

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021  
Dokument mit 8 Aufgaben



## Aufgabe B1b/2021

Die Punkte  $A(1 | -8)$  und  $B(3 | -8)$  liegen auf einer nach oben geöffneten Normalparabel  $p$ .

- Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p$  in der Normalform  $y = x^2 + bx + c$  an.

Die Schnittpunkte der Parabel  $p$  mit der  $x$ -Achse und die Punkte  $A$  und  $B$  bilden ein Viereck.

- Berechnen Sie die Flächeninhalt dieses Vierecks.

Die Geraden  $g$  und  $h$  verlaufen jeweils auf den Diagonalen des Vierecks. Sie schneiden sich im Punkt  $Q$ .

- Berechnen Sie Koordinaten des Schnittpunktes  $Q$ .

Lösungen: Parabel  $y = x^2 - 4x - 5$   
 $A_{\text{Viereck}} = 32 \text{ FE}$   
 $Q(2 | -6)$

## Aufgabe B2b/2021

Der Punkt  $A(-4 | -1)$  liegt auf der Parabel  $p_1$  mit der Funktionsgleichung  $y = x^2 + bx + 7$ .

Die Gerade  $g$  schneidet die Parabel  $p_1$  im Punkt  $A$  und im Scheitelpunkt  $S_1$ .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichungen der Parabel  $p_1$  und der Geraden  $g$ .

Durch Spiegelung des Scheitelpunktes  $S_1$  an der  $y$ -Achse entsteht der Punkt  $S_2$ .  $S_2$  ist der Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten verschobenen Normalparabel  $p_2$ .

- Geben Sie die Funktionsgleichung von  $p_2$  in der Form  $y = x^2 + bx + c$  an.

Der Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der  $y$ -Achse ist der Scheitelpunkt  $S_3$  der Parabel  $p_3$ . Die Parabel  $p_3$  der Form  $y = ax^2 + c$  geht außerdem durch die Scheitelpunkte  $S_1$  und  $S_2$ .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p_3$ .

Lösungen:  $p_1: y = x^2 + 6x + 7$ ;  $g: y = -x - 5$   
 $p_2: y = x^2 - 6x + 7$   
 $p_3: y = \frac{1}{3}x^2 - 5$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

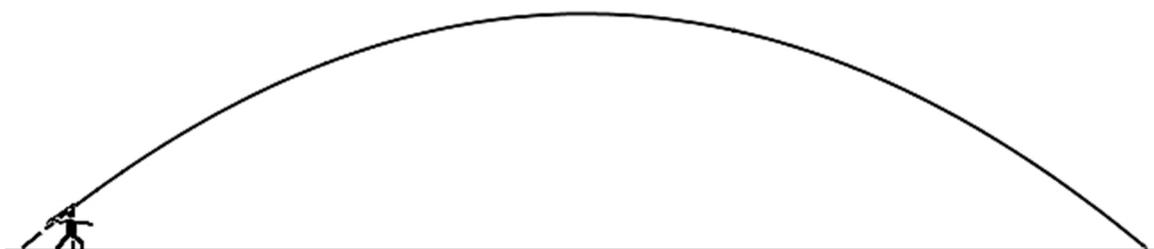
Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Aufgabe B3b/2021

Die Flugbahn eines Speers ist nahezu parabelförmig.

Der Abwurfpunkt  $A$  liegt  $1,80\text{ m}$  über der Abwurffläche.

Der Speer erreicht nach  $20\text{ m}$ , in horizontaler Richtung von der Abwurflinie gemessen, seine maximale Höhe von  $9,80\text{ m}$ .



Powered by GEOGEBRA.org

- Berechnen Sie eine mögliche Funktionsgleichung der Flugkurve des Speers.
- Wie weit fliegt der Speer?

Ein zweiter Wurfversuch kann mit der Funktionsgleichung  $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$  beschrieben werden. Die Wurfweite beträgt  $38,15\text{ m}$ .

- Geben Sie die Höhe des Abwurfpunktes an.

Lösungen: Parabel  $y = -\frac{1}{50}x^2 + 9,8$   
Wurfweite:  $42,14\text{ m}$   
Abwurfhöhe:  $1,71\text{ m}$

## Aufgabe B4a/2021

Die Gerade  $g$  und die verschobene Normalparabel  $p$  gehen durch die beiden Punkte  $A(2|3)$  und  $B(6|11)$ .

Der Punkt  $C(4|y_C)$  liegt auf der Parabel  $p$ .

Die Gerade  $h$  steht senkrecht auf  $g$  und geht durch  $C$ .

Die Gerade  $h$  schneidet die beiden Koordinatenachsen in den Punkten  $P$  und  $Q$ .

Berechnen Sie die Koordinaten von  $P$  und  $Q$ .

Lösungen:  $P(10|0)$ ;  $Q(0|5)$

## Aufgabe B1b/2022

Die Gerade  $g$  hat die Funktionsgleichung  $y = x + 2$ .

Die Parabel  $p_1$  hat die Funktionsgleichung  $y = -x^2 + 8$ .

Die Parabel  $p_1$  schneidet die Gerade  $g$  in den Punkten  $P$  und  $Q$ .

- Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte  $P$  und  $Q$ .

Durch die beiden Schnittpunkte  $P$  und  $Q$  verläuft die verschobene, nach oben geöffnete Normalparabel  $p_2$ .

- Berechnen Sie Koordinaten des Scheitelpunktes  $S_2$  von  $p_2$ .

Robin behauptet: Das Dreieck mit den Punkten  $P, Q$  und  $S_2$  ist rechtwinklig.

- Hat Robin Recht? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch.

Lösungen:  $P(-3|-1)$ ;  $Q(2|4)$   
 $S_2(-1|-5)$   
Robin hat nicht Recht.

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Aufgabe B2a/2022

Das Schaubild zeigt Ausschnitte der verschobenen Normalparabel  $p_1$  und der nach unten geöffneten Parabel  $p_2$ .

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen der beiden Parabeln.  
Entnehmen Sie dazu geeignete Werte aus dem Schaubild.

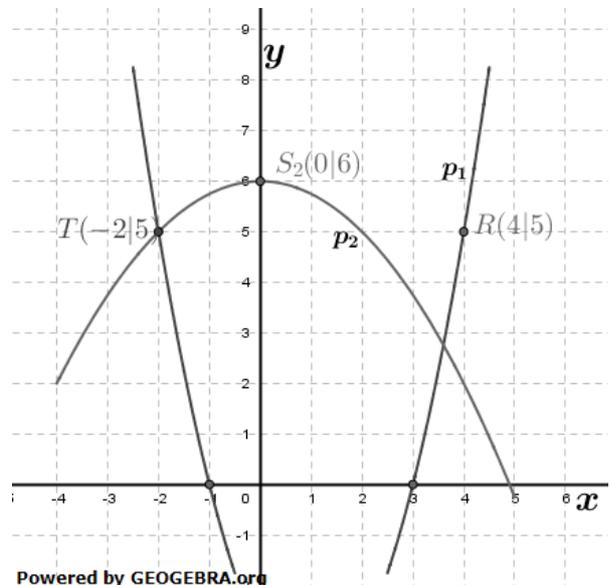
Die Gerade  $g$  verläuft durch die beiden Scheitelpunkte  $S_1$  und  $S_2$ .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $g$ .

Die Gerade  $h$  verläuft senkrecht zu  $g$  und geht durch den Punkt  $R(4|5)$ .

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $h$ .

- Geben Sie die Funktionsgleichung einer weiteren nach oben geöffneten Normalparabel  $p_3$  an, die keine gemeinsamen Punkte mit  $p_1$  und  $p_2$  hat.



Lösungen:  $p_1: y = x^2 - 2x - 3$ ;  $p_2: y = -0,25x^2 + 6$   
 $g: y = -10x + 6$ ;  $h: y = \frac{1}{10}x + 4,6$   
 $S_3(1|7)$ ;  $p_3: y = (x - 1)^2 + 7$

## Aufgabe B3b/2022

Das Foto zeigt ein „Tiny House“. Die Vorderseite des Hauses ist nahezu parabelförmig.

Die maximale Höhe des Hauses beträgt 3,00 m.

Am Boden ist es 2,70 m breit.

- Berechnen Sie eine mögliche Funktionsgleichung für die parabelförmige Außenkontur des Hauses.

Die 2,00 m hohe Eingangstür befindet sich mittig auf der Vorderseite des Hauses. Am oberen Ende der Eingangstür befindet sich ein Vordach, das von Außenkante zu Außenkante reicht.

- Berechnen Sie die Länge des Vordachs.  
In 1 m Höhe hat der Türrahmen eine waagrechte Entfernung von 0,70 m zu den Seitenkanten.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt der Tür.



Lösungen: Parabel  $y = -1,646x^2 + 3$   
 Länge Vordach: 1,56 m  
 Fläche Tür: 1,6 m<sup>2</sup>

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Aufgabe B4a/2022

Die Parabel  $p_1$  hat die Funktionsgleichung  $y = x^2 - 8x + 12$ .

Die verschobene nach oben geöffnete Normalparabel  $p_2$  hat den Scheitelpunkt  $S_2(1| -7)$ .

- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $Q_1$  der beiden Parabeln  $p_1$  und  $p_2$ .

Die Parabel  $p_1$  schneidet die  $x$ -Achse in den Punkten  $N_1$  und  $N_2$ .

- Berechnen Sie die Koordinaten von  $N_1$  und  $N_2$ .

Die Punkte  $N_1, N_2$  und  $Q_1$  bilden ein Dreieck.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks  $N_1Q_1N_2$ .

Der Punkt  $Q_1$  bewegt sich auf der Parabel  $p_2$  unterhalb der  $x$ -Achse. Dadurch entsteht der Punkt  $Q_2$  und somit das Dreieck  $N_1Q_2N_2$ .

- Für welche Lage von  $Q_2$  wird der Flächeninhalt des Dreiecks am größten?
- Berechnen Sie diesen maximalen Flächeninhalt.

Lösungen:  $Q_1(3|-3)$ ;  $N_1(2|0)$ ;  $N_2(6|0)$

$$A_{N_1Q_1N_2} = 6 \text{ FE}$$

$$Q_2(1|-7); A_{N_1Q_2N_2} = 14 \text{ FE}$$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Lösung B1b/2021

### Lösungslogik

Parabelgleichung  $p$ :

Aus den gegebenen Punkten  $A(1|-8)$  und  $B(3|-8)$  schließen wir auf die Symmetrieachse  $x = 2$ , gleichzeitig des Scheitels.

Die Scheitelpunktgleichung lautet somit  $y = (x - 2)^2 + y_s$ . Über eine Punktprobe mit  $B(3|-8)$  lässt sich die  $y$ -Koordinate des Scheitels ermitteln.

Durch Ausmultiplikation des Binoms erhalten wir dann die Normalgleichung von  $p$ .

Fläche Viereck durch  $A$ ,  $B$  und die beiden Nullstellen:

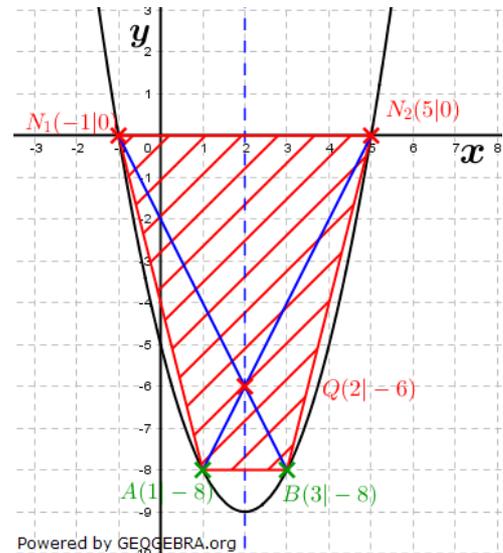
Wir setzen  $y$  der Parabelgleichung auf  $-8$ , lösen die quadratische Gleichung nach  $x$  auf und erhalten die beiden Nullstellen.

Das Viereck ist ein Trapez, die Fläche des Trapezes ermittelt sich dann aus:

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{N_1 N_2} + \overline{AB}) \cdot h \text{ mit } h = 8$$

Koordinaten des Punktes  $Q$ :

Wir stellen die Geradengleichungen durch die Punkte  $A$  und  $N_2$  sowie  $B$  und  $N_1$  auf. Ermittlung des Schnittpunktes der beiden Geraden durch Gleichsetzung der Geradengleichungen.



### Klausuraufschrieb

Parabelgleichung  $p$ :

$p_1$ : Wegen der Symmetrie der beiden Punkte  $A$  und  $B$  liegt die Symmetrieachse der Parabel bei  $x = 2$ .

|                        |  |                               |
|------------------------|--|-------------------------------|
| $y = (x - 2)^2 + y_s$  |  | Scheitelpunktform der Parabel |
| $-8 = (3 - 2)^2 + y_s$ |  | Punktprobe mit $B(3 -8)$      |
| $-8 = 1 + y_s$         |  | $-1$                          |
| $y_s = -9$             |  |                               |
| $y = (x - 2)^2 - 9$    |  |                               |
| $y = x^2 - 4x - 5$     |  |                               |

Die Normalform der Parabel  $p$  lautet  $y = x^2 - 4x - 5$

Fläche Viereck durch  $A$ ,  $B$  und die beiden Nullstellen:

Berechnung der Nullstellen:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 5} = 2 \pm 3 \quad | \quad pq\text{-Formel}$$

$$x_1 = 5; \quad x_2 = -1$$

Das Viereck  $ABN_2N_1$  ist ein Trapez.

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$

$$a = \overline{N_1 N_2} = 6; \quad c = \overline{AB} = 2; \quad h = 8$$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (6 + 2) \cdot 8 = 32$$

Das Viereck hat eine Fläche von 32 FE.

Koordinaten des Punktes  $Q$ :

Gerade  $g$  durch  $A$  und  $N_2$ :

$$g: y = mx + b$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-8)}{5 - 1} = 2$$

$$y = 2x + b$$

$$-8 = 2 \cdot 1 + b$$

$$b = -10$$

$$y = 2x - 10$$

| Punktprobe mit  $A(1 | -8)$

Gerade  $h$  durch  $B$  und  $N_1$ :

$$h: y = mx + b$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8}{1 - (-1)} = -2$$

$$y = -2x + b$$

$$-8 = -2 \cdot 3 + b$$

$$b = -2$$

$$y = -2x - 2$$

| Punktprobe mit  $B(3 | -8)$

$g \cap h$

$$2x - 10 = -2x - 2$$

$$4x = 8 \rightarrow x = 2$$

$$x \rightarrow h$$

$$y = -2 \cdot 2 - 2$$

$$y = -6$$

|  $-2x; +10$

Der Punkt hat die Koordinaten  $Q(2 | -6)$ .

## Lösung B2a/2021

### Lösungslogik

Parabel  $p_1$  und Gerade  $g$ :

Über eine Punktprobe mit  $A$  lässt sich der Parameter  $b$  errechnen.

Wir stellen die Gleichung von  $p_1$  in die Scheitelpunktform um, um die Koordinaten des Scheitelpunktes  $S_1$  zu erhalten.

Wir stellen die Geradengleichung  $g$  über die beiden Punkte  $A$  und  $S_1$  auf.

Parabel  $p_2$ :

Den Scheitelpunkt  $S_2$  der Parabel  $p_2$  erhalten wir durch Spiegelung an der  $y$ -Achse. Die Spiegelung erhalten wir wie folgt:

Sei  $S_1(x|y)$  so ist  $S_2(-x|y)$ .

Wir stellen die Scheitelpunktgleichung auf, multiplizieren das Binom aus und fassen zusammen.

Parabel  $p_3$ :

Der  $y$ -Achsenabschnitt von  $p_3$  ist gleich dem  $y$ -Achsenabschnitt von  $g$ .

Mit einer Punktprobe mit  $S_1$  oder mit  $S_2$  lässt sich der noch unbekannte Parameter  $g$  errechnen.

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Klausuraufschrieb

Parabel  $p_1$  und Gerade  $g$ :

$$p_1: y = x^2 + bx + 7$$

$$-1 = (-4)^2 + b \cdot (-4) + 7 \quad | \text{ Punktprobe mit } A(-4 | -1)$$

$$-1 = 16 - 4b + 7 \quad | -23$$

$$-24 = -4b$$

$$b = 6$$

$$y = x^2 + 6x + 7$$

$$y = (x + 3)^2 - 9 + 7 \quad | \text{ quadratische Ergänzung}$$

$$y = (x + 3)^2 - 2 \quad | \text{ Scheitelpunktgleichung}$$

$$S_1(-3 | -2)$$

$$g: y = mx + b$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - (-1)}{-3 - (-4)} = -1$$

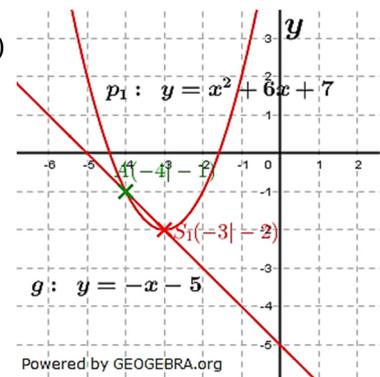
$$y = -x + b$$

$$-1 = -(-4) + b \quad | \text{ Punktprobe mit } A(-4 | -1)$$

$$-1 = 4 + b$$

$$b = -5$$

$$y = -x - 5$$



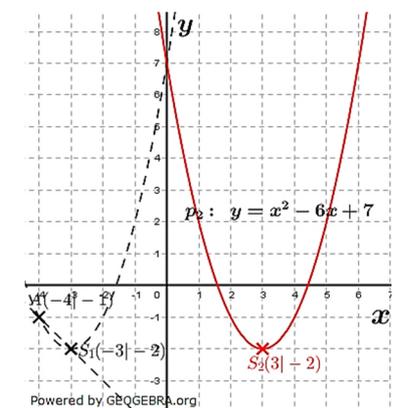
Parabel  $p_2$ :

$$p_2: y = (x - x_s)^2 + y_s \quad | \text{ Scheitelpunktgleichung}$$

$$S_2: S_2(-x_{S_1} | y_{S_1}) = S_2(3 | -2)$$

$$y = (x - 3)^2 - 2$$

$$y = x^2 - 6x + 7$$



Parabel  $p_3$ :

$$p_3: y = ax^2 + c$$

Der  $y$ -Achsenabschnitt von  $p_3$  ist gleich dem

$y$ -Achsenabschnitt von  $g$ .

$$b = c = -5$$

$$y = ax^2 - 5$$

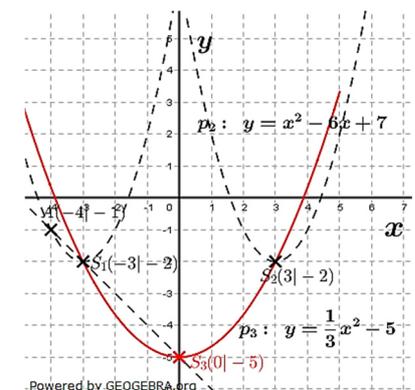
$$-2 = a \cdot 3^2 - 5 \quad | \text{ Punktprobe mit } S_2(3 | -2)$$

$$-2 = 9a - 5$$

$$3 = 9a$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 5$$



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

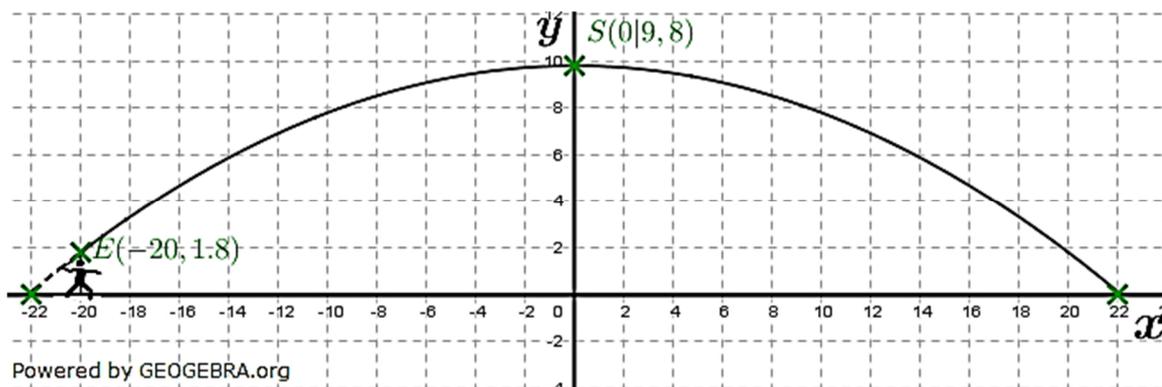
Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Lösung B3b/2021

### Lösungslogik

Parabelgleichung  $p$ :

Wir überlegen uns, wohin wir die  $y$ -Achse legen. Um eine einfache Parabelgleichung zu erhalten, legen wir die  $y$ -Achse durch den Scheitelpunkt (höchste Stelle).



Die Parabelgleichung hat jetzt die Form  $y = ax^2 + 9,8$

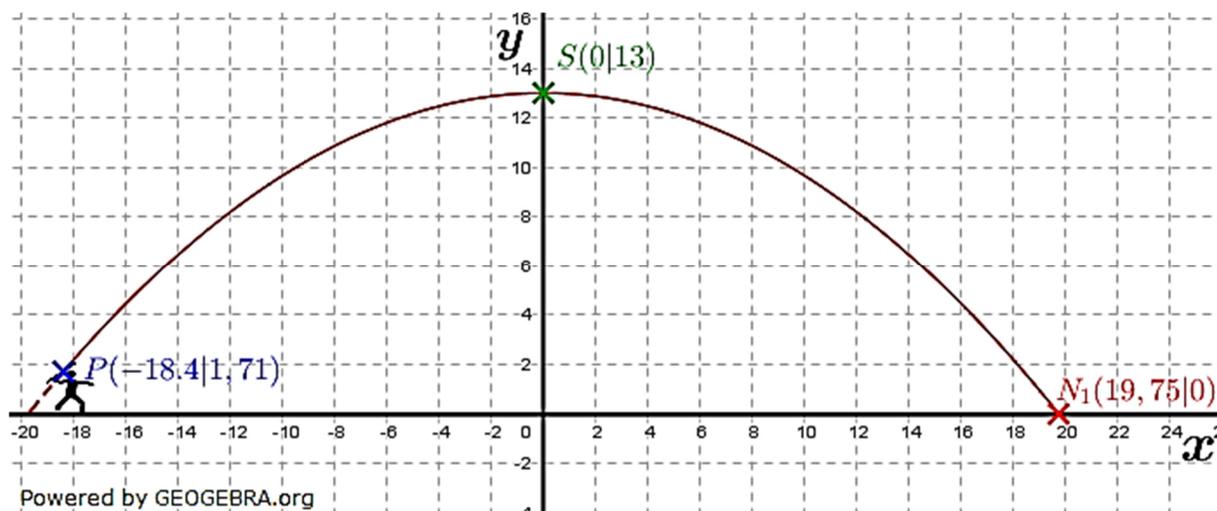
Über eine Punktprobe mit  $E(-20|1,8)$  lässt sich dann  $a$  ermitteln.

Wurfweite Speer:

Wir berechnen die rechte Nullstelle  $N_1$ . Die Wurfweite ist dann die Strecke  $\overline{EN_1}$

Abwurfhöhe für  $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$

Wir benötigen zunächst die rechte Nullstelle.



Aus der Wurfweitenangabe von 38,15 m lässt sich der Abwurfstelle ermitteln. Von dieser Stelle benötigen wir dann den  $y$ -Wert.

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Funktionen (Gerade, Parabel)

## Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

### Klausuraufschrieb

#### Parabelgleichung p:

$p_1$ : Wir legen die  $y$ -Achse durch den höchsten Punkt  $y_s = 9,8$ . Die Parabelgleichung hat damit die Form  $y = ax^2 + 9,8$ .

$$\begin{array}{l|l} 1,8 = a \cdot (-20)^2 + 9,8 & \text{Punktprobe mit Abwurfstelle } E(-20|1,8) \\ 1,8 = 400a + 9,8 & | \quad -9,8 \\ -8 = 400a & | \quad :400 \\ a = -\frac{1}{50} & \end{array}$$

Die Parabel hat die Gleichung  $y = -\frac{1}{50}x^2 + 9,8$ .

#### Wurfweite d Speer:

Die Wurfweite  $d$  setzt sich zusammen aus den  $20 \text{ m}$  von der Abwurfstelle bis zur Scheitelstelle zuzüglich der Entfernung von der Scheitelstelle bis zur rechten Nullstelle  $N_1$ .

$$\begin{array}{l|l} d: \quad d = 20 + \overline{ON_1} & \\ -\frac{1}{50}x^2 + 9,8 = 0 & | \quad \text{Nullstellen berechnen} \\ \frac{1}{50}x^2 = 9,8 & | \quad \cdot 50 \\ x^2 = 490 & | \quad \sqrt{\quad} \\ x_{1,2} = \pm 22,14 & \\ d = 20 + 22,14 = 42,14 & \\ \text{Die Wurfweite des Speers beträgt } 42,14 \text{ m.} & \end{array}$$

Abwurfhöhe  $h$  für  $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$

Gesucht ist der  $y$ -Wert einer Abwurfstelle  $x_E$ . Die Wurfweite  $d$  beträgt  $38,15 \text{ m}$

$$\begin{array}{l} d: \quad d = |x_E| + \overline{ON_1} \\ |x_E| = d - \overline{ON_1} = 38,15 - \overline{ON_1} \\ \text{Berechnung der Nullstellen:} \\ -\frac{1}{30}x^2 + 13 = 0 \\ \frac{1}{30}x^2 = 13 \\ x^2 = 390 \\ x_{1,2} = \pm 19,75 \rightarrow \overline{ON_1} = 19,75 \\ |x_E| = 38,15 - 19,75 = 18,4 \\ x_E = -18,4 \\ y_E = -\frac{1}{30} \cdot (-18,4)^2 + 13 = 1,71 \\ \text{Die Abwurfhöhe beträgt } 1,71 \text{ m.} \end{array}$$

### Lösung B4a/2021

#### Lösungslogik

**Gerade g:**

Aufstellung der Geradengleichung über  $y = mx + b$  durch zwei Punkte.

**Parabel p:**

Aufstellung der Parabelgleichung über  $y = x^2 + bx + c$  durch zwei Punkte.

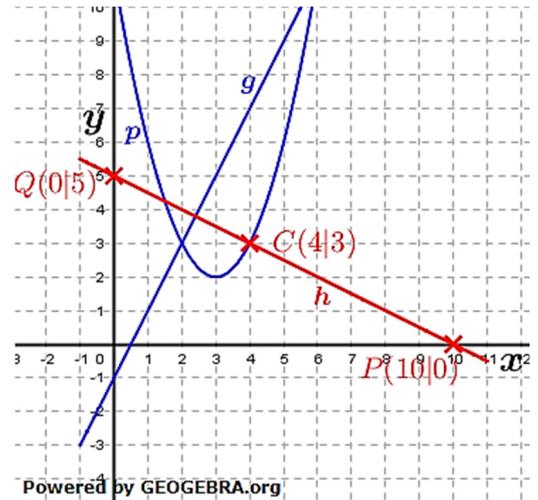
**y-Koordinate Punkt C:**

Wir setzen in der Funktionsgleichung von  $p$   $x$  auf den Wert 4 und berechnen darüber die  $y_C$ -Koordinate.

**Geradengleichung  $h \perp g$  durch C:**

Wir setzen in die Geradengleichung  $y = m_h x + b$  die Steigung  $m_h$  auf  $-\frac{1}{m_g}$

(Orthogonalitätsbedingung). Anschließend machen wir eine Punktprobe mit  $C$  zur Berechnung des Parameters  $b$ .



**Schnittpunkte von  $h$  mit den Koordinatenachsen:**

Für den Schnittpunkt  $P$  setzen wir  $y$  auf Null.

Für den Schnittpunkt  $Q$  setzen wir  $x$  auf Null.

#### Klausuraufschrieb

**Gerade g:**

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - 11}{2 - 6} = 2$$

$$y = 2x + b$$

$$3 = 2 \cdot 2 + b$$

$$-1 = b$$

$$y = 2x - 1$$

| Punktprobe mit  $A(2|3)$

**Parabel p:**

$$y = x^2 + bx + c$$

$$(i) \quad 3 = 2^2 + 2b + c$$

$$(ii) \quad 11 = 6^2 + 6b + c$$

$$(ii) - (i) \quad 8 = 32 + 4b$$

$$4b = -24$$

$$b = -6$$

$$b \rightarrow (i)$$

| Punktprobe mit  $A(2|3)$

| Punktprobe mit  $B(6|11)$

|  $-32$

|  $:4$

$$(i) \quad 3 = 4 - 2 \cdot 6 + c$$

$$7 = c$$

$$y = x^2 - 6x + 11$$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

y-Koordinate Punkt  $C(4|y_C)$ :

$$y_C = 4^2 - 6 \cdot 4 + 11 = 3$$

$C(4|3)$

Geradengleichung  $h \perp g$  durch  $C$ :

$$h: y = m_h x + b$$

$$m_h = -\frac{1}{m_g}$$

| Orthogonalitätsbedingung

$$y = -\frac{1}{m_g} x + b$$

$$y = -\frac{1}{2} x + b$$

$$3 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + b$$

| Punktprobe mit  $C(4|3)$

$$b = 5$$

$$y = -\frac{1}{2} x + 5$$

Schnittpunkte von  $h$  mit den Koordinatenachsen:

Schnittpunkt  $P$  mit  $y = 0$

$$-\frac{1}{2} x + 5 = 0$$

$$\frac{1}{2} x = 5$$

$$x = 10 \rightarrow P(10|0)$$

Schnittpunkt  $Q$  mit  $x = 0$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 5$$

$$y = 5 \rightarrow Q(0|5)$$

## Lösung B1b/2022

### Lösungslogik

Koordinaten Schnittpunkte  $P$  und  $Q$ :

Schnittpunkte bestimmen wir durch

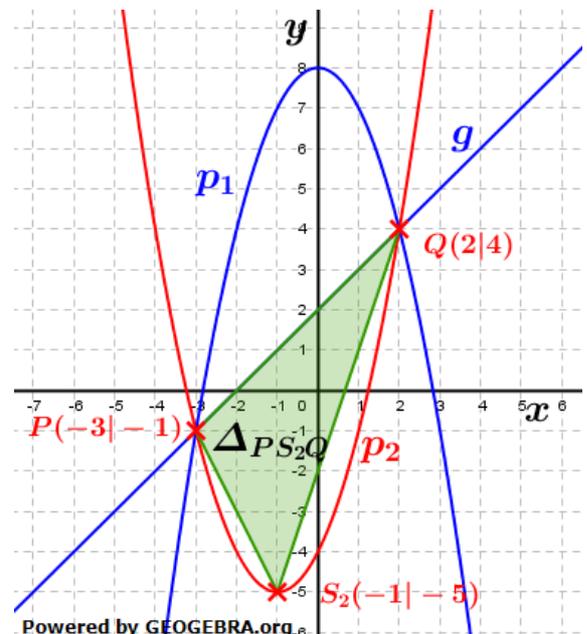
Gleichsetzung von  $g$  mit  $p_1$ . Die so entstehende Gleichung lösen wir nach  $x$  auf. Haben wir die beiden  $x$ -Werte ermittelt, setzen wir diese noch in die Geradengleichung  $g$  ein zur Ermittlung der zugehörigen  $y$ -Werte.

Koordinaten des Scheitelpunktes von  $p_2$ :

Über die allgemeine Form der

Funktionsgleichung einer Normalparabel  $y = x^2 + px + q$  machen wir mit den beiden ermittelten Punkten  $P$  und  $Q$  zwei

Punktproben und stellen das Gleichungssystem von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten auf. Wir lösen das LGS nach  $p$  und  $q$  auf. Die so erhaltene allgemeine Form stellen wir um in die Scheitelpunktgleichung einer Parabel und lesen daraus die Koordinaten von  $S_2$  ab.



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Funktionen (Gerade, Parabel)

## Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

Prüfung von Robins Behauptung:

Wir bestimmen die Längen der Strecken  $\overline{PQ}$ ,  $\overline{PS_2}$  und  $\overline{QS_2}$ . Danach prüfen wir, ob die Strecken den Satz des Pythagoras erfüllen.

### Klausuraufschrieb

Koordinaten Schnittpunkte P und Q:

$p_1 \cap g$ :

$$-x^2 + 8 = x + 2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$+x^2 - 8$$

p/q-Formel

$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6} = -0,5 \pm \sqrt{6,25} = -0,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -3$$

$$y_1 = x_1 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$y_2 = x_2 + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$P(-3|-1); \quad Q(2|4)$$

Koordinaten des Scheitelpunktes von  $p_2$ :

Allgemeine Form Funktionsgleichung Parabel:  $y = x^2 + px + q$

Punktproben:

$$(i) \quad -1 = 9 - 3p + q$$

Punktprobe mit  $P(-3|-1)$

$$(ii) \quad 4 = 4 + 2p + q$$

Punktprobe mit  $Q(2|4)$

$$(i)-(ii) \quad -5 = 5 - 5p$$

$$-5$$

$$-10 = -53p$$

$$: (-5)$$

$$p = 2$$

$$p \rightarrow (i)$$

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

$$-1 = 9 - 6 + q$$

$$-3$$

$$-4 = q$$

$$p_2: \quad y = x^2 + 2x - 4$$

$$y = (x + 1)^2 - 1 - 4$$

$$y = (x + 1)^2 - 5$$

$$S_2(-1|-5)$$

quadratische Ergänzung

Scheitelpunktgleichung

Prüfung von Robins Behauptung:

Bestimmung der Streckenlängen.

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (4 - (-1))^2} = \sqrt{50}$$

$$\overline{PS_2} = \sqrt{(x_{S_2} - x_P)^2 + (y_{S_2} - y_P)^2} = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-5 - (-1))^2} = \sqrt{20}$$

$$\overline{QS_2} = \sqrt{(x_{S_2} - x_Q)^2 + (y_{S_2} - y_Q)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-5 - 4)^2} = \sqrt{90}$$

Die längste Strecke ist somit  $\overline{QS_2}$ . Es müsste also gelten:

$$\overline{QS_2}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PS_2}^2$$

$$90 \stackrel{?}{=} 50 + 20$$

$$90 \neq 70$$

Robin hat nicht Recht.

## Lösung B2a/2022

### Lösungslogik

#### Funktionsgleichung $p_1$ :

Der Grafik entnehmen wir, dass die Symmetrieachse bei  $x = 1$  liegt. Die Scheitelpunktgleichung lautet somit  $y = (x - 1)^2 + y_S$ . Um  $y_S$  zu berechnen machen wir eine Punktprobe mit z. B. Punkt R.

#### Funktionsgleichung $p_2$ :

Die nach unten geöffnete Parabel ist in  $x$ -Richtung nicht verschoben und hat ihren Scheitel in  $S_2(0|6)$ . Mit welchem Faktor die Parabel in  $y$ -Richtung gestreckt ist, ist noch unbekannt. Somit lautet die allgemeine Gleichung zunächst  $y = ax^2 + 6$ . Um  $a$  zu berechnen, machen wir eine Punktprobe mit Punkt T.

#### Funktionsgleichung $g$ :

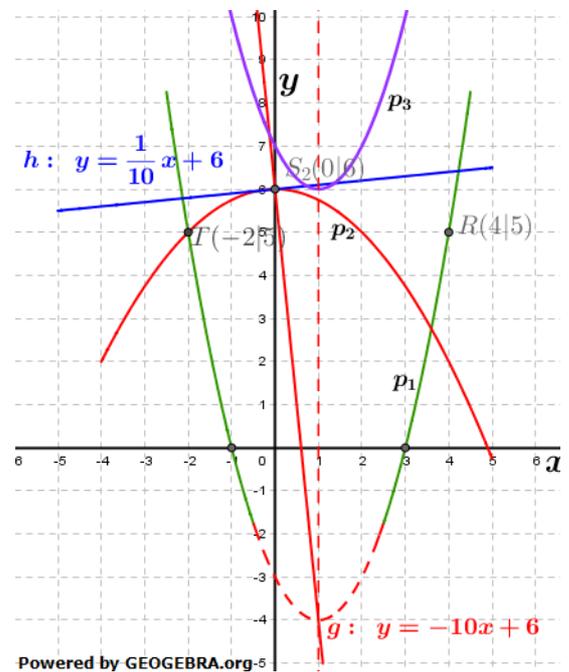
Aus Berechnung von  $p_1$  ist  $S_1$  bekannt.  $S_2$  ist gegeben. Wir stellen die Funktionsgleichung der Geraden  $g$  mit  $y = mx + b$  durch die beiden Punkte  $S_1$  und  $S_2$  auf.

#### Funktionsgleichung $h$ :

Wegen  $g \perp h$  gilt  $m_h = -\frac{1}{m_g}$ . Damit ergibt sich die Funktionsgleichung von  $h$  zu  $y = -\frac{1}{m_g}x + b$ . Zur Berechnung von  $b$  machen wir eine Punktprobe mit  $R(4|5)$ .

#### Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:

Diese Parabel muss dieselbe Symmetrieachse besitzen wie  $p_1$  und den tiefsten Punkt höher liegen haben als der  $y$ -Wert von  $p_2$  an der Stelle  $x = 1$ .



### Klausuraufschrieb

#### Funktionsgleichung $p_1$ :

Symmetrieachse von  $p_1$  ist  $x = 1$ . Damit lautet die Scheitelpunktgleichung von  $p_1$   $y = (x - 1)^2 + y_{S_1}$

$$5 = (4 - 1)^2 + y_{S_1} \quad | \quad \text{Punktprobe mit } R(4|5)$$

$$5 = 9 + y_{S_1} \quad | \quad -9$$

$$y_{S_1} = -4$$

$$y = (x - 1)^2 - 4$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

#### Funktionsgleichung $p_2$ :

In  $-$ Richtung unverschobene, gestreckte Parabel mit Scheitel  $S_2(0|6)$

$$y = ax^2 + 6$$

$$5 = a \cdot (-2)^2 + 6 \quad | \quad \text{Punktprobe mit } T(-2|5)$$

$$4a = -1 \quad | \quad :4$$

$$a = -0,25$$

$$y = -0,25x^2 + 6$$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

Funktionsgleichung  $g$ :

$$g: y = m_g \cdot x + b$$

$$m_g = \frac{y_{S_2} - y_{S_1}}{x_{S_2} - x_{S_1}} = \frac{6 - (-4)}{0 - 1} = -10$$

$$y = -10x + b$$

$$6 = -10 \cdot 0 + b$$

| Punktprobe mit  $S_2(0|6)$

$$b = 6$$

$$y = -10x + 6$$

Funktionsgleichung  $h$ :

Wegen  $g \perp h$  gilt  $m_h = -\frac{1}{m_g}$  mit  $m_g = -10$ .

$$h: y = -\frac{1}{-10} \cdot x + b = \frac{1}{10}x + b$$

$$5 = \frac{1}{10} \cdot 4 + b$$

| Punktprobe mit  $R(4|5)$

$$5 - \frac{4}{10} = b$$

$$b = 4,6$$

$$y = \frac{1}{10}x + 4,6$$

Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:

Symmetrieachse  $x = 1$  mit  $y$ -Wert größer  $y$ -Wert  $p_2$  bei  $x = 1$ .

$$p_3: y = (x - 1)^2 + 6 = x^2 + 2x + 7$$

## Lösung B3b/2022

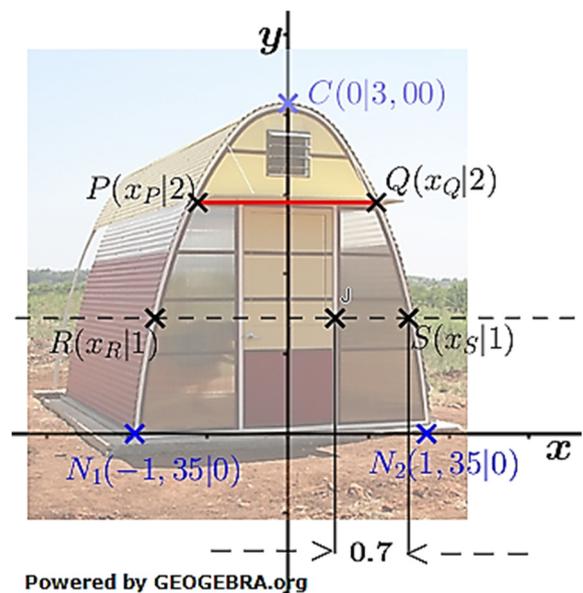
### Lösungslogik

Parabelgleichung  $p$  der Außenkontur:

Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems in die Mitte des Tiny House am Boden (siehe Grafik). Dann ist die Außenkontur eine nach unten geöffnete in  $x$ -Richtung unverschobene Parabel mit der Grundgleichung  $y = ax^2 + c$ .  $c$  ist dabei die Höhe des Tiny House.  $N_1$  und  $N_2$  sind die beiden Nullstellen. Zur Berechnung von  $a$  machen wir eine Punktprobe mit  $N_2$ .

Breite  $b$  des Vordachs.

Der äußerste Rand des Vordaches schneidet die Außenkontur in den Punkten  $P$  und  $Q$ . Die Breite des Vordaches ist dann die Länge der Strecke  $\overline{PQ}$ . Zur Berechnung der  $x$ -Koordinaten der Punkte  $P$  und  $Q$  setzen wir  $y$  auf die Höhe der Tür mit  $y = 2$ .



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

*Flächeninhalt der Tür:*

Wie beim Vordach berechnen wir die Schnittpunkte  $R$  und  $S$  einer Parallelen zur  $x$ -Achse in der Höhe  $y = 1$ . Von der Länge der Strecke  $\overline{RS}$  wird dann  $2 \cdot 0,7 \text{ m} = 1,4 \text{ m}$  subtrahiert. Das Ergebnis ist dann die Breite der Tür. Diese multipliziert mit der Höhe der Tür ergibt dann die Türfläche.

## Klausuraufschrieb

*Parabelgleichung p:*

p: Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems auf den Boden in die Mitte des Tiny House.

Die Parabelgleichung hat damit die Form  $y = ax^2 + c$  mit  $c = 3$  (Höhe)

$$y = ax^2 + 3$$

$$0 = a \cdot 1,35^2 + 3$$

$$0 = 1,8225a + 3$$

$$-3 = 1,8225a$$

$$a = -1,646$$

| Punktprobe mit Nullstelle  $N_2(1,35|0)$

|  $-3$

|  $: 1,8225$

*Die Parabel hat die Gleichung  $y = -1,646x^2 + 3$ .*

*Breite b des Vordachs.*

Die Vordachhöhe ist  $y = 2,00 \text{ m}$ . Berechnung von zwei Schnittpunkten  $P$  und  $Q$ :

$$2 = -1,646x^2 + 3$$

$$-1 = -1,646x^2$$

$$x^2 = 0,6075$$

$$x_{1,2} = \pm 0,78 \rightarrow P(-0,78|2); Q(0,78; 2)$$

$$b: b = x_Q - x_P = 0,78 - (-0,78) = 1,56$$

*Das Vordach ist 1,56 m breit.*

*Flächeninhalt der Tür:*

Schnittpunkte  $R$  und  $S$  einer Parallelen zur  $x$ -Achse in der Höhe  $y = 1$ .

$$1 = -1,646x^2 + 3$$

$$-2 = -1,646x^2$$

$$x^2 = 1,215$$

$$x_{1,2} = \pm 1,10 \rightarrow R(-1,10|1); S(1,10; 1)$$

Breite der Tür:

$$b: b = 2(x_S - 0,7) = 2 \cdot (1,1 - 0,7) = 0,80$$

*Die Tür ist 0,8 m breit.*

$$A_{\text{Tür}} = h_{\text{Tür}} \cdot b_{\text{Tür}} = 2 \cdot 0,8 = 1,6$$

*Die Tür hat eine Fläche von  $1,6 \text{ m}^2$ .*

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

## Lösung B4a/2022

### Lösungslogik

Schnittpunkt  $p_1$  mit  $p_2$ :

Schnittpunktberechnung durch Gleichsetzung und Auflösen der Gleichung nach  $x$ . Einsetzen des ermittelten  $x$ -Wertes in  $p_1$  oder  $p_2$  zur Berechnung des zugehörigen  $y$ -Wertes.

Berechnung der Schnittpunkte  $N_1$  und  $N_2$  von  $p_1$  mit der  $x$ -Achse:

Wir setzen die Funktionsgleichung  $p_1$  auf Null und lösen die Gleichung nach  $x$  auf.

Flächenberechnung Dreieck  $N_1Q_1N_2$ :

Basis des Dreiecks ist die Länge der Strecke  $\overline{N_1N_2}$ . Die Höhe ist der Betrag des  $y$ -Wertes von  $Q_1$ .

Lage von  $Q_2$  für maximalen

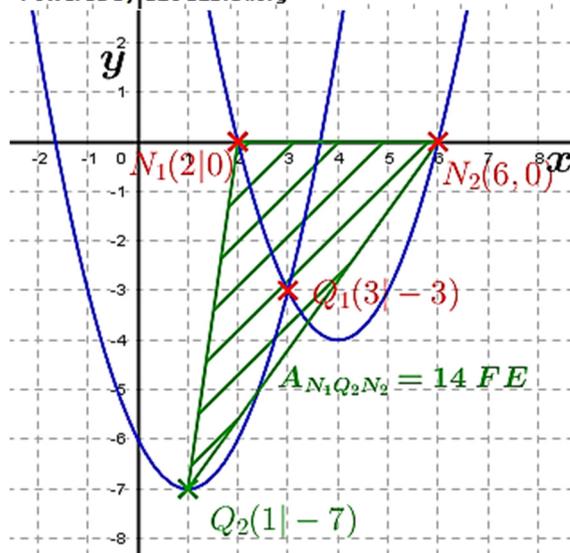
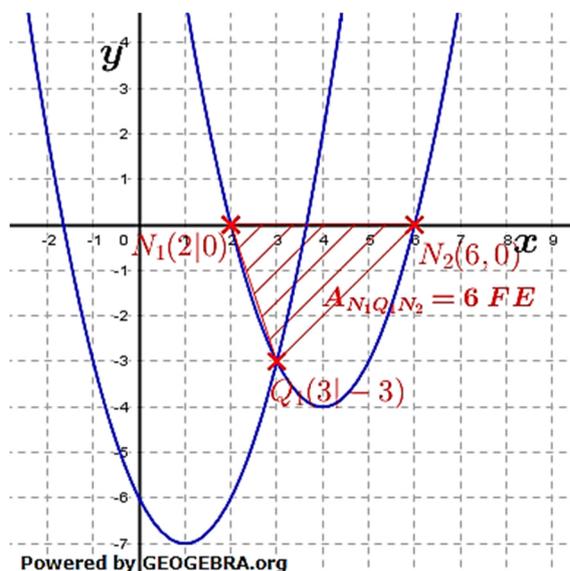
Flächeninhalt des Dreieck  $N_1Q_2N_2$ :

Der Punkt  $Q_2$  wandert auf der Parabel  $p_2$ . Der Betrag des  $y$ -Wertes von  $Q_2$  stellt die Höhe des Dreiecks dar. Die Basis mit der Strecke  $\overline{N_1N_2}$  ist konstant. Der größte Flächeninhalt ist dann, wenn die Höhe des Dreiecks am größten ist. Dies ist im Scheitelpunkt von  $p_2$  der Fall.

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck

$N_1Q_2N_2$ :

Berechnung über Flächeninhaltsformel eines Dreiecks  $A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$ .



### Klausuraufschrieb

Schnittpunkt  $p_1$  mit  $p_2$ :

$$p_1 \cap p_2$$

$$x^2 - 8x + 12 = (x - 1)^2 - 7$$

$$x^2 - 8x + 12 = x^2 - 2x - 6$$

$$-8x + 12 = -2x - 6 \quad | \quad +6$$

$$-8x + 18 = -2x \quad | \quad +8x$$

$$18 = 6x \quad | \quad :6$$

$$x = 3$$

$$y = (3 - 1)^2 - 7$$

$$y = 4 - 7 = -3$$

$$Q_1(3 | -3)$$

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

Berechnung der Schnittpunkte  $N_1$  und  $N_2$  von  $p_1$  mit der  $x$ -Achse:

Nullstellen mit  $y = 0$  setzen.

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2 \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 6$$

$$N_1(2|0); \quad N_2(6|0)$$

Flächenberechnung Dreieck  $N_1Q_1N_2$ :

$$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_1}|$$

$$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot (6 - 2) \cdot 3 = 6 \text{ FE}$$

Lage von  $Q_2$  für maximalen Flächeninhalt des Dreieck  $N_1Q_2N_2$ :

$$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$$

$\overline{N_1N_2}$  ist konstant.  $A_{N_1Q_2N_2}$  hat größten Flächeninhalt wenn  $|y_{Q_2}|$  am größten ist.

Dies ist im Scheitelpunkt von  $p_2$  der Fall.

$$|y_{Q_2}| = 7$$

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck  $N_1Q_2N_2$ :

$$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14 \text{ FE}$$