

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009  
Dokument mit 10 Aufgaben



## Aufgabe W3a/2003

Die Normalparabel  $p_1$  hat die Gleichung  $y = x^2 - 4x + 6$ .

Die Normalparabel  $p_2$  ist nach unten geöffnet und hat den Scheitel  $S_2(0|6)$ .

Durch die Schnittpunkte beider Parabeln verläuft die Gerade  $g$ .

Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden.

Die Gerade bildet mit den Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck.

Berechnen Sie die restlichen Innenwinkel und den Umfang dieses Dreiecks.

Lösung:  $g: y = -2x + 6$ ;  $u = 15,7 \text{ LE}$ ;  $\alpha = 63,4^\circ$ ;  $\beta = 26,6^\circ$

## Aufgabe W2a/2004

Die Parabel  $p_1$  hat die Funktionsgleichung  $y = x^2 + 4x + 6$ .

Verschiebt man diese Parabel um drei Einheiten nach rechts und um drei Einheiten nach unten, entsteht die Parabel  $p_2$  mit dem Scheitelpunkt  $S_2$ .

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts  $Q$  der beiden Parabeln.

Durch  $S_2$  und  $Q$  verläuft die Gerade  $g$ . Die Gerade  $h$  verläuft parallel zur Geraden  $g$  und geht durch den Scheitelpunkt  $S_1$  der Parabel  $p_1$ .

Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden  $h$ .

Lösung:  $Q(-1|3)$ ;  $y = -2x + 6$ .

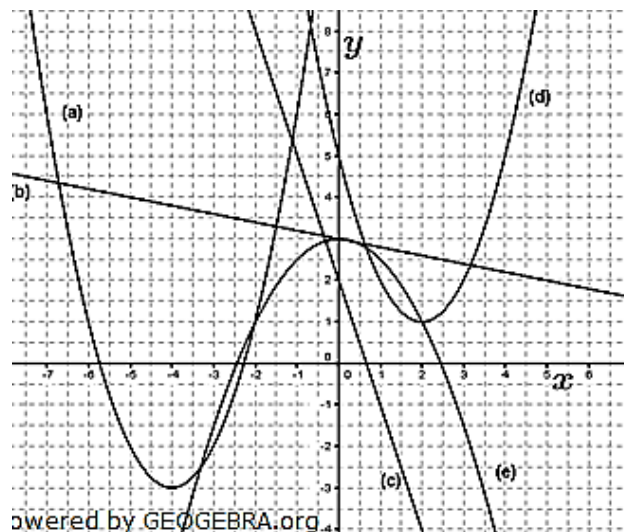
## Aufgabe W4a/2004

Das Bild zeigt Parabeln und Geraden.

Ordnen Sie jedem Schaubild die richtige Funktionsgleichung zu.

Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

- (1)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$
- (2)  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3$
- (3)  $y = (x - 4)^2 - 3$
- (4)  $y = (x + 4)^2 - 3$
- (5)  $y = x^2 - 2x - 1$
- (6)  $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- (7)  $y = x^2 - 4x + 5$
- (8)  $y = -2x - 3$
- (9)  $y = -3x + 2$
- (10)  $y = -2x + 3$
- (11)  $y = -0,5x + 3$
- (12)  $y = -\frac{1}{5}x + 3$



powered by GEOGEBRA.org

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Aufgabe W2a/2005

Eine Parabel  $p_1$  hat die Gleichung  $y = x^2 + 4x + 1$ .

Durch den Scheitelpunkt der Parabel und durch den Punkt  $P(6|5)$  geht die Gerade  $g_1$ .

Berechnen Sie die Gleichung der Geraden  $g_1$ .

Eine zweite nach oben geöffnete Normalparabel  $p_2$  hat den Scheitelpunkt  $S_2(3|y_2)$ . Er liegt auf der Geraden  $g_1$ .

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts  $A$  beider Parabeln.

Durch den Schnittpunkt  $A$  verläuft eine zu  $g_1$  parallele Gerade  $g_2$ . Die Gerade  $g_2$  schneidet die Parabel  $p_2$  in einem weiteren Punkt.

Berechnen Sie dessen Koordinaten.

Lösung:  $g_1: y = x - 1$ ;  $A(1|6)$ ;  $B(6|11)$

## Aufgabe W2a/2006

Eine nach oben geöffnete Normalparabel  $p$  und eine Gerade  $g_1$  schneiden sich in den Punkten  $A(2|5)$  und  $B(6|-3)$ .

Berechnen Sie die Gleichungen von Parabel und Gerade.

Die Gerade  $g_2$  ist parallel zur Geraden  $g_1$  und geht durch den Scheitelpunkt der Parabel. Die Koordinatenachsen bilden mit  $g_2$  ein Dreieck.

Berechnen Sie den Umfang und die Innenwinkel dieses Dreiecks.

Lösung:  $p: y = x^2 - 10x + 21$ ;  $g_1: y = -2x + 9$

## Aufgabe W2a/2007

Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden verschobenen Normalparabeln (entnehmen Sie die erforderlichen Werte der Zeichnung).

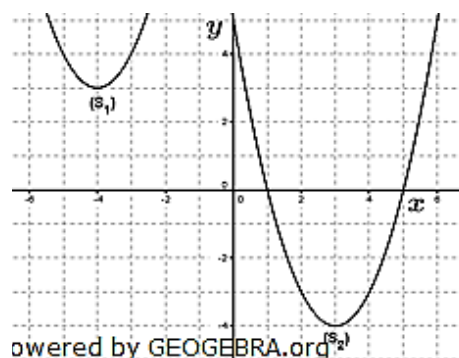
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts  $P$  der beiden Parabeln.

Die Gerade  $g$  geht durch die Punkte  $P$  und  $S_1$ .

Die Gerade  $h$  verläuft parallel zu  $g$  und geht durch  $S_2$ .

Berechnen Sie die Gleichung von  $h$ .

Die Gerade  $h$  bildet mit der  $x$ -Achse und der  $y$ -Achse ein Dreieck. Berechnen Sie seinen Flächeninhalt.



Lösung:  $P(-1|12)$ ;  $h: y = 3x - 13$ ;  $A = 28,2 FE$

## Aufgabe W3a/2008

Eine Parabel  $p_1$  hat die Gleichung  $y = -x^2 + 5$ .

Eine nach oben geöffnete Normalparabel  $p_2$  hat den Scheitel  $S_2(2|-5)$ .

Durch die gemeinsamen Punkte der beiden Parabeln verläuft eine Gerade.

Bestimmen Sie die Gleichung dieser Geraden rechnerisch.

Berechnen Sie die Winkel, unter denen die Gerade die  $x$ -Achse schneidet.

Lösung:  $h: y = -2x + 2$ ;  $\alpha = 116,6^\circ$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Aufgabe W3b/2008

Von einer nach oben geöffneten Normalparabel  $p_1$  sind die Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse bekannt:  $N_1(1|0)$  und  $N_2(5|0)$

Durch den Scheitelpunkt der Parabel  $p_1$  verläuft die Gerade  $g$  mit der Steigung  $m = -1$ . Auf dieser Geraden liegt der Scheitelpunkt einer zweiten nach oben geöffneten Normalparabel, die mit der  $x$ -Achse nur einen gemeinsamen Punkt hat.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der beiden Parabeln.

Lösung:  $P(0,5|2,25)$

## Aufgabe W3a/2009

Eine nach oben geöffnete Normalparabel  $p_1$  verläuft durch die Punkte  $A(3|6)$  und  $B(4|11)$ .

Diese Parabel wird um 5 Einheiten nach links und um 5 Einheiten nach unten verschoben. Dadurch entsteht die Parabel  $p_2$  mit dem Scheitelpunkt  $S_2$ .

Die beiden Parabeln haben einen gemeinsamen Punkt  $P$ . Berechnen Sie die Entfernung der Punkte  $P$  und  $S_2$ .

Lösung:  $\overline{PS_2} = 9,5 LE$

## Aufgabe W3b/2009

Der Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten Normalparabel hat die Koordinaten  $S(4|-2)$ .

Der Punkt  $P(2|y_p)$  liegt auf der Parabel. Er bildet mit den Punkten  $A(-3|0)$  und  $B(1|0)$  ein Dreieck.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABP$ .

Der Punkt  $P$  wird auf der Parabel verschoben.

Es gibt zwei Dreiecke  $ABP_1$  und  $ABP_2$ , deren Flächeninhalt jeweils  $20,5 FE$  (Flächeneinheiten) beträgt.

Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Punkte  $P_1$  und  $P_2$ .

Lösung:  $A_{ABP} = 4 FE$ ;  $P_1(0,5|10,25)$ ;  $P_2(7,5|10,25)$



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Lösung W3a/2003

### Lösungslogik

Aufstellung der Funktionsgleichung  $p_2$ .

Bestimmung der Schnittpunkte von  $p_1$  mit  $p_2$  durch Gleichsetzung.

Bestimmung der Funktionsgleichung von  $g$  über die beiden Schnittpunkte.

Erstellung einer Graphik, Markieren des Dreiecks.

Bestimmung der Schnittpunkte der Geraden mit den Koordinatenachsen.

Berechnung der Seitenlängen und des Umfangs des Dreiecks.

Bestimmung der Innenwinkel  $\alpha$  und  $\beta$  über  $\tan$ .

### Klausuraufschrieb

$$p_1: y = x^2 - 4x + 6$$

Funktionsgleichung  $p_2$ :

$$p_2: y = -x^2 + 6$$

in  $x$ -Richtung unverschobene, nach unten geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt in  $S_2(0|6)$

Schnittpunkte von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2:$$

$$x^2 - 4x + 6 = -x^2 + 6$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0; x - 2 = 0 \Rightarrow x_2 = 2$$

$$y_1 = -x_1^2 + 6 = 6$$

$$y_2 = -x_2^2 + 6 = -4 + 6 = 2$$

Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$$+x^2; -6$$

$$:2$$

ausklammern

Satz vom Nullprodukt

Die Schnittpunkte sind  $P(0|6)$  und  $Q(2|2)$ .

Geradengleichung durch  $P$  und  $Q$ :

$$g: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 6}{2 - 0} = -2$$

$$y = -2x + b$$

$$6 = -2 \cdot 0 + b$$

$$b = 6$$

Punktprobe mit  $P(0|6)$

$$g: y = -2x + 6$$

Schnittpunkte von  $g$  mit den Koordinatenachsen:

$$0 = -2x + 6 \Rightarrow x = 3 \quad \text{Schnittpunkt } x\text{-Achse}$$

Schnittpunkt Gerade mit der  $x$ -Achse ist  $R(3|0)$ .

Umfang des Dreiecks  $OPR$ :

$$u_{OPR}: u = \overline{OP} + \overline{OR} + \overline{PR}$$

$$\overline{OP} = 6; \overline{OR} = 3$$

$$\overline{PR} = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,7$$

$$u = 6 + 3 + 6,7 = 15,7$$

Satz des Pythagoras

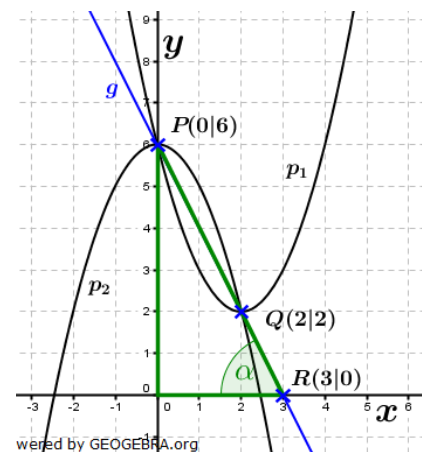
Der Umfang des Dreiecks  $OPR$  beträgt etwa 15,7 LE.

Innenwinkel des Dreiecks  $OPR$ :

$$\alpha: \tan(\alpha) = \frac{\overline{OP}}{\overline{OR}} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63,4^\circ$$

$$\beta: \beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 63,4^\circ = 26,6^\circ$$

Die Innenwinkel des Dreiecks  $OPR$  betragen  $\alpha = 63,4^\circ$ ,  $\beta = 26,6^\circ$  und  $\gamma = 90^\circ$ .



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Lösung W2a/2004

### Lösungslogik

Umstellung der Parabelgleichung  $p_1$  in die Scheitelpunktgleichung.  
Bestimmung des Scheitelpunkts von  $p_2$  aus der Aufgabenstellung.  
Bestimmung des Schnittpunkts  $Q$  von  $p_1$  mit  $p_2$  durch Gleichsetzen.  
Aufstellen der Geradengleichung  $g$  durch  $S_2$  und  $Q$ .  
Aufstellen der zu  $g$  parallelen Geradengleichung  $h$  durch  $S_1$ .

### Klausuraufschrieb

$$p_1: y = x^2 + 4x + 6$$

Scheitelpunkt von  $p_1$ :

$$y = (x + 2)^2 + 2 \quad | \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$S_1(-2|2)$$

Scheitelpunktverschiebung gem. Aufgabenstellung:

$$S_2: S_2(-2 + 3|2 - 3)$$

$$S_2(1|-1)$$

Funktionsgleichung von  $p_2$ :

$$p_2: y = (x - 1)^2 - 1 \quad | \quad \text{Scheitelpunktgleichung } p_2$$

$$y = x^2 - 2x$$

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2: \quad | \quad \text{Schnittpunkt durch Gleichsetzung}$$

$$x^2 + 4x + 6 = x^2 - 2x \quad | \quad -x^2; +2x$$

$$6x + 6 = 0$$

$$x_Q = -1; \quad y_Q = x_Q^2 - 2x_Q = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 1 + 2 = 3$$

Der Schnittpunkt hat die Koordinaten  $Q(-1|3)$ .

Geradengleichung durch  $S_2$  und  $Q$ :

$$g: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-1)}{-1 - 1} = -2$$

$$y = -2x + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } S_2(1|-1)$$

$$-1 = -2 \cdot 1 + b$$

$$b = 1$$

$$g: y = -2x + 1$$

Parallele Gerade  $h$  zu  $g$ :

$$h: y = -2x + b \quad | \quad \text{parallel heißt gleiche Steigung } m = -2$$

$$2 = -2 \cdot (2) + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } S_1(-2|2)$$

$$b = 6$$

$$h: y = -2x + 6$$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

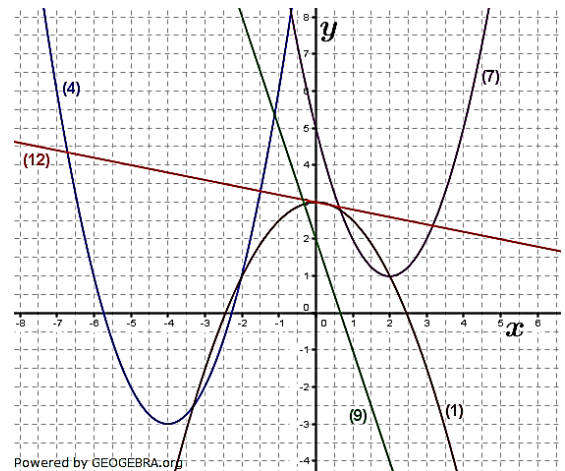
Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Lösung W4a/2004

### Klausuraufschrieb

- (a) gehört zur Gleichung (4)  
Nach oben geöffnete Normalparabel  
mit Scheitelpunkt  $S(-4|-3)$
- (b) gehört zur Gleichung (12)  
Gerade mit negativer Steigung  $m = -\frac{1}{5}$   
und  $y$ -Achsenabschnitt  $S_y(0|3)$ .
- (c) gehört zur Gleichung (9)  
Gerade mit negativer Steigung  $m = -3$   
und  $y$ -Achsenabschnitt  $S_y(0|2)$ .
- (d) gehört zur Gleichung (7)  
Nach oben geöffnete Normalparabel  
mit Verschiebung nach rechts und nach  
oben,  $S(2|1)$ .
- (e) gehört zur Gleichung (1)  
Nach unten geöffnete und gestauchte Parabel mit Scheitelpunkt  $S(0|3)$



## Lösung W2a/2005

### Lösungslogik

- Umstellung der Parabelgleichung  $p_1$  in die Scheitelpunktgleichung.  
Bestimmung der Geradengleichung  $g_1$  durch den Scheitel von  $p_1$  und Punkt  $P(6|5)$ .  
Bestimmung der  $y$ -Koordinate von  $S_2$  über die Geradengleichung.  
Aufstellen der Parabelgleichung  $p_2$ .  
Bestimmung des Schnittpunktes  $A$  von  $p_1$  und  $p_2$ .  
Aufstellen der Geradengleichung  $g_2$  parallel  $g_1$  und durch Punkt  $A$ .  
Bestimmung des zweiten Schnittpunktes von  $g_2$  mit  $p_2$ .

### Klausuraufschrieb

$$p_1: y = x^2 + 4x + 1$$

Scheitelpunktgleichung von  $p_1$ :

$$y = (x + 2)^2 - 3 \quad | \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$S_1(-2|-3)$$

Geradengleichung durch  $S_1$  und  $P$ :

$$g_1: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-3)}{6 - (-2)} = 1$$

$$y = x + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } P(6|5)$$

$$5 = 1 \cdot 6 + b$$

$$b = -1$$

$$g_1: y = x - 1$$

$y_2$ -Koordinate von  $S_2$ :

$$y_2: y_2 = 3 - 1 = 2 \quad | \quad \text{Punktprobe auf } g_1 \text{ mit } S_2(|y_2)$$

$$S_2(3|2)$$

Funktionsgleichung von  $p_2$ :

$$p_2: y = (x - 3)^2 + 2 \quad | \quad \text{Scheitelpunktgleichung aufstellen}$$

$$y = x^2 - 6x + 11$$



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$p_1 \cap p_2:$		Schnittpunkt durch Gleichsetzung
$x^2 + 4x + 1 = x^2 - 6x + 11$		$-x^2; +6x; -11$
$10x = 10$		:10
$x = 1 \rightarrow p_1$		
$y = 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 6$		

Der Schnittpunkt hat die Koordinaten  $A(1|6)$ .

Geradengleichung  $g$  durch  $A(1|6)$  mit  $m = 1$ :

$g_2: y = mx + b$		
$6 = 1 + b$		Punktprobe mit $A(1 6)$
$b = 5$		
$g_2: y = x + 5$		

Schnittpunkt von  $p_2$  mit  $g$ :

$p_2 \cap g:$		Schnittpunkt durch Gleichsetzung
$x^2 - 6x + 11 = x + 5$		$-x; -5$
$x^2 - 7x + 6 = 0$		$p/q$ -Formel
$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 6} = 3,5 \pm \sqrt{6,25} = 3,5 \pm 2,5$		
$x_1 = 6; x_2 = 1$		
$x_1 \rightarrow g_2$		
$y_1 = x_1 + 5 = 6 + 5 = 11$		

Der zweite Schnittpunkt von  $p_2$  mit  $g_2$  hat die Koordinaten  $B(6|11)$ .

## Lösung W2a/2006

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung und Scheitelpunktgleichung  $p$  durch die beiden Punkte  $A$  und  $B$ .

Aufstellung der Geradengleichung  $g_1$  durch die beiden Punkte  $A$  und  $B$ .

Aufstellen der Geradengleichung  $g_2$  parallel  $g_1$  und durch den Scheitelpunkt  $S$  von  $p$ .

Zeichnen der Situation in ein Koordinatensystem.

Bestimmung der Seitenlängen des Dreiecks, Berechnung von  $u$ ,  $\alpha$  und  $\beta$ .

### Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von  $p$  durch  $A$  und  $B$ :

$p: y = x^2 + bx + c$		
(1) $5 = 4 + 2b + c$		Punktprobe mit $A(2 5)$
(2) $-3 = 36 + 6b + c$		Punktprobe mit $B(6 -3)$
(1)-(2) $8 = -32 - 4b$		$+4b; -8$
$4b = -40$		:4
$b = -10$		

$b \rightarrow (1)$		
$5 = 4 - 20 + c$		+16
$c = 21$		

$p: y = x^2 - 10x + 21$

Scheitelpunktgleichung von  $p$ :

$y = (x - 5)^2 - 4$		quadratische Ergänzung
$S(5 -4)$		

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

Geradengleichung  $g_1$  durch A und B:

$$g_1: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 5}{6 - 2} = -2$$

$$y = -2x + b$$

| Punktprobe mit A(2|5)

$$5 = -2 \cdot 2 + b$$

$$b = 9$$

$$g_1: y = -2x + 9$$

Parallele Gerade  $g_2$  durch S(5| - 4):

$$g_2: y = -2x + b$$

| parallel heißt gleiche Steigung  $m = -2$

$$-4 = -2 \cdot 5 + b$$

| Punktprobe mit S(5| - 4)

$$b = 6$$

$$g_2: y = -2x + 6$$

Schnittpunkt von  $g_2$  mit der x-Achse:

$$0 = -2x + 6$$

$$x_0 = 3$$

Schnittpunkt von  $g_2$  mit der y-Achse:

$$y = -2 \cdot 0 + 6$$

$$S_y(0|6)$$

Umfang des Dreiecks  $0N_1S_y$ :

$$u_{0N_1S_y} = a + b + c$$

$$a = 6; b = 3$$

$$c: c^2 = a^2 + b^2 = 36 + 9$$

$$c = \sqrt{45} \approx 6,7$$

$$u_{0N_1S_y} = 6 + 3 + 6,7$$

$$u_{0N_1S_y} = 15,7$$

Der Umfang des Dreiecks beträgt 15,7 LE.

Innenwinkel des Dreiecks  $0N_1S_y$ :

$$\sphericalangle 0N_1S_y = \alpha$$

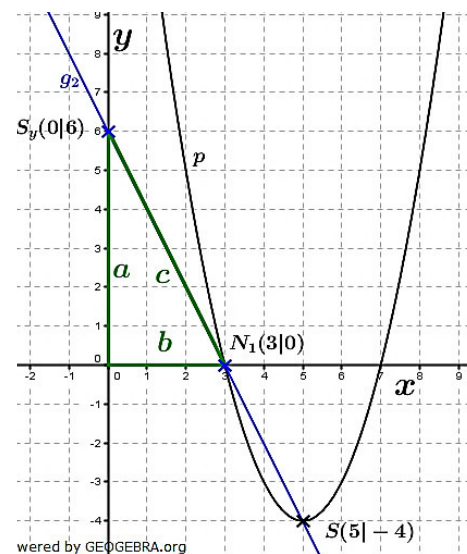
$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\alpha = \tan^{-1}(2) \approx 63,4^\circ$$

$$\sphericalangle N_1S_y0 = \beta$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 63,4^\circ = 26,6^\circ$$

Die Innenwinkel des Dreiecks sind  $\alpha = 63,4^\circ$ ;  $\beta = 26,6^\circ$  und  $\gamma = 90^\circ$ .



## Lösung W2a/2007

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichungen  $p_1$  und  $p_2$  über die abgelesenen Scheitelpunkte.

Berechnung des Schnittpunktes von  $p_1$  mit  $p_2$  durch Gleichsetzung.

Aufstellung der Geradengleichung  $g$  durch den Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$  und dem Scheitelpunkt von  $p_1$ .

Aufstellen der Geradengleichung  $h$  parallel  $g$  und durch den Scheitelpunkt  $S_2$  von  $p_2$ .

Zeichnen der Situation in ein Koordinatensystem.

Bestimmung der Seitenlängen des Dreiecks, Berechnung von A.



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Klausuraufschrieb

Funktionsgleichungen  $p_1$  und  $p_2$  über abgelesene Scheitelpunkte:

$$p_1: \quad y = (x + 4)^2 + 3 \quad | \quad S_1(-4|3)$$

$$\quad \quad y = x^2 + 8x + 19$$

$$p_2: \quad y = (x - 3)^2 - 4 \quad | \quad S_2(3|-4)$$

$$\quad \quad y = x^2 - 6x + 5$$

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2: \quad | \quad \text{Schnittpunkt durch Gleichsetzung}$$

$$\quad \quad x^2 + 8x + 19 = x^2 - 6x + 5 \quad | \quad -x^2; +6x; -5$$

$$\quad \quad 14x = -14 \quad | \quad :14$$

$$\quad \quad x = -1$$

$-1 \rightarrow p_1$

$$y = (-1)^2 + 8 \cdot (-1) + 19 = 12$$

Der Schnittpunkt hat die Koordinaten  $P(-1|12)$ .

Geradengleichung  $g$  durch  $P$  und  $S_1$ :

$$g: \quad y = mx + b$$

$$m: \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 12}{-4 - (-1)} = 3$$

$$y = 3x + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } P(-1|12)$$

$$12 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$b = 15$$

$$g: \quad y = 3x + 15$$

Geradengleichung  $h$  parallel  $g$  durch  $S_2$ :

$$h: \quad y = 3x + b \quad | \quad \text{parallel heißt gleiche Steigung.}$$

$$-4 = 3 \cdot 3 + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } S_2(-4|3)$$

$$b = -13$$

$$h: \quad y = 3x - 13$$

Schnittpunkte von  $h$  mit den Koordinatenachsen:

$$0 = 3x - 13 \quad | \quad \text{Schnittpunkt mit } x\text{-Achse}$$

$$x_0 = \frac{13}{3}$$

$$y = 3 \cdot 0 - 13 \quad | \quad \text{Schnittpunkt mit } y\text{-Achse}$$

$$S_y = (0|-13)$$

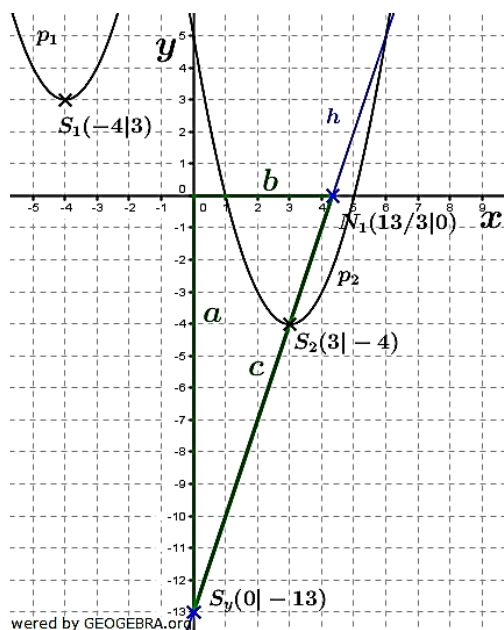
Fläche des Dreiecks  $A_{0N_1S_y}$ :

$$A_{0N_1S_y} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$a = 13; \quad b = \frac{13}{3}$$

$$A_{0N_1S_y} = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \frac{13}{3} = \frac{169}{6} \approx 28,2$$

Die Fläche des Dreiecks beträgt 28,2 FE.



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Lösung W3a/2008

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung  $p_2$  über deren Scheitelpunkt.

Berechnung der Schnittpunkte von  $p_1$  mit  $p_2$  durch Gleichsetzung.

Aufstellung der Geradengleichung  $g$  durch die Schnittpunkte von  $p_1$  mit  $p_2$ .

Berechnung des Schnittwinkels der Geraden  $g$  mit der  $x$ -Achse über  $\tan(\alpha) = m$ .

### Klausuraufschrieb

$$p_1: y = -x^2 + 5 \quad | \quad \text{gegeben}$$

Funktionsgleichungen  $p_2$  über Scheitelpunkt:

$$p_2: y = (x - 2)^2 - 5 \quad | \quad \text{Scheitelpunktgleichung}$$

$$y = x^2 - 4x - 1$$

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2: \quad | \quad \text{Schnittpunkt durch Gleichsetzung}$$

$$-x^2 + 5 = x^2 - 4x - 1 \quad | \quad +x^2; -5$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \quad | \quad :2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 3} = 1 \pm 2$$

$$x_1 = 3; x_2 = -1$$

$$x_1 \rightarrow p_1$$

$$y_1 = -x_1^2 + 5 = -3^2 + 5 = -4$$

$$x_2 \rightarrow p_1$$

$$y_2 = -x_2^2 + 5 = -(-1)^2 + 5 = 4$$

Die Schnittpunkte haben die Koordinaten  $P(3|-4)$  und  $Q(-1|4)$ .

Geradengleichung  $g$  durch  $P$  und  $Q$ :

$$g: y = mx + b$$

$$m: m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-4)}{-1 - 3} = -2$$

$$y = -2x + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } P(3|-4)$$

$$-4 = -2 \cdot 3 + b$$

$$b = 2$$

$$g: y = -2x + 2$$

Schnittwinkel von  $g$  mit der  $x$ -Achse:

Es gilt:  $m = \tan(\alpha)$

$$\tan(\alpha_1) = -2 \Rightarrow \alpha = |\tan^{-1}(-2)| = 63,4^\circ$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1 = 180^\circ - 63,4^\circ = 116,6^\circ$$

Die beiden Schnittwinkel sind  $\alpha_1 = 63,4^\circ$  und  $\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1 = 116,6^\circ$

## Lösung W3b/2008

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung  $p_1$  durch die beiden Punkte  $N_1$  und  $N_2$ .

Umformung der Parabelgleichung  $p_1$  in die Scheitelpunktgleichung.

Aufstellen der Geradengleichung  $g$  durch den Scheitelpunkt  $S_1$  mit  $m = -1$ .

Berechnung des Schnittpunktes von  $g$  mit der  $x$ -Achse ergibt Scheitelpunkt  $S_2$ .

Aufstellung der Parabelgleichung  $p_2$  über den Scheitelpunkt  $S_2$  und Umformung in die allgemeine Parabelgleichung.

Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung von  $p_1$  mit  $p_2$ .

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von  $p_1$  durch  $N_1$  und  $N_2$ :

$$p_1: y = (x - x_{N_1}) \cdot (x - x_{N_2})$$
$$y = (x - 1) \cdot (x - 5) = x^2 - 6x + 5$$

alternativ:

$$p_1: y = x^2 + px + q$$

(1)	$0 = 1^2 + p + q$		Punktprobe mit $N_1(1 0)$
(2)	$0 = 25 + 5p + q$		Punktprobe mit $N_2(5 0)$
(2)-(1)	$0 = 24 + 4q$		
	$b = -6$		

$b \rightarrow (1)$

$$0 = 1 - 6 + q$$
$$q = 5$$

$$p_1: y = x^2 - 6x + 5$$

Scheitelpunktgleichung von  $p_1$ :

$$y = (x - 3)^2 - 4 \quad | \quad \text{quadratische Ergänzung}$$
$$S_1(3|-4)$$

Geradengleichung  $g$  durch  $S_1$  mit  $m = -1$ :

$$g: y = -x + b \quad | \quad m = -1.$$
$$-4 = -3 + b \quad | \quad \text{Punktprobe mit } P(3|-4)$$
$$b = -1$$

$$g: y = -x - 1$$

Schnittpunkt von  $g$  mit der  $x$ -Achse:

$$0 = -x - 1$$
$$x_0 = -1$$

Scheitelpunkt von  $p_2$  (nach Aufgabenstellung „Berührungspunkt mit der  $x$ -Achse“):

$$S_2(-1|0)$$

Funktionsgleichung von  $p_2$ :

$$p_2: y = (x + 1)^2 \quad | \quad \text{Scheitelpunktgleichung von } p_2$$
$$y = x^2 + 2x + 1 \quad | \quad \text{allgemeine Parabelgleichung von } p_2$$

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2: \quad | \quad \text{Schnittpunkt durch Gleichsetzung}$$
$$x^2 - 6x + 5 = x^2 + 2x + 1 \quad | \quad -x^2; +6x; -5$$
$$8x - 4 = 0$$
$$x_S = 0,5$$

$x_S \rightarrow p_1$

$$y_S = 0,5^2 - 6 \cdot 0,5 + 5 = 2,25$$

Der Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$  hat die Koordinaten  $P(0,5|2,25)$ .

## Lösung W3a/2009

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung  $p_1$  durch die beiden Punkte  $A$  und  $B$ .

Umformung der Parabelgleichung  $p_1$  in die Scheitelpunktgleichung.

Berechnung des Scheitelpunkts  $S_2$  von  $p_2$  durch die angegebene Verschiebung.

Aufstellung der Parabelgleichung  $p_2$  über den Scheitelpunkt  $S_2$  und Umformung in die allgemeine Parabelgleichung.

Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung von  $p_1$  mit  $p_2$ .

Berechnung der Entfernung  $\overline{PS_2}$  mit dem Satz des Pythagoras.



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von  $p_1$  durch  $A$  und  $B$ :

$$p_1: y = x^2 + px + q$$

$$(1) \quad 6 = 9 + 3p + q \quad | \quad \text{Punktprobe mit } A(3|6)$$

$$(2) \quad 11 = 16 + 4p + q \quad | \quad \text{Punktprobe mit } B(4|11)$$

$$(2)-(1) \quad 5 = 7 + p$$

$$p = -2$$

$$p \rightarrow (1)$$

$$6 = 9 + 3 \cdot (-2) + q$$

$$q = 3$$

$$p_1: y = x^2 - 2x + 3$$

Scheitelpunktgleichung von  $p_1$ :

$$y = (x - 1)^2 + 2 \quad | \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$S_1(1|2)$$

Verschiebung von  $S_1$  nach  $S_2$ :

$$S_2: S_2(1 - 5|2 - 5)$$

$$S_2(-4|-3)$$

Funktionsgleichung von  $p_2$ :

$$p_2: y = (x + 4)^2 - 3 \quad | \quad \text{Scheitelpunktgleichung von } p_2$$

$$y = x^2 + 8x + 13 \quad | \quad \text{allgemeine Parabelgleichung } p_2$$

Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2: \quad | \quad \text{Schnittpunkt durch Gleichsetzung}$$

$$x^2 - 2x + 3 = x^2 + 8x + 13 \quad | \quad -x^2; -2x; -3$$

$$10x + 10 = 0$$

$$x_S = -1$$

$$x_S \rightarrow p_1$$

$$y_S = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 6$$

Der Schnittpunkt von  $p_1$  mit  $p_2$  hat die Koordinaten  $P(-1|6)$ .

Länge der Strecke  $\overline{PS_2}$ :

$$\overline{PS_2}: \quad \overline{PS_2} = \sqrt{(x_p - x_{S_2})^2 + (y_p - y_{S_2})^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$= \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (6 - (-3))^2}$$

$$\overline{PS_2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 9,54$$

Die Länge der Strecke  $\overline{PS_2}$  beträgt 9,5 LE.

## Lösung W3b/2009

### Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung  $p$  über die Scheitelpunktgleichung.

Berechnung der  $y$ -Koordinate von Punkt  $P$ .

Verdeutlichung der Situation durch ein Schaubild.

Berechnung der Fläche des Dreiecks  $ABP$ .

Bestimmung der Punkte  $P_1$  und  $P_2$  auf der Parabel, die zusammen mit den Punkten  $A$  und  $B$  ein Dreieck mit Flächeninhalt 20,5 FE bilden.

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil) 2003-2009

## Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von  $p$  über Scheitel  $S(4|-2)$ :

$$p: y = (x - 4)^2 - 2$$

Scheitelpunktgleichung  $p$

$$y = x^2 - 8x + 14$$

allgemeine Parabelgleichung  $p$

$y$ -Koordinate von  $P$ :

$$y_P: y_P = 2^2 - 8 \cdot 2 + 14 = 2$$

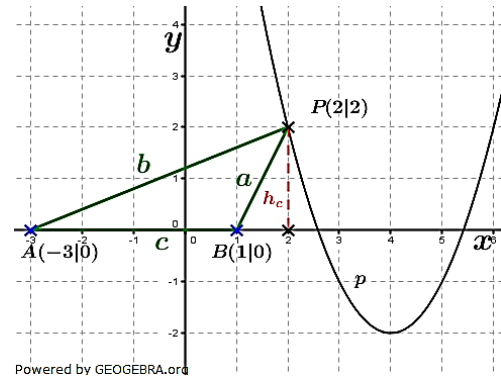
Dreieck  $ABP$ :

$$A_{ABP}: A_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$c = 4; h_c = 2$$

$$A_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 \text{ FE}$$

Das Dreieck  $ABP$  hat einen Flächeninhalt von 4 FE.



$P_1; P_2$ : Der Flächeninhalt soll 20,5 FE sein. Die Grundseite  $c$  des Dreiecks bleibt unverändert, folglich muss sich  $h_c$  ändern.  $h_c^*$  ist jedoch die  $y$ -Koordinate der Punkte  $P_1$  und  $P_2$  auf der Parabel.

$$20,5 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c^*$$

$$h_c^* = x^2 - 8x + 14$$

$$20,5 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (x^2 - 8x + 14) \quad | :2$$

$$10,25 = x^2 - 8x + 14 \quad | -10,25$$

$$x^2 - 8x + 3,75 = 0 \quad | p/q\text{-Formel}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 3,75}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{12,25} = 4 \pm 3,5$$

$$x_1 = 7,5; x_2 = 0,5$$

$$y_1 = 7,5^2 - 8 \cdot 7,5 + 14 = 10,25$$

$$y_2 = 0,5^2 - 8 \cdot 0,5 + 14 = 10,25$$

$$P_1(0,5|10,25); P_2(7,5|10,25)$$

Die Punkte  $P_1(0,5|10,25)$  und  $P_2(7,5|10,25)$  bilden zusammen mit den Punkten  $A$  und  $B$  ein Dreieck mit dem Flächeninhalt 20,5 FE.

