Eck-pyramide erläutert. Grundlage der Betrachtung ist dabei die Grundfläche, die ja aus einem regelmäßigen n-Eck besteht.

Wie du aus der Grafik erkennst, ist die Grundfläche des n-Ecks in n kongruente Dreiecke unterteilt. Diese Dreiecke sind *gleichschenklig,* das heißt, a ist die Grundeite und r sind die beiden gleich langen Schenkel jeden Dreiecks. h_g ist die Höhe dieser n Dreiecke. γ ist der Spitzenwinkel und α ist der Basiswinkel.



Wenn du nun die n Spitzenwinkel zusammenzählst, müssen ja $360°$ herauskommen, denn einmal um die Mittelpunkt herum entspricht ja $360°$.

Aus dieser Gesetzmäßigkeit heraus kannst du in jeder n–Eckaufgabe sofort die Größe der Winkel α und γ bestimmen, denn es gilt:

$\gamma = \frac{360°}{n}$ $\qquad$ $\alpha = \frac{180° - \gamma}{2}$

Hast du die Winkel bestimmt, steht der Berechnung der Seitenlänge r sowie der Grundflächendreieckshöhe h_g nichts mehr im Wege.

Berechnung von r:

$\frac{r}{sin\alpha} = \frac{a}{sin\gamma} \Rightarrow r = \frac{a \cdot sin\alpha}{sin\gamma}$ | Sinussatz

oder

$r = \sqrt{h_g^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ | Satz des Pythagoras

Für letzteres benötigst du jedoch zuerst die Berechnung von h_g.

Berechnung von h_g:

$\frac{h_g}{\frac{a}{2}} = tan\alpha \implies h_g = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{a}$

Weiterhin ermöglicht dir dies jetzt auch die Berechnung der Fläche des regelmäßigen n–Ecks.

Die Fläche eines einzelnen Teildreiecks ist:

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot sin\gamma$ | trigonometrischer Flächeninhalt

oder

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_g$

Und hieraus dann die Fläche des n–Ecks:

$A_{n-Eck} = n \cdot A_{Dreieck} = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot sin\gamma$ bzw. $A_{n-Eck} = n \cdot A_{Dreieck} = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_g$

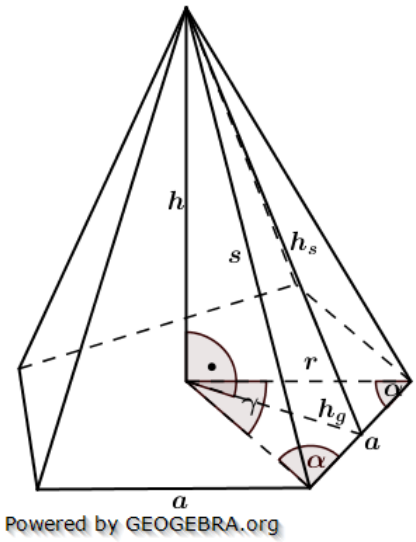
5.1 Volumen, Oberfläche und Mantel

Das Volumen einer regelmäßigen Fünfeckpyramide errechnet sich aus $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ mit $G = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot sin\gamma$ (Fläche eines regelmäßigen n-Ecks), somit: $V = \frac{n}{6} \cdot r^2 \cdot sin\gamma \cdot h$.

Alternativ $G = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_g$ somit:

$V = \frac{n}{6} \cdot a \cdot h_g \cdot h$. a ist Seitenkante der Grundfläche, h ist die Höhe der Pyramide.

Der Mantel der Pyramide errechnet sich aus $M = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_s$, a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.



Die Oberfläche der Pyramide errechnet sich aus $O = G + M$ somit:

$G = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot sin\gamma$ und $M = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_s$.

Alternativ: $G = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_g$ und $M = \frac{n}{2} \cdot a \cdot h_s$.

a ist Seitenkante der Grundfläche, h_s ist die Höhe eines Seitendreiecks.

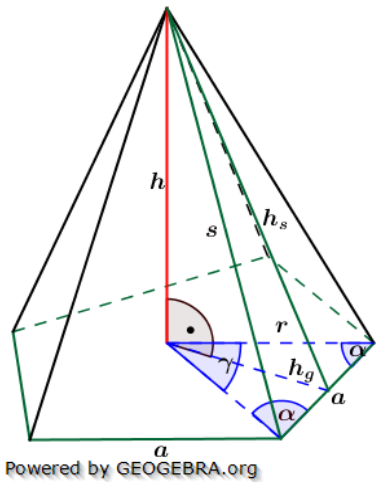
4.2 Höhe der Pyramide

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h ermitteln:

a) aus dem Volumen über $h = \frac{6 \cdot V}{n \cdot r^2 \cdot sin\gamma}$, alternativ $h = \frac{6 \cdot V}{n \cdot a \cdot h_g}$.

b) über die Seitenkante s eines Seitendreiecks und der Länge a der Grundfläche mit $h = \sqrt{s^2 - r^2}$.

c) über die Höhe h_S eines Seitendreicks und der Höhe h_g eines Teildreieckes der Grundfläche $h = \sqrt{h_S^2 - h_g^2}$ mit $h_g = \frac{2 \cdot \tan\alpha}{a}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.



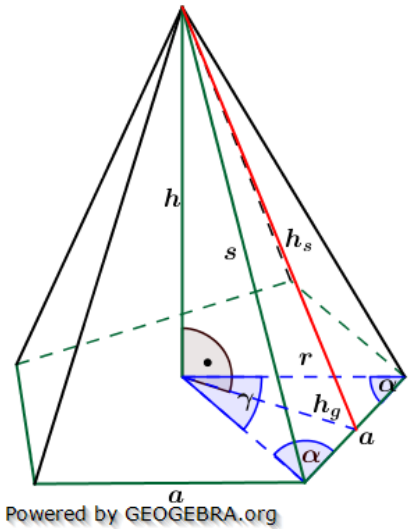
4.3 Höhe der Seitendreiecke der Pyramide

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Höhe h_S der Seitendreiecke ermitteln:

a) aus dem Mantel über $h_S = \frac{2 \cdot M}{n \cdot a}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

b) über die Seitenkante s der Pyramide und der Seitenkante a des n-Ecks mit $h_S = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

c) über die Höhe h der Pyramide und der Höhe h_g eines Teildreiecks der Grundfläche mit $h_S = \sqrt{h^2 - h_g^2}$ mit $h_g = \frac{2 \cdot \tan \alpha}{a}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.

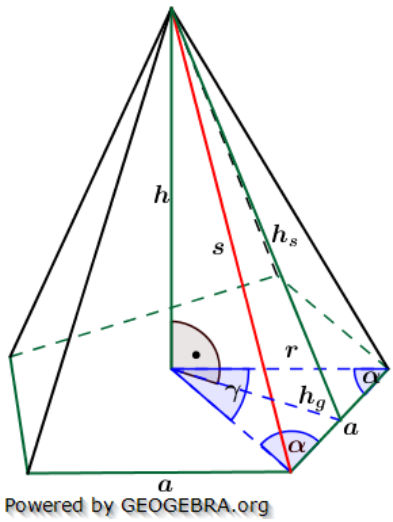


4.4 Länge der Seitenkante der Seitendreiecke

Je nachdem, welche Werte vorgegeben sind, lässt sich die Länge s der Seitenkante der Seitendreiecke ermitteln:

a) über die Höhe h der Pyramide und der Länge r der Seitenkante eines Teildreiecks der Grundfläche mit $s = \sqrt{h^2 + r^2}$, $r = \frac{a \cdot sin\alpha}{sin\gamma}$.

b) über die Höhe h_S der Seitendreiecke und der halben Länge a mit $s = \sqrt{h_S^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$, a ist Seitenkante der Grundfläche.



Übungsaufgaben im Stil der Abschlussprüfung

Aufgabe A1

Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind gegeben:

$s = 14{,}8\ cm$ (Seitenkante)

$h = 12{,}3\ cm$ (Höhe)

Berechnen Sie die Oberfläche O der Pyramide.

Lösung: $O = 499{,}5\ cm^2$

Aufgabe A2

Gegeben ist eine regelmäßige dreiseitige Pyramide mit

$s = 7{,}8\ cm$ (Seitenkante)

$h_s = 7{,}1\ cm$ (Höhe der Seitenfläche)

Berechnen Sie das Volumen V der Pyramide.

Lösung: $V = 41{,}1\ cm^3$

Aufgabe A3

Das Volumen einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide ist $133{,}8\ cm^3$ groß. Die Körperhöhe h ist $7{,}3\ cm$ lang.

Berechnen Sie die Größe der Mantelfläche M der Pyramide.

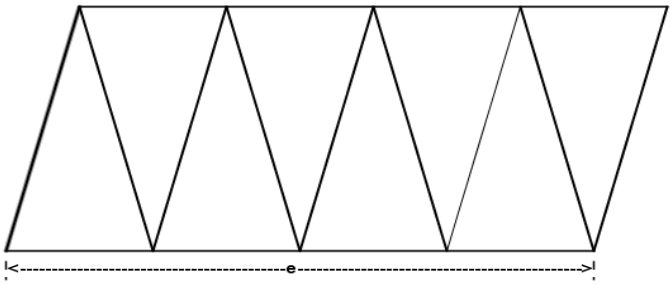
Lösung: $M = 114{,}8\ cm^2$

Aufgabe A4

Die Zeichnung zeigt einen zu einem Parallelogramm umgelegten Mantel einer regelmäßigen achtseitigen Pyramide. Es gilt:

$M = 267{,}8\ cm^2$

$e = 21{,}6\ cm$



Berechnen Sie den Neigungswinkel ϵ der Seitenkanten s zur Grundfläche der Pyramide.

Für das Volumen einer zweiten Pyramide mit derselben Grundfläche gilt:

$V = 2216{,}0\ cm^3$.

Berechnen Sie die Körperhöhe dieser Pyramide.

Lösung: $\epsilon = 56{,}2\ °$

$h = 47{,}2\ cm$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Hinweis zu den Lösungen
In den Graphiken stellen **grüne** Linien, Werte und Flächen vorgegebene Werte, **rote** Linien, Werte und Flächen gesuchte Werte und **blaue** Linien, Werte und Flächen zu ermittelnde Zwischenwerte zur Erreichung der Endergebnisse dar.

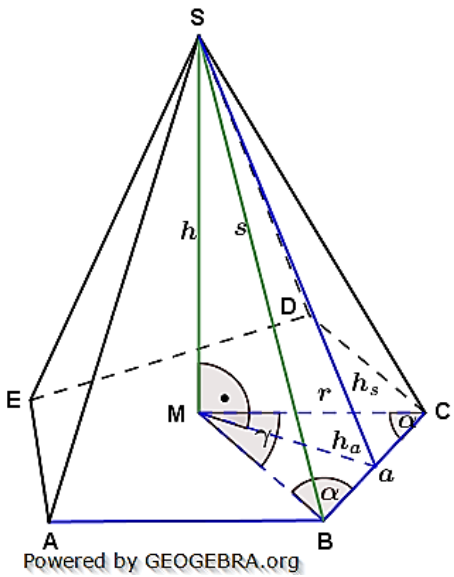
Lösung A1

Detaillierte Lösung:

Für die Oberfläche der Pyramide benötigen wir den Flächeninhalt der Grundfläche, diese ist ein regelmäßiges Fünfeck, sowie den Flächeninhalt einer Seitenfläche, jede Seitenfläche ist ein gleichschenkliges Dreieck.

Lösungsschritte:

1. Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche G. Hierzu benötigen wir den Winkel γ und die Strecke r.
   Die Strecke r ermitteln wir über den Satz des Pythagoras aus den gegebenen Seiten h und s.
   $r^2 = s^2 - h^2 = 14,8^2 - 12,3^2$
   $= 67,75 \quad | \quad \sqrt{}$
   $r = 8,23$
   Der Winkel γ errechnet sich aus:
   $\gamma = \frac{360°}{5} = 72°.$
   Über die trigonometrische Flächenformel des Dreiecks erhalten wir den Flächeninhalt der Grundfläche über:
   $G = \frac{n}{2} \cdot r^2 \cdot sin\gamma = \frac{5}{2} \cdot 8,23^2 \cdot sin72° = 161,0$



2. Berechnung des Flächeninhalts des Mantels der Pyramide aus fünfmal dem Flächeninhalt eines Seitendreiecks. Hierzu benötigen wir die Strecke a sowie die Seitenhöhe h_s.
   Die Strecke a ermitteln wir über den $sin\frac{\gamma}{2}$, denn im Teildreieck der Grundfläche gilt:
   $sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{r} \quad | \quad \cdot r;\ \cdot 2$
   $a = 2 \cdot r \cdot sin\frac{\gamma}{2} = 2 \cdot 8,23 \cdot sin36° = 9,67$
   Die Höhe h_S des Seitendreicks berechnen wir nun über den Satz des Pythagoras aus der bekannten Strecken h und der noch unbekannten Strecke h_a. Für h_a gilt:
   $cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h_a}{r} \quad | \quad \cdot r$
   $h_a = r \cdot cos\frac{\gamma}{2} = 8,23 \cdot cos36° = 6,66$
   $h_S = \sqrt{h^2 + h_a^2} = \sqrt{12,3^2 + 6,66^2} \quad |$ Satz des Pythagoras
   $h_S = \sqrt{195,65} = 14,0$
   Der Flächeninhalt eines Seitendreiecks ist nun:
   $A_{BCS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_S = \frac{1}{2} \cdot 9,67 \cdot 14 = 67,69.$
   Die Mantelfläche der Pyramide ist also
   $M = 5 \cdot A_{BCS} = 5 \cdot 67,69 = 338,45$

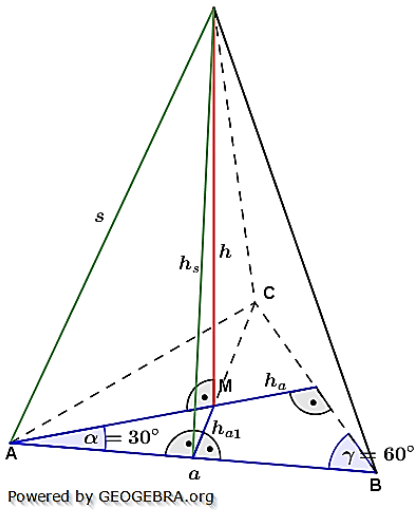
3. Addition von Grundfläche und Mantelfläche ergibt Oberfläche der Pyramide.
$O = G + M = 161{,}0 + 338{,}45 = 499{,}45$

Die Oberfläche der Pyramide beträgt $499{,}5\ cm^2$.

Lösung A2

Lösungslogik

Mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ benötigen wir bei gegebener Höhe h den Flächeninhalt G der Grundfläche. Bei einer dreiseitigen Pyramide ist die Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Kantenlänge a. Die Strecke h_a halbiert den Dreieckswinkel $\gamma = 60°$.
Berechnung der Strecke a über den Satz des Pythagoras mit gegebenem s und h_S.
Berechnung der Strecke h_a über die Höhenformel eines gleichseitigen Dreiecks.
Berechnung von G über die Flächenformel eines Dreiecks.
Berechnung von h_{a_1} über den $tan30°$.
Berechnung der Höhe der Pyramide über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide.



Klausuraufschrieb

γ: $\gamma = \frac{180°}{3} = 60°$ | gleichseitiges Dreieck

a: $\frac{a}{2} = \sqrt{s^2 - h_S^2} = \sqrt{7{,}8^2 - 7{,}1^2}$ | Satz des Pythagoras

$\frac{a}{2} = \sqrt{10{,}43} = 3{,}23 \Longrightarrow \ a = 6{,}46$

h_a: $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = 3{,}23 \cdot \sqrt{3} = 5{,}60$

G: $G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 6{,}46 \cdot 5{,}6 = 18{,}01$

h_{a_1}: $tan\alpha = \frac{h_{a_1}}{\frac{a}{2}}$ | $\cdot \frac{a}{2}$

$h_{a_1} = \frac{a}{2} \cdot tan\alpha = 3{,}23 \cdot tan30° = 1{,}86$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - h_a^2} = \sqrt{7{,}1^2 - 1{,}86^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{46{,}95} = 6{,}85$

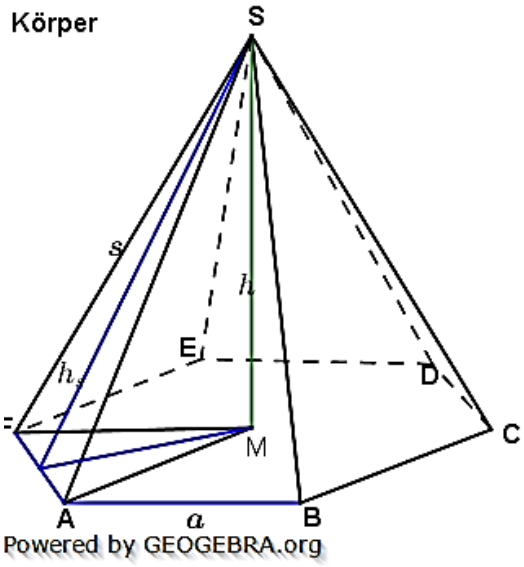
V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 18{,}01 \cdot 6{,}85 = 41{,}12$

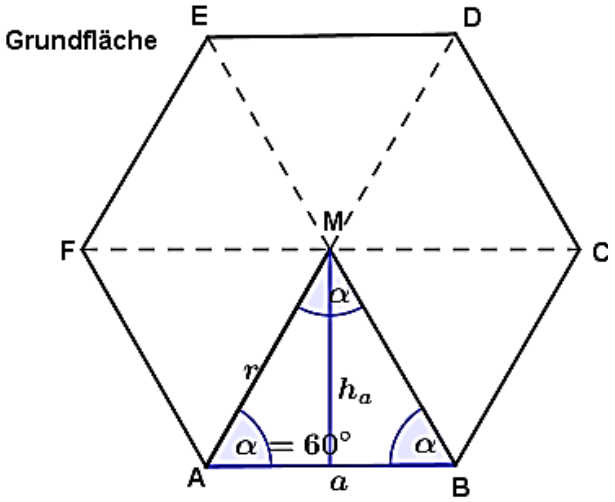
Die Pyramide hat ein Volumen von $41{,}1\ cm^3$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A3

Lösungslogik





Mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ und der gegebenen Höhe h der Pyramide kann der Flächeninhalt G der Grundfläche berechnet werden. Bei einer sechsseitigen regelmäßigen Pyramide ist die Grundfläche ein Sechseck, welches in sechs gleichseitige Dreiecke aufgeteilt werden kann. Jedes dieser sechs Dreiecke hat $\frac{1}{6}$ der Grundfläche als Flächeninhalt.
Über die Flächeninhaltsformel für ein gleichseitiges Dreieck kann somit a als auch h_a berechnet werden.
Damit ist es möglich, die Seitenhöhe h_S über den Satz des Pythagoras zu berechnen.
Hieraus wiederum ergibt sich der Flächeninhalt eines Seitendreiecks.
Der Mantel der Pyramide ist dann 6–mal der Flächeninhalt eines Seitendreiecks.

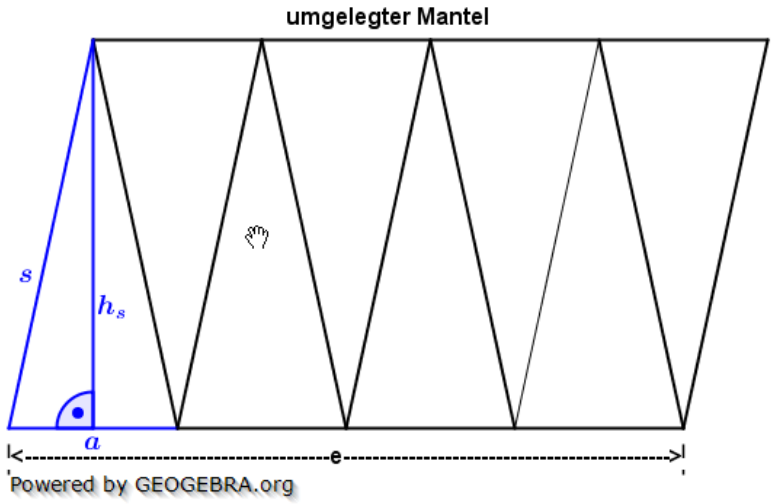
Klausuraufschrieb

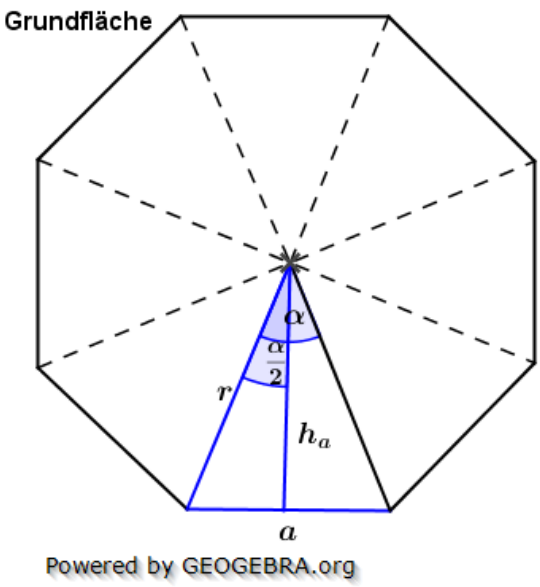
G:	$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$	|	$\cdot 3;\ : h$
	$G = \frac{3 \cdot V_{Pyr}}{h} = \frac{3 \cdot 133{,}8}{7{,}3} = 55{,}0$		
A_{ABM}:	$A_{ABM} = \frac{1}{6} \cdot G = \frac{1}{6} \cdot 55{,}0 = 9{,}16$		
a:	$A_{ABM} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$	|	Fläche gleichseitiges Dreieck
	$a^2 = \frac{4 \cdot A_{ABM}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot 9{,}16}{\sqrt{3}} = 21{,}16$	|	$\sqrt{}$
	$a = 4{,}6$		
h_a:	$h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$	|	Höhe gleichseitiges Dreieck
	$h_a = \frac{4{,}6}{2} \cdot \sqrt{3} = 3{,}98$		
h_S:	$h_S = \sqrt{h^2 + h_a^2} = \sqrt{7{,}3^2 + 3{,}98^2}$	|	Satz des Pythagoras
	$h_S = \sqrt{69{,}16} = 8{,}32$		
A_{AFS}:	$A_{AFS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = \frac{1}{2} \cdot 4{,}6 \cdot 8{,}32 = 19{,}136$		
M_{Pyr}:	$M_{Pyr} = 6 \cdot A_{AFS} = 6 \cdot 19{,}136 = 114{,}816$		

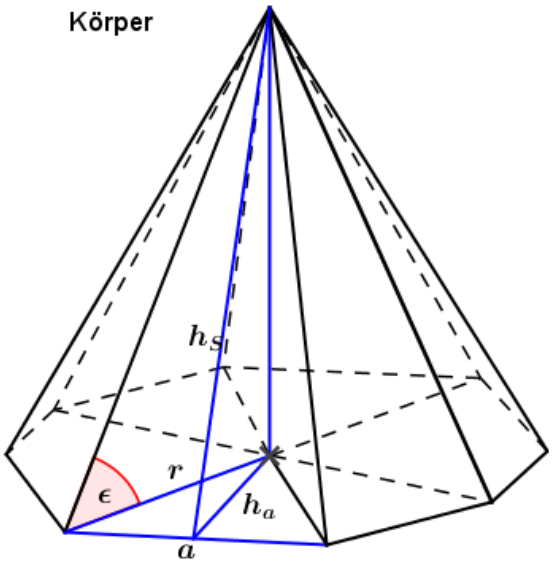
Die Pyramide hat eine Mantelfläche von $114{,}8\ cm^2$.

Lösung A4

Lösungslogik







Eine achtseitige Pyramide hat 8 Seitenflächen als gleichschenklige Dreiecke. Über die gegebene Mantelfläche M und die Länge e lässt sich h_S ermitteln. Aus der gegebenen Länge e errechnet sich a.
Berechnung des Innenwinkels α und $\frac{\alpha}{2}$.
Berechnung der Höhe h_a über den $tan\frac{\alpha}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Strecke r über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Winkels ϵ über den Tangens aus h und r.
Berechnung der Grundfläche G des Achtecks.
Berechnung der Höhe h_2 der zweiten Pyramide.

Klausuraufschrieb

h_S:	$A_{Parallelogramm} = e \cdot h_s$	|	$: e$
	$h_S = \frac{M}{e} = \frac{267{,}8}{21{,}6} = 12{,}40$		
a:	$a = \frac{e}{4} = \frac{21{,}6}{4} = 5{,}4$		
α:	$\alpha = \frac{360°}{8} = 45°;\ \ \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°$	|	Achteck
h_a:	$tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_a}$	|	$\cdot h_a;\ : tan\frac{\alpha}{2}$
	$h_a = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{2{,}7}{tan22{,}5°} = 6{,}52$		
h:	$h = \sqrt{h_s^2 - h_a^2} = \sqrt{12{,}40^2 - 6{,}52^2}$	|	Satz des Pythagoras
	$h = \sqrt{111{,}25} = 10{,}55$		
r:	$r = \sqrt{h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6{,}52^2 + 2{,}7^2}$	|	Satz des Pythagoras
	$r = \sqrt{49{,}80} = 7{,}06$		
ϵ:	$tan\epsilon = \frac{h}{r} = \frac{10{,}55}{7{,}06} = 1{,}4943$		
	$\epsilon = tan^{-1}(1{,}4943) = 56{,}2°$		
G:	$G = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$	|	acht Einzeldreiecke
	$G = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}4 \cdot 6{,}52 = 140{,}832$		
h_2:	$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$	|	$\cdot 3;\ : G$
	$h_2 = \frac{3 \cdot V_{Pyr}}{G} = \frac{3 \cdot 2216}{140{,}832} = 47{,}2051$		

Der Neigungswinkel ϵ der Seitenkante s zur Grundfläche beträgt $56{,}2°$.
Die zweite Pyramide hat eine Höhe von $47{,}2\ cm$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de