Realschulabschluss Funktionen *(Pflichtteil A2)* *ab 2021*
1 Aufgabe im Dokument

Aufgabe P5/2021

Die Parabel p hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 6x + 10$.
Eine Gerade g besitzt die Steigung $m = -2$.
Sie geht durch den Scheitelpunkt S der Parabel p.

- Berechnen Sie den zweiten Schnittpunkt Q der Parabel p mit der Geraden g.

Die Gerade h verläuft senkrecht zur Geraden g und geht durch den Punkt Q.

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden h.

Lösungen: $Q(1|5)$
h: $y = 0{,}5x + 4{,}5$

Aufgabe P4/2022

Das Schaubild zeigt den Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p.

- Bestimme die Funktionsgleichung von p.

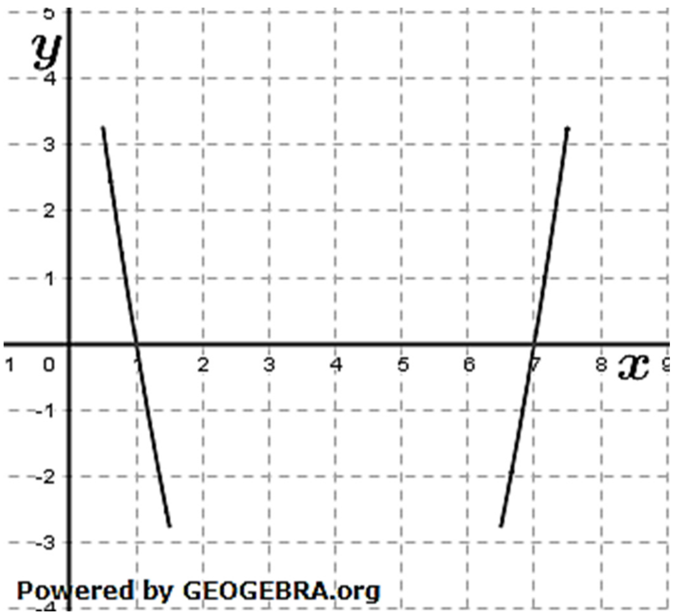
Die Wertetabelle gehört zur Parabel p.

x	-3	-2	-1	0
y				

- Ergänze die fehlenden Werte in der Wertetabelle.

Die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = -2x + 2$ schneidet die Parabel p in den Punkten A und B.

- Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte A und B.



Lösungen: p: $y = x^2 - 8x + 7$
$A(1|0)$; $B(5|-8)$

Lösung P5/2021

Lösungslogik

Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes durch Umstellung der Normalgleichung in die Scheitelpunktgleichung von p.
Aufstellung der Geraden mit Steigung $m = -2$ durch $S(3|1)$.
Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x. Einsetzen der ermittelten x-Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y-Koordinate der Schnittpunkte.
Für die Steigung der orthogonalen Geraden h gilt: $m_g \cdot m_h = -1$. Hiermit berechnen wir m_h. Dann Punktprobe mit Q in h.

Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt S von p aus der Normalform in Scheitelpunktgleichung umstellen:

p: $y = x^2 - 6x + 10$ | allgemeine Form Parabelgleichung
$y = (x-3)^2 - 9 + 10$ | quadratische Ergänzung
$y = (x-3)^2 + 1$ | Scheitelpunktgleichung
$S(3|1)$

Geradengleichung von g mit $m = -2$ durch S:

g: $y = -2x + b$
$1 = -2 \cdot 3 + b$ | Punktprobe mit S
$b = 7$
$y = -2x + 7$ | $+3$

Schnittpunkte von p und g durch Gleichsetzung:

$x^2 - 6x + 10 = -2x + 7$ | $+2x;\ -7$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1$ | p/q-Formel
$x_1 = 3;\ \ x_2 = 1$
$x_2 \to g$
$y = -2 \cdot 1 + 7 = 5\ \ =>\ \ Q(1|5)$

Der zweite Schnittpunkt Q hat die Koordinaten $Q(1|5)$

Geradengleichung von $h \perp g$ durch $Q(1|5)$:

h: $m_g \cdot m_h = -1$
$m_h = -\frac{l}{m_g} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$
$y = 0{,}5x + b$
$5 = 0{,}5 \cdot 1 + b$ | Punktprobe mit Q
$b = 4{,}5$
$y = 0{,}5x + 4{,}5$

Lösung P4/2022

Lösungslogik

Normalgleichung von p:
Zur Bestimmung der Normalgleichung von p verwenden wir die Nullstellengleichung $y = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen in der Grafik $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$. Durch Ausmultiplizieren der Nullstellengleichung erhalten wir die Normalgleichung der Parabel.

Wertetabelle ausfüllen:
Über die soeben gewonnene Normalengleichung der Parabel berechnen wir die y-Werte zu den y-Werten der vorgegebenen Tabelle.

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:
Schnittpunkte bestimmen wir durch Gleichsetzung der Parabelgleichung mit der Geradengleichung und lösen diese dann nach den x-Werten auf.
Da Punkte jedoch stets zwei Koordinaten besitzen, berechnen wir die zugehörigen y-Werte durch Einsetzen der berechneten x-Werte in die Geradengleichung.

Klausuraufschrieb

Normalgleichung von p:
Nullstellengleichung einer Normalparabel: $y = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ mit den beiden gegebenen Nullstellen (Grafik) $N_1(1|0)$ und $N_2(7|0)$.
$y = (x - 1) \cdot (x - 7)$ | ausmultiplizieren
$y = x^2 - 8x + 7$

Wertetabelle ausfüllen:
Die x-Werte der Tabelle in die Parabelgleichung eingesetzt führt zu:

x	-3	-2	-1	0
y	40	27	16	7

Koordinaten von zwei Schnittpunkten A und B:
Schnittpunkte durch Gleichsetzung.
$p \cap g$:
$x^2 - 8x + 7 = -2x + 2$ | $+2x; -2$
$x^2 - 6x + 5 = 0$ | p/q-Formel
$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 5} = 3 \pm 2$
$x_1 = 5; \quad x_2 = 1$
$y_1 = -2x_1 + 2 = -2 \cdot 5 + 2 = -8$
$y_2 = -2x_2 + 2 = -2 \cdot 1 + 2 = 0$
$A(1|0); \quad B(5|-8)$