Lösung P6/2003

Lösungslogik

Bestimmung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung mit $S(2|-3)$.
Bestimmung der Geradensteigung mit $m=1$ und $P(4|1)$.
Gleichsetzung von Parabel- und Geradengleichung ergibt Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung von p mit Scheitelpunkt $S(2|-3)$:

p: $y=(x-x_s)^2+y_s$
$y=(x-2)^2-3$ | Scheitelpunktgleichung über $S(2|-3)$
$y=x^2-4x+1$ | allgemeine Parabelgleichung

Geradengleichung g durch $P(4|1)$ mit $m=1$:

g: $y=mx+b$
$1=1\cdot 4+b$ | Punktprobe Gerade mit $P(4|1)$ und $m=1$
$b=-3$
$y=x-3$

Schnittpunkte von p mit g:

$p\cap g$ $x^2-4x+1=x-3$ | Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzen

$x^2-5x+4=0$ | p/q-Formel
$x_{1,2}=2{,}5\pm\sqrt{6{,}25-4}$
$x_{1,2}=2{,}5\pm\sqrt{2{,}25}=2{,}5\pm 1{,}5$
$x_1=4;\quad x_2=1$

$x_2\longrightarrow g$
$y_2=x_2-3=1-3=-2$

Der zweite Schnittpunkt ist $Q(1|-2)$.

Lösung P4/2004

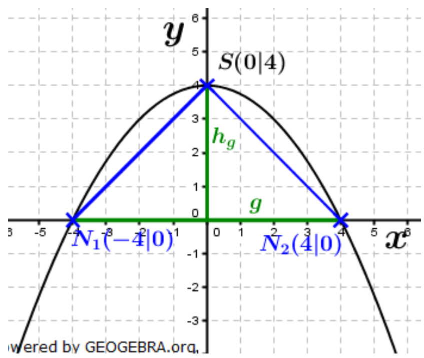
Lösungslogik

Einzeichnen der Parabel über vier bis sechs errechnete Punkte. Die Parabel ist nach unten geöffnet und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt also bei $S(0|4)$.
Bestimmung der Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen.
Das beschriebene Dreieck in die Zeichnung eintragen, Länge der Grundseite und Höhe auf die Grundseite bestimmen und Umfang des Dreiecks ist dann die Summe der Strecken $\overline{N_1N_2}$, $\overline{N_2S_y}$ und $\overline{N_1S_y}$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen:

p: $y=-\frac{1}{4}x^2+4$
$0=-\frac{1}{4}x^2+4$ | Schnittpunkte mit x-Achse
$\frac{1}{4}x^2=4$ | $\cdot 4$
$x^2=16$ | $\sqrt{\ }$
$x_1=4;\ x_2=-4$
$y=-\frac{1}{4}\cdot 0+4$ | Schnittpunkt mit y-Achse
$y=4$



$N_1(-4|0);\ N_2(4|0);\ S_y(0|4)$

Umfang Dreieck N_1N_2S:

$u = \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S_y} + \overline{N_2S_y}$ mit $\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y}$

$\overline{N_1N_2} = 8;$

$\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ | Satz des Pythagoras

$u = 8 + 2 \cdot \sqrt{32}$

$u = 19{,}3137$

Das Dreieck $N_1N_2S_y$ hat einem Umfang von $19{,}3\ LE$.

Lösung P4/2005

Lösungslogik

Aufstellen der Geradengleichung g_2, Berechnung des Schnittpunktes von g_1 mit g_2 ergibt den Scheitelpunkt der Parabel.
Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

Klausuraufschrieb

Geradengleichung g_2 durch $P(0|3)$ mit $m = \frac{1}{2}$:

g_1: $y = -2x - 2$

g_2: $y = \frac{1}{2}x + b$

Wegen $P(0|3)$ ist $b = 3$

Schnittpunkt von g_1 und g_2:

$g_1 \cap g_2$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung

(1) $y = -2x - 2$

(2) $y = 0{,}5x + 3$

(1)-(2) $0 = -2{,}5x - 5$ | Subtraktionsverfahren

$2{,}5x = -5$ | $:2{,}5$

$x = -2$

$x \longrightarrow (1)$

$y = -2 \cdot (-2) - 2 = 2$

Schnittpunkt von g_1 mit g_2 ist $S(-2|2)$, dies ist der Scheitelpunkt der Parabel.

Parabelgleichung mit Scheitel $S(-2|2)$:

p: $y = (x + 2)^2 + 2$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 + 4x + 6$ | allgemeine Parabelgleichung

Lösung P6/2006

Lösungslogik

Aufstellen der Parabelgleichung p, Aufstellung der Geradengleichung g, Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung, Abstandsbestimmung der Schnittpunkte über den Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p: $y = -x^2 + 4$ | in x–Richtung unverschobene Parabel

Geradengleichung g durch $P(0|1)$ mit $m = 2$:

g: $y = 2x + 1$ | Wegen $P(0|1)$ ist $b = 1$.

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$	|	Schnittpunkt durch Gleichsetzung
$-x^2+4=2x+1$	|	$-1;\ -2x$
$-x^2-2x+3=0$	|	$\cdot(-1)$
$x^2+2x-3=0$	|	p/q-Formel

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+3}=-1\pm 2$
$x_1=1;\quad x_2=-3$
$y_1=2x_1+1=2\cdot 1+1=3$
$y_2=2x_2+1=2\cdot(-3)+1=-5$

Schnittpunkte sind $Q(1|3)$ und $R(-3|-5)$.
Abstand von Q und R:

$\overline{QR}$: $\overline{QR}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras
$=\sqrt{(-3-1)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}\approx 8{,}94$

Die Punkte Q und R sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P6/2007

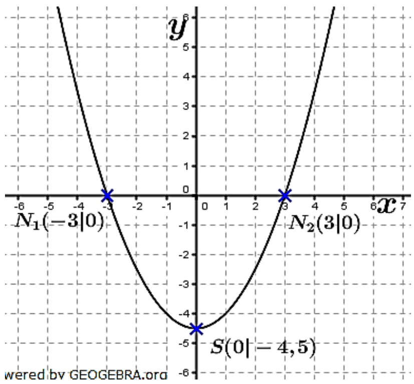
Lösungslogik

Über die Punktprobe mit P den Parameter a bestimmen. Parabel in Koordinatensystem einzeichnen.
Mit $y=0$ die Schnittpunkte mit der x–Achse und mit $x=0$ den Schnittpunkt mit der y–Achse berechnen.

Klausuraufschrieb

Parameter a:

p:	$y=ax^2-4{,}5$		
	$-2{,}5=a\cdot(-2)^2-4{,}5$	|	Punktprobe mit $P(-2|-2{,}5)$
	$2=4a$	|	$:4$
	$a=0{,}5$		
p:	$y=0{,}5x^2-4{,}5$		



Schnittpunkte mit der x–Achse:

$0=0{,}5x^2-4{,}5$
$4{,}5=0{,}5x^2$
$x^2=9$
$x_{1,2}=\pm 3$

Schnittpunkt mit der y–Achse:

$y=0{,}5\cdot 0^2-4{,}5$
$y=-4{,}5$

$N_1(-3|0);\ N_2(3|0);\ S_y(0|-4{,}5)$

Lösung P4/2009

Lösungslogik

Über den Scheitelpunkt S die Parabelgleichung aufstellen.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.
Abstandsberechnung mit dem Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung der Parabel p mit $S(3|-2)$:

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$
$y = (x-3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung
$y = x^2 - 6x + 7$ | allgemeine Gleichung der Parabel
g: $y = 2x - 5$

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$x^2 - 6x + 7 = 2x - 5$ | $+5;\ -2x$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-12} = 4 \pm 2$
$x_1 = 6;\quad x_2 = 2$
$y_1 = 2x_1 - 5 = 2 \cdot 6 - 5 = 7$
$y_2 = 2x_2 - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$

Schnittpunkte sind $P(6|7)$ und $Q(2|-1)$.

Abstand von P und Q:

$\overline{PQ}$: $\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$= \sqrt{(2-6)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \approx 8{,}94$

Die Punkte P und Q sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.