Realschulabschluss Funktionen (Pflichtteil) von 2003-2009
7 Aufgaben im Dokument

Aufgabe P6/2003

Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(2|-3)$. Die Gerade g hat die Steigung $m = 1$ und schneidet die Parabel in $P(4|1)$.
Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunkts von Parabel und Gerade. Lösung: $Q(1|-2)$

Aufgabe P4/2004

Eine Parabel hat die Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.
Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.
Die drei Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck.
Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks. Lösung: $u = 19{,}3\ LE$

Aufgabe P4/2005

Eine Gerade g_1 hat die Gleichung $y = -2x - 2$.
Eine zweite Gerade g_2 hat die Steigung $m = \frac{1}{2}$ und schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.
Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten Normalparabel p.
Berechnen Sie die Gleichung der Parabel. Lösung: $y = x^2 + 4x + 6$

Aufgabe P6/2006

Eine nach unten geöffnete Normalparabel hat den Scheitel $S(0|4)$.
Eine Gerade mit der Steigung $m = 2$ geht durch den Punkt $P(0|1)$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Parabel und Gerade. Wie weit sind diese Schnittpunkte voneinander entfernt?
Lösung: $d = 8{,}9\ LE$

Aufgabe P6/2007

Eine Parabel hat die Gleichung $y = ax^2 - 4{,}5$ und geht durch den Punkt $P(-2|-2{,}5)$. Berechnen Sie a.
Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Parabel und x-Achse.
Lösung: $a = 0{,}5$; $N_1(-3|0)$; $N_2(3|0)$; $S_y(0|-4{,}5)$

Aufgabe P4/2009

Eine Gerade hat die Gleichung $y = 2x - 5$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(3|-2)$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.
Bestimmen Sie die Entfernung der Schnittpunkte rechnerisch.
Lösung: $P(6|7)$; $Q(2|-1)$; $\overline{PQ} = 8{,}9\ LE$

Lösung P6/2003

Lösungslogik

Bestimmung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung mit $S(2|-3)$.
Bestimmung der Geradensteigung mit $m = 1$ und $P(4|1)$.
Gleichsetzung von Parabel- und Geradengleichung ergibt Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung von p mit Scheitelpunkt $S(2|-3)$:

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$

$y = (x-2)^2 - 3$ | Scheitelpunktgleichung über $S(2|-3)$

$y = x^2 - 4x + 1$ | allgemeine Parabelgleichung

Geradengleichung g durch $P(4|1)$ mit $m = 1$:

g: $y = mx + b$

$1 = 1 \cdot 4 + b$ | Punktprobe Gerade mit $P(4|1)$ und $m = 1$

$b = -3$

$y = x - 3$

Schnittpunkte von p mit g:

$p \cap g$ $x^2 - 4x + 1 = x - 3$ | Schnittpunktbestimmung durch | Gleichsetzen

$x^2 - 5x + 4 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$

$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 2{,}5 \pm 1{,}5$

$x_1 = 4;\quad x_2 = 1$

$x_2 \longrightarrow g$

$y_2 = x_2 - 3 = 1 - 3 = -2$

Der zweite Schnittpunkt ist $Q(1|-2)$.

Lösung P4/2004

Lösungslogik

Einzeichnen der Parabel über vier bis sechs errechnete Punkte. Die Parabel ist nach unten geöffnet und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt also bei $S(0|4)$.
Bestimmung der Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen.
Das beschriebene Dreieck in die Zeichnung eintragen, Länge der Grundseite und Höhe auf die Grundseite bestimmen und Umfang des Dreiecks ist dann die Summe der Strecken $\overline{N_1N_2}$, $\overline{N_2S_y}$ und $\overline{N_1S_y}$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen:

p: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

$0 = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ | Schnittpunkte mit x-Achse

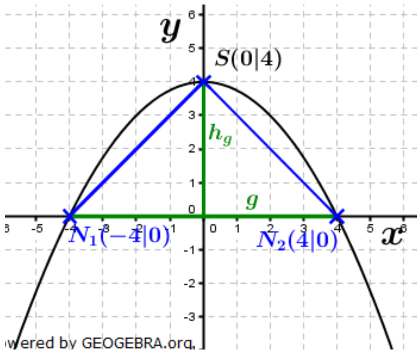
$\frac{1}{4}x^2 = 4$ | $\cdot 4$

$x^2 = 16$ | $\sqrt{\ }$

$x_1 = 4;\ x_2 = -4$

$y = -\frac{1}{4} \cdot 0 + 4$ | Schnittpunkt mit y-Achse

$y = 4$



$N_1(-4|0);\ \ N_2(4|0);\ \ S_y(0|4)$

Umfang Dreieck N_1N_2S:

$u = \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S_y} + \overline{N_2S_y}$ mit $\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y}$

$\overline{N_1N_2} = 8;$

$\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ | Satz des Pythagoras

$u = 8 + 2 \cdot \sqrt{32}$

$u = 19{,}3137$

Das Dreieck $N_1N_2S_y$ hat einem Umfang von $19{,}3\ LE$.

Lösung P4/2005

Lösungslogik

Aufstellen der Geradengleichung g_2, Berechnung des Schnittpunktes von g_1 mit g_2 ergibt den Scheitelpunkt der Parabel.
Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

Klausuraufschrieb

Geradengleichung g_2 durch $P(0|3)$ mit $m = \frac{1}{2}$:

g_1: $y = -2x - 2$

g_2: $y = \frac{1}{2}x + b$

Wegen $P(0|3)$ ist $b = 3$

Schnittpunkt von g_1 und g_2:

$g_1 \cap g_2$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung

(1) $y = -2x - 2$

(2) $y = 0{,}5x + 3$

(1)-(2) $0 = -2{,}5x - 5$ | Subtraktionsverfahren

$2{,}5x = -5$ | $:2{,}5$

$x = -2$

$x \longrightarrow (1)$

$y = -2 \cdot (-2) - 2 = 2$

Schnittpunkt von g_1 mit g_2 ist $S(-2|2)$, dies ist der Scheitelpunkt der Parabel.

Parabelgleichung mit Scheitel $S(-2|2)$:

p: $y = (x + 2)^2 + 2$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 + 4x + 6$ | allgemeine Parabelgleichung

Lösung P6/2006

Lösungslogik

Aufstellen der Parabelgleichung p, Aufstellung der Geradengleichung g, Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung, Abstandsbestimmung der Schnittpunkte über den Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p: $y = -x^2 + 4$ | in x–Richtung unverschobene Parabel

Geradengleichung g durch $P(0|1)$ mit $m = 2$:

g: $y = 2x + 1$ | Wegen $P(0|1)$ ist $b = 1$.

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$		Schnittpunkt durch Gleichsetzung
	$-x^2 + 4 = 2x + 1$	$-1;\ -2x$
	$-x^2 - 2x + 3 = 0$	$\cdot(-1)$
	$x^2 + 2x - 3 = 0$	p/q-Formel

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2$$
$$x_1 = 1;\quad x_2 = -3$$
$$y_1 = 2x_1 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$
$$y_2 = 2x_2 + 1 = 2 \cdot (-3) + 1 = -5$$

Schnittpunkte sind $Q(1|3)$ und $R(-3|-5)$.

Abstand von Q und R:

$\overline{QR}$: $\quad \overline{QR} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$$= \sqrt{(-3-1)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \approx 8{,}94$$

Die Punkte Q und R sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P6/2007

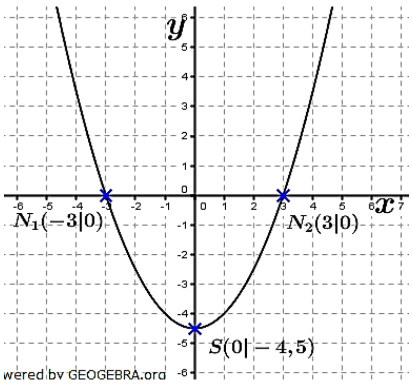
Lösungslogik

Über die Punktprobe mit P den Parameter a bestimmen. Parabel in Koordinatensystem einzeichnen.
Mit $y = 0$ die Schnittpunkte mit der x–Achse und mit $x = 0$ den Schnittpunkt mit der y–Achse berechnen.

Klausuraufschrieb

Parameter a:

p:	$y = ax^2 - 4{,}5$	
	$-2{,}5 = a \cdot (-2)^2 - 4{,}5$	Punktprobe mit $P(-2|-2{,}5)$
	$2 = 4a$	$:4$
	$a = 0{,}5$	
p:	$y = 0{,}5x^2 - 4{,}5$	



Schnittpunkte mit der x–Achse:

$$0 = 0{,}5x^2 - 4{,}5$$
$$4{,}5 = 0{,}5x^2$$
$$x^2 = 9$$
$$x_{1,2} = \pm 3$$

Schnittpunkt mit der y–Achse:

$$y = 0{,}5 \cdot 0^2 - 4{,}5$$
$$y = -4{,}5$$

$N_1(-3|0);\ N_2(3|0);\ S_y(0|-4{,}5)$

Lösung P4/2009

Lösungslogik

Über den Scheitelpunkt S die Parabelgleichung aufstellen.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.
Abstandsberechnung mit dem Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung der Parabel p mit $S(3|-2)$:

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$
$y = (x-3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung
$y = x^2 - 6x + 7$ | allgemeine Gleichung der Parabel
g: $y = 2x - 5$

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$x^2 - 6x + 7 = 2x - 5$ | $+5;\ -2x$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-12} = 4 \pm 2$
$x_1 = 6;\quad x_2 = 2$
$y_1 = 2x_1 - 5 = 2 \cdot 6 - 5 = 7$
$y_2 = 2x_2 - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$

Schnittpunkte sind $P(6|7)$ und $Q(2|-1)$.

Abstand von P und Q:

$\overline{PQ}$: $\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$= \sqrt{(2-6)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \approx 8{,}94$

Die Punkte P und Q sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.