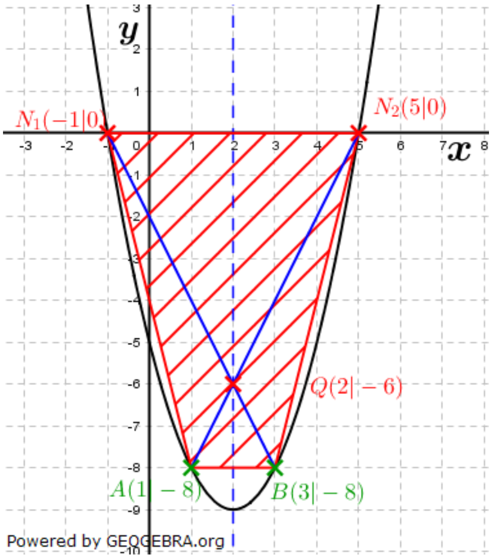
Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

Lösung B1b/2021

Lösungslogik

Parabelgleichung p:



Aus den gegebenen Punkten $A(1|-8)$ und $B(3|-8)$ schließen wir auf die Symmetrieachse $x = 2$, gleichzeitig des Scheitels.
Die Scheitelpunktgleichung lautet somit $y = (x-2)^2 + y_s$. Über eine Punktprobe mit $B(3|-8)$ lässt sich die y-Koordinate des Scheitels ermitteln.
Durch Ausmultiplikation des Binoms erhalten wir dann die Normalgleichung von p.

Fläche Viereck durch A, B und die beiden Nullstellen:

Wir setzen y der Parabelgleich auf , lösen die quadratische Gleichung nach x auf und erhalten die beiden Nullstellen.
Das Viereck ist ein Trapez, die Fläche des Trapezes ermittelt sich dann aus:
$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{N_1N_2} + \overline{AB}) \cdot h$ mit $h = 8$

Koordinaten des Punktes Q:

Wir stellen die Geradengleichungen durch die Punkte A und N_2 sowie B und N_1 auf. Ermittlung des Schnittpunktes der beiden Geraden durch Gleichsetzung der Geradengleichungen.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p_1: Wegen der Symmetrie der beiden Punkte A und B liegt die Symmetrieachse der Parabel bei $x = 2$.

$y = (x-2)^2 + y_S$	|	Scheitelpunktform der Parabel
$-8 = (3-2)^2 + y_s$	|	Punktprobe mit $B(3|-8)$
$-8 = 1 + y_s$	|	-1
$y_s = -9$		
$y = (x-2)^2 - 9$		
$y = x^2 - 4x - 5$		

Die Normalform der Parabel p lautet $y = x^2 - 4x - 5$

Fläche Viereck durch A, B und die beiden Nullstellen:

Berechnung der Nullstellen:

$x^2 - 4x - 5 = 0$		
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+5} = 2 \pm 3$	|	pq –Formel
$x_1 = 5; \quad x_2 = -1$		

Das Viereck ABN_2N_1 ist ein Trapez.

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$a = \overline{N_1N_2} = 6; \quad c = \overline{AB} = 2; \quad h = 8$

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (6+2) \cdot 8 = 32$

Das Viereck hat eine Fläche von $32\ FE$.

Koordinaten des Punktes Q:
Gerade g durch A und N_2:

g: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-8)}{5-1} = 2$

$y = 2x + b$

$-8 = 2 \cdot 1 + b$ | *Punktprobe mit* $A(1|-8)$

$b = -10$

$y = 2x - 10$

Gerade h durch B und N_1:

h: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8}{1-(-1)} = -2$

$y = -2x + b$

$-8 = -2 \cdot 3 + b$ | *Punktprobe mit* $B(3|-8)$

$b = -2$

$y = -2x - 2$

$g \cap h$

$2x - 10 = -2x - 2$ | $-2x;\ +10$

$4x = 8$ ➔ $x = 2$

$x \to h$

$y = -2 \cdot 2 - 2$

$y = -6$

Der Punkt hat die Koordinaten $Q(2|-6)$.

Lösung B2a/2021

<u>Lösungslogik</u>

Parabel p_1 und Gerade g:
Über eine Punktprobe mit A lässt sich der Parameter b errechnen.
Wir stellen die Gleichung von in die Scheitelpunkform um, um die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 zu erhalten.
Wir stellen die Geradengleichung g über die beiden Punkte A und S_1 auf.

Parabel p_2:
Den Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 erhalten wir durch Spiegelung an der y-Achse. Die Spiegelung erhalten wir wie folgt:
Sei $S_1(x|y)$ so ist $S_2(-x|y)$.
Wir stellen die Scheitelpunktgleichung auf, multiplizieren das Binom aus und fassen zusammen.

Parabel p_3:
Der y-Achsenabschnitt von p_3 ist gleich dem y-Achsenabschnitt von g.
Mit einer Punktprobe mit S_1 oder mit S_2 lässt sich der noch unbekannte Parameter g errechnen.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Parabel p_1 und Gerade g:

p_1: $y = x^2 + bx + 7$

$-1 = (-4)^2 + b \cdot (-4) + 7$ | Punktprobe mit $A(-4|-1)$

$-1 = 16 - 4b + 7$ | -23

$-24 = -4b$

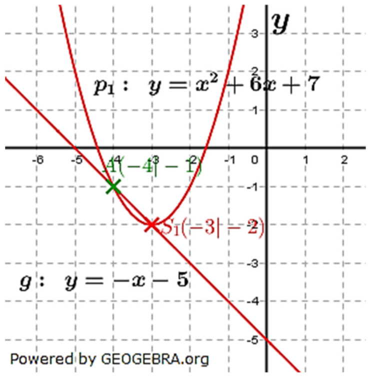
$b = 6$

$y = x^2 + 6x + 7$

$y = (x+3)^2 - 9 + 7$ | quadratische Ergänzung

$y = (x+3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung

$S_1(-3|-2)$



g: $y = mx + b$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-(-1)}{-3-(-4)} = -1$

$y = -x + b$

$-1 = -(-4) + b$ | Punktprobe mit $A(-4|-1)$

$-1 = 4 + b$

$b = -5$

$y = -x - 5$

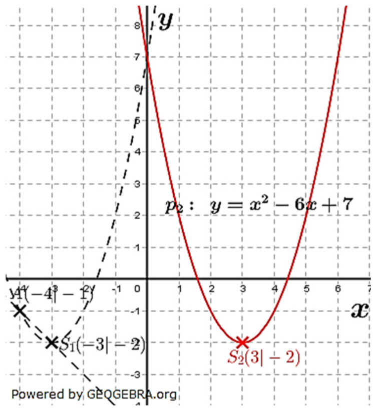
Parabel p_2:

p_2: $y = (x - x_s)^2 + y_s$ | Scheitelpunktgleichung

S_2: $S_2(-x_{S_1}|y_{S_1}) = S_2(3|-2)$

$y = (x-3)^2 - 2$

$y = x^2 - 6x + 7$



Parabel p_3:

p_2: $y = ax^2 + c$

Der y-Achsenabschnitt von p_3 ist gleich dem y-Achsenabschnitt von g.

$b = c = -5$

$y = ax^2 - 5$

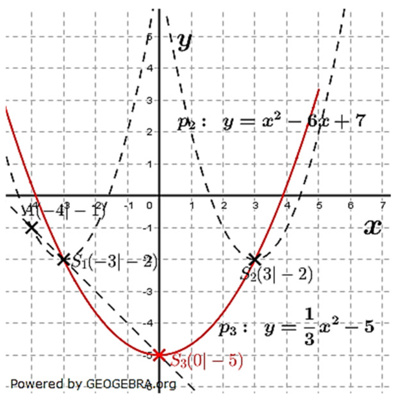
$-2 = a \cdot 3^2 - 5$ | Punktprobe mit $S_2(3|-2)$

$-2 = 9a - 5$

$3 = 9a$

$a = \frac{1}{3}$

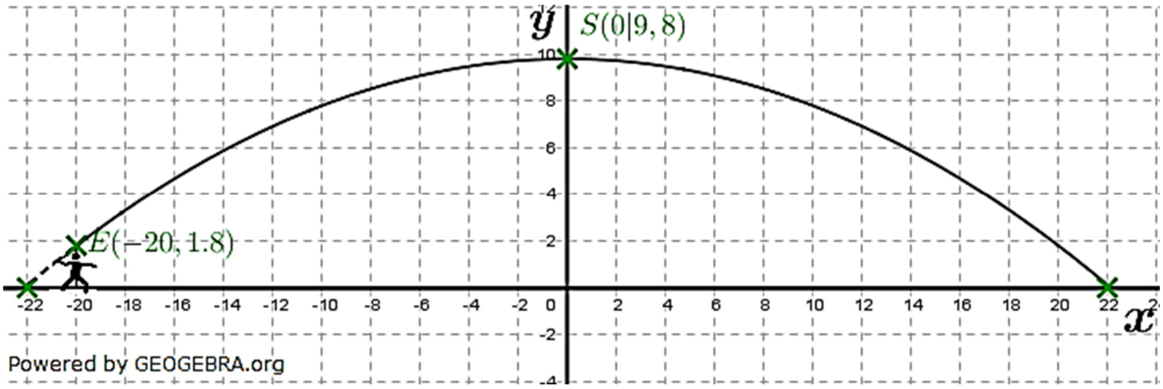
$y = \frac{1}{3}x^2 - 5$



Lösung B3b/2021

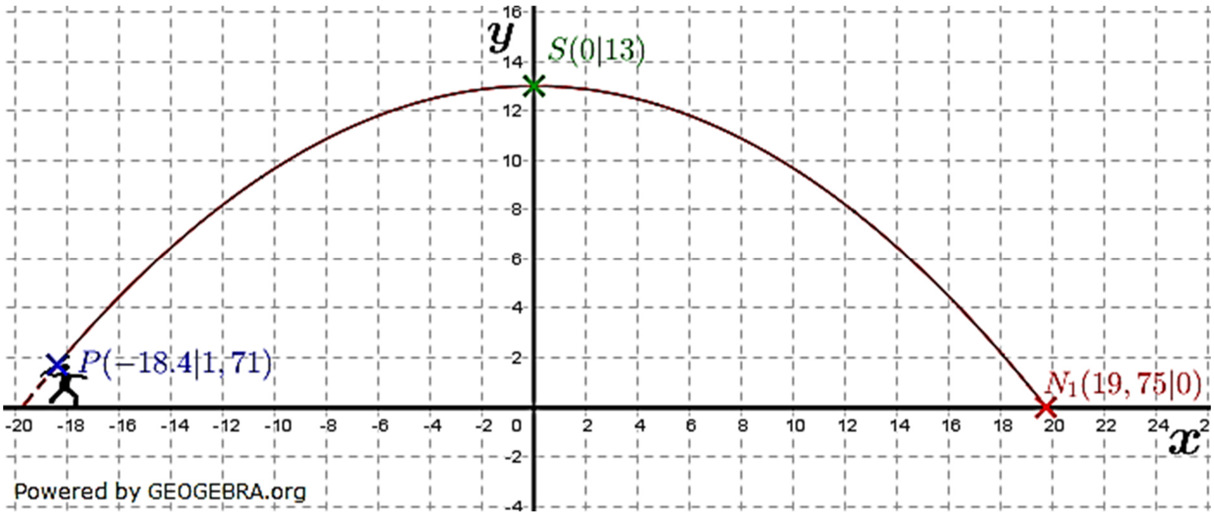
Lösungslogik

Parabelgleichung p:
Wir überlegen uns, wohin wir die y-Achse legen. Um eine einfache Parabelgleichung zu erhalten, legen wir die y-Achse durch den Scheitelpunkt (höchste Stelle).



Die Parabelgleichung hat jetzt die Form $y = ax^2 + 9{,}8$
Über eine Punktprobe mit $E(-20|1{,}8)$ lässt sich dann a ermitteln.
Wurfweite Speer:
Wir berechnen die rechte Nullstelle N_1. Die Wurfweite ist dann die Strecke $\overline{EN_1}$

Abwurfhöhe für $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$
Wir benötigen zunächst die rechte Nullstelle.



Aus der Wurfweitenangabe von $38{,}15\,m$ lässt sich der Abwurfstelle ermitteln.
Von dieser Stelle benötigen wir dann den y-Wert.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p_1: Wir legen die y-Achse durch den höchsten Punkt $y_s = 9{,}8$. Die Parabelgleichung hat damit die Form $y = ax^2 + 9{,}8$.

$1{,}8 = a \cdot (-20)^2 + 9{,}8$ | Punktprobe mit Abwurfstelle $E(-20|1{,}8)$

$1{,}8 = 400a + 9{,}8$ | $-9{,}8$

$-8 = 400a$ | $:400$

$a = -\frac{1}{50}$

Die Parabel hat die Gleichung $y = -\frac{1}{50}x^2 + 9{,}8$.

Wurfweite d Speer:

Die Wurfweite d setzt sich zusammen aus den $20\,m$ von der Abwurfstelle bis zur Scheitelstelle zuzüglich der Entfernung von der Scheitelstelle bis zur rechten Nullstelle N_1.

d: $d = 20 + \overline{ON_1}$

$-\frac{1}{50}x^2 + 9{,}8 = 0$ | Nullstellen berechnen

$\frac{1}{50}x^2 = 9{,}8$ | $\cdot 50$

$x^2 = 490$ | $\sqrt{}$

$x_{1,2} = \pm 22{,}14$

$d = 20 + 22{,}14 = 42{,}14$

Die Wurfweite des Speers beträgt $42{,}14\,m$.

Abwurfhöhe h für $y = -\frac{1}{30}x^2 + 13$

Gesucht ist der y-Wert einer Abwurfstelle x_E. Die Wurfweite d beträgt $38{,}15\,m$

d: $d = |x_E| + \overline{ON_1}$

$|x_E| = d - \overline{ON_1} = 38{,}15 - \overline{ON_1}$

Berechnung der Nullstellen:

$-\frac{1}{30}x^2 + 13 = 0$

$\frac{1}{30}x^2 = 13$

$x^2 = 390$

$x_{1,2} = \pm 19{,}75 \;\rightarrow\; \overline{ON_1} = 19{,}75$

$|x_E| = 38{,}15 - 19{,}75 = 18{,}4$

$x_E = -18{,}4$

$y_E = -\frac{1}{30} \cdot (-18{,}4)^2 + 16 = 1{,}71$

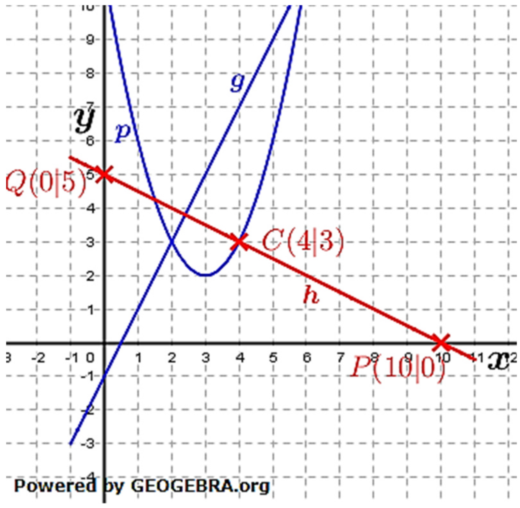
Die Abwurfhöhe beträgt $1{,}71\,m$.

Lösung B4a/2021

<u>Lösungslogik</u>

Gerade g:
Aufstellung der Geradengleichung über $y = mx + b$ durch zwei Punkte.

Parabel p:
Aufstellung der Parabelgleichung über $y = x^2 + bx + c$ durch zwei Punkte.



y-Koordinate Punkt C:
Wir setzen in der Funktionsgleichung von p x auf den Wert 4 und berechnen darüber die y_C-Koordinate.

Geradengleichung $h \perp g$ durch C:
Wir setzen in die Geradengleichung $y = m_h x + b$ die Steigung m_h auf $-\frac{1}{m_g}$ (Orthogonalitätsbedingung).Anschließend machen wir eine Punktprobe mit C zur Berechnung des Parameters b.

Schnittpunkte von h mit den Koordinatenachsen:
Für den Schnittpunkt P setzen wir y auf Null.
Für den Schnittpunkt Q setzen wir x auf Null.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Gerade g:

$y = mx + b$

$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-11}{2-6} = 2$

$y = 2x + b$

$3 = 2 \cdot 2 + b$ | Punktprobe mit $A(2|3)$

$-1 = b$

$y = 2x - 1$

Parabel p:

$y = x^2 + bx + c$

(i) $3 = 2^2 + 2b + c$ | Punktprobe mit $A(2|3)$

(ii) $11 = 6^2 + 6b + c$ | Punktprobe mit $B(6|11)$

(ii)-(i) $8 = 32 + 4b$ | -32

$4b = -24$ | $:4$

$b = -6$

$b \rightarrow (i)$

(i) $3 = 4 - 2 \cdot 6 + c$

$7 = c$

$y = x^2 - 6x + 11$

y-Koordinate Punkt $C(4|y_C)$:
$y_C = 4^2 - 6 \cdot 4 + 11 = 3$
$C(4|3)$

Geradengleichung $h \perp g$ durch C:

h: $y = m_h x + b$

$m_h = -\frac{1}{m_g}$ | Orthogonalitätsbedingung

$y = -\frac{1}{m_g}x + b$

$y = -\frac{1}{2}x + b$

$3 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + b$ | Punktprobe mit $C(4|3)$

$b = 5$

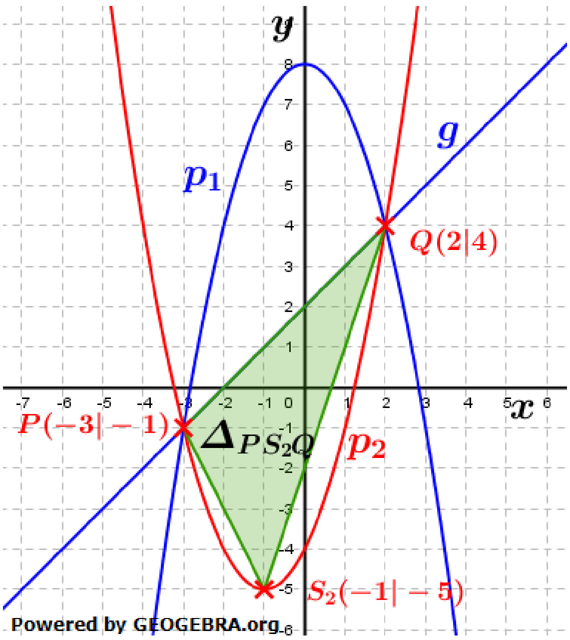
$y = -\frac{1}{2}x + 5$

Schnittpunkte von h mit den Koordinatenachsen:
Schnittpunkt P mit $y = 0$
$-\frac{1}{2}x + 5 = 0$
$\frac{1}{2}x = 5$
$x = 10$ ➔ $P(10|0)$
Schnittpunkt Q mit $x = 0$
$y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 5$
$y = 5$ ➔ $Q(0|5)$

Lösung B1b/2022

<u>Lösungslogik</u>

Koordinaten Schnittpunkte P und Q:
Schnittpunkte bestimmen wir durch Gleichsetzung von g mit p_1. Die so entstehende Gleichung lösen wir nach x auf. Haben wir die beiden x-Werte ermittelt, setzen wir diese noch in die Geradengleichung g ein zur Ermittlung der zugehörigen y-Werte.



Koordinaten des Scheitelpunktes von p_2:
Über die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer Normalparabel $y = x^2 + px + q$ machen wir mit den beiden ermittelten Punkten P und Q zwei Punktproben und stellen das Gleichungssystem von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten auf. Wir lösen das LGS nach p und q auf. Die so erhaltene allgemeine Form stellen wir um in die Scheitelpunktgleichung einer Parabel und lesen daraus die Koordinaten von S_2 ab.

Prüfung von Robins Behauptung:
Wir bestimmen die Längen der Strecken $\overline{PQ}$, $\overline{PS_2}$ und $\overline{QS_2}$. Danach prüfen wir, ob die Strecken den Satz des Pythagoras erfüllen.

<u>Klausuraufschrieb</u>
Koordinaten Schnittpunkte P und Q:
$p_1 \cap g$:
$-x^2+8=x+2 \qquad | \qquad +x^2-8$
$x^2+x-6=0 \qquad | \qquad p/q$-Formel
$x_{1,2}=-0{,}5\pm\sqrt{0{,}25+6}=-0{,}5\pm\sqrt{6{,}25}=-0{,}5\pm 2{,}5$
$x_1=2;\quad x_2=-3$
$y_1=x_1+2=2+2=4$
$y_2=x_2+2=-3+2=-1$
$P(-3|-1);\quad Q(2|4)$

Koordinaten des Scheitelpunktes von p_2:
Allgemeine Form Funktionsgleichung Parabel: $y=x^2+px+q$
Punktproben:
(i) $\quad -1=9-3p+q \qquad | \qquad$ Punktprobe mit $P(-3|-1)$
(ii) $\quad 4=4+2p+q \qquad | \qquad$ Punktprobe mit $Q(2|4)$

(i)-(ii) $\quad -5=5-5p \qquad | \qquad -5$
$-10=-53p \qquad | \qquad :(-5)$
$p=2$
$p\rightarrow(i)$
Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021
$-1=9-6+q \qquad | \qquad -3$
$-4=q$
p_2: $\quad y=x^2+2x-4$
$y=(x+1)^2-1-4 \qquad | \qquad$ quadratische Ergänzung
$y=(x+1)^2-5 \qquad | \qquad$ Scheitelpunktgleichung
$S_2(-1|-5)$

Prüfung von Robins Behauptung:
Bestimmung der Streckenlängen.

$$\overline{PQ}=\sqrt{\left(x_Q-x_P\right)^2+\left(y_Q-y_P\right)^2}=\sqrt{(2-(-3))^2+(4-(-1))^2}=\sqrt{50}$$

$$\overline{PS_2}=\sqrt{\left(x_{S_2}-x_P\right)^2+\left(y_{S_2}-y_P\right)^2}=\sqrt{(-1-(-3))^2+(-5-(-1))^2}=\sqrt{20}$$

$$\overline{QS_2}=\sqrt{\left(x_{S_2}-x_Q\right)^2+\left(y_{S_2}-y_Q\right)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(-5-4)^2}=\sqrt{90}$$

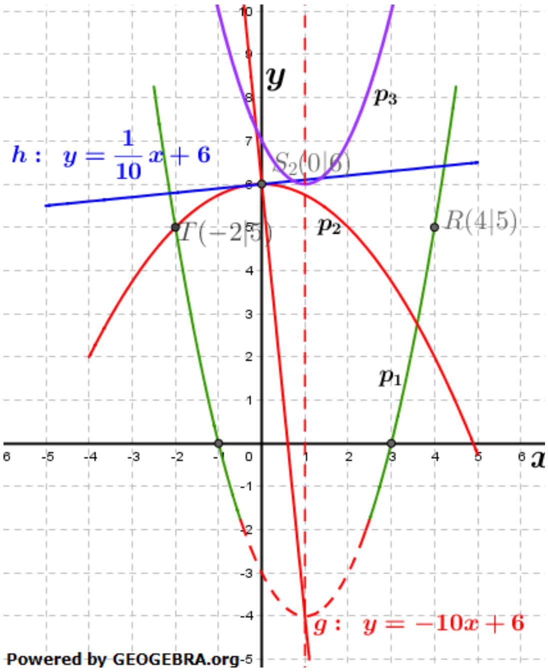
Die längste Strecke ist somit $\overline{QS_2}$. Es müsste also gelten:
$\overline{QS_2}^2=\overline{PQ}^2+\overline{PS_2}^2$
$90\overset{?}{=}50+20$
$90\neq 70$
Robin hat nicht Recht.

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) ab 2021

Lösung B2a/2022

<u>Lösungslogik</u>

Funktionsgleichung p_1:
Der Grafik entnehmen wir, dass die Symmetrieachse bei $x = 1$ liegt. Die Scheitelpunktgleichung lautet somit $y = (x-1)^2 + y_S$. Um y_S zu berechnen machen wir eine Punktprobe mit z. B. Punkt R.



Funktionsgleichung p_2:
Die nach unten geöffnete Parabel ist in x-Richtung nicht verschoben und hat ihren Scheitel in $S_2(0|6)$. Mit welchem Faktor die Parabel in y-Richtung gestreckt ist, ist noch unbekannt. Somit lautet die allgemeine Gleichung zunächst $y = ax^2 + 6$. Um a zu berechnen, machen wir eine Punktprobe mit Punkt T.

Funktionsgleichung g:
Aus Berechnung von p_1 ist S_1 bekannt. S_2 ist gegeben. Wir stellen die Funktionsgleichung der Geraden g mit $y = mx + b$ durch die beiden Punkte S_1 und S_2 auf.

Funktionsgleichung h:
Wegen $g \perp h$ gilt $m_h = -\frac{1}{m_g}$. Damit ergibt sich die Funktionsgleichung von h zu $y = -\frac{1}{m_g}x + b$. Zur Berechnung von machen wir eine Punktprobe mit $R(4|5)$.

Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:
Diese Parabel muss dieselbe Symmetrieachse besitzen wie p_1 und den tiefsten Punkt höher liegen haben als der y-Wert von p_2 an der Stelle $x = 1$.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Funktionsgleichung p_1:
Symmetrieachse von p_1 ist $x = 1$. Damit lautet die Scheitelpunktgleichung von p_1 $y = (x-1)^2 + y_{S_1}$

$5 = (4-1)^2 + y_{S_1}$	|	Punktprobe mit $R(4\|5)$
$5 = 9 + y_{S_1}$	|	-9

$y_{S_1} = -4$
$y = (x-1)^2 - 4$
$y = x^2 - 2x - 3$

Funktionsgleichung p_2:
In -Richtung unverschobene, gestreckte Parabel mit Scheitel $S_2(0|6)$
$y = ax^2 + 6$

$5 = a \cdot (-2)^2 + 6$	|	Punktprobe mit $T(-2\|5)$
$4a = -1$	|	$:4$

$a = -0{,}25$
$y = -0{,}25x^2 + 6$

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) *ab 2021*

Funktionsgleichung g:

g: $\quad y = m_g \cdot x + b$

$m_g = \frac{y_{S_2} - y_{S_1}}{x_{S_2} - x_{S_1}} = \frac{6-(-4)}{0-1} = -10$

$y = -10x + b$

$6 = -10 \cdot 0 + b \qquad |$ Punktprobe mit $S_2(0|6)$

$b = 6$

$y = -10x + 6$

Funktionsgleichung h:

Wegen $g \perp h$ gilt $m_h = -\frac{1}{m_g}$ mit $m_g = -10$.

h: $\quad y = -\frac{1}{-10} \cdot x + b = \frac{1}{10}x + b$

$5 = \frac{1}{10} \cdot 4 + b \qquad |$ Punktprobe mit $R(4|5)$

$5 - \frac{4}{10} = b$

$b = 4{,}6$

$y = \frac{1}{10}x + 4{,}6$

Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:

Symmetrieachse $x = 1$ mit y-Wert größer y-Wert p_2 bei $x = 1$.

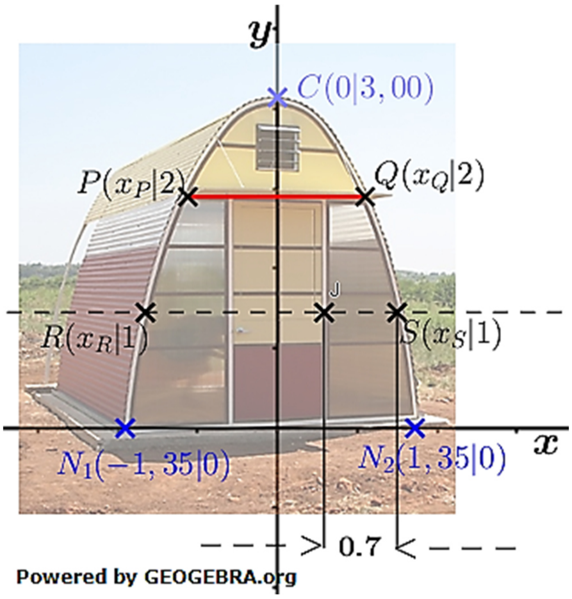
p_3: $\quad y = (x-1)^2 + 6 = x^2 + 2x + 7$

Lösung B3b/2022

Lösungslogik

Parabelgleichung p der Außenkontur:

Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems in die Mitte des Tiny House am Boden (siehe Grafik). Dann ist die Außenkontur eine nach unten geöffnete in x-Richtung unverschobene Parabel mit der Grundgleichung $y = ax^2 + c$. c ist dabei die Höhe des Tiny House. N_1 und N_2 sind die beiden Nullstellen. Zur Berechnung von machen wir eine Punktprobe mit N_2.



Breite b des Vordachs.

Der äußerste Rand des Vordaches schneidet die Außenkontur in den Punkten und . Die Breite des Vordaches ist dann die Länge der Strecke $\overline{PQ}$. Zur Berechnung der x-Koordinaten der Punkte P und Q setzen wir y auf die Höhe der Türe mit $y = 2$.

Flächeninhalt der Tür:
Wie beim Vordach berechnen wir die Schnittpunkte R und S einer Parallelen zur x-Achse in der Höhe $y = 1$. Von der Länge der Strecke $\overline{RS}$ wird dann $2 \cdot 0{,}7\,m = 1{,}4\,m$ subtrahiert. Das Ergebnis ist dann die Breite der Tür. Diese multipliziert mit der Höhe der Tür ergibt dann die Türfläche.

<u>Klausuraufschrieb</u>
Parabelgleichung p:
p: Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems auf den Boden in die Mitte des Tiny House.
Die Parabelgleichung hat damit die Form $y = ax^2 + c$ mit $c = 3$ (Höhe)
$y = ax^2 + 3$
$0 = a \cdot 1,,35^2 + 3$ | Punktprobe mit Nullstelle $N_2(1{,}35|0)$
$0 = 1{,}8225a + 3$ | -3
$-3 = 1{,}8225a$ | $:1{,}8225$
$a = -1{,}646$
Die Parabel hat die Gleichung $y = -1{,}646x^2 + 3$.

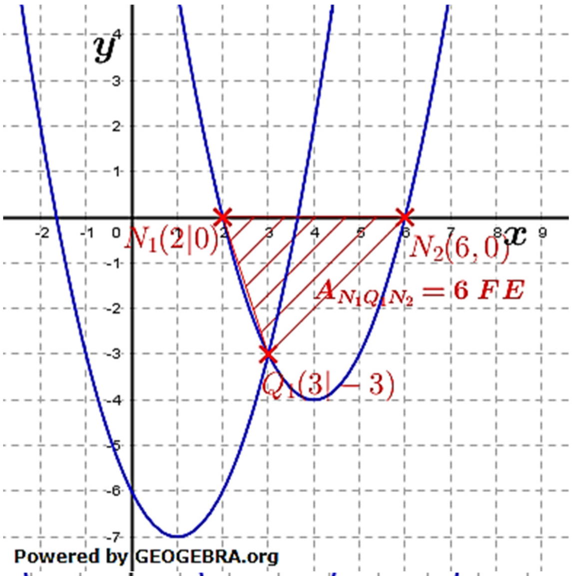
Breite b des Vordachs.
Die Vordachhöhe ist $y = 2{,}00\,m$. Berechnung von zwei Schnittpunkten P und Q:
$2 = -1{,}646x^2 + 3$ | -3
$-1 = -1{,}646x^2$ | $:(-1{,}646)$
$x^2 = 0{,}6075$ | $\sqrt{\ }$
$x_{1,2} = \pm 0{,}78$ ➔ $P(-0{,}78|2)$; $Q(0{,}78; 2)$
b: $b = x_Q - x_P = 0{,}78 - (-0{,}78) = 1{,}56$
Das Vordach ist $1{,}56\,m$ breit.

Flächeninhalt der Tür:
Schnittpunkte R und S einer Parallelen zur x-Achse in der Höhe $y = 1$.
$1 = -1{,}646x^2 + 3$ | -3
$-2 = -1{,}646x^2$ | $:(:1{,}646)$
$x^2 = 1{,}215$ | $\sqrt{\ }$
$x_{1,2} = \pm 1{,}10$ ➔ $R(-1{,}10|1)$; $S(1{,}10; 1)$
Breite der Tür:
b: $b = 2(x_S - 0{,}7) = 2 \cdot (1{,}1 - 0{,}7) = 0{,}80$
Die Tür ist $0{,}8\,m$ breit.
$A_{Tür} = h_{Tür} \cdot b_{Tür} = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6$
Die Tür hat eine Fläche von $1{,}6\,m^2$.

Lösung B4a/2022

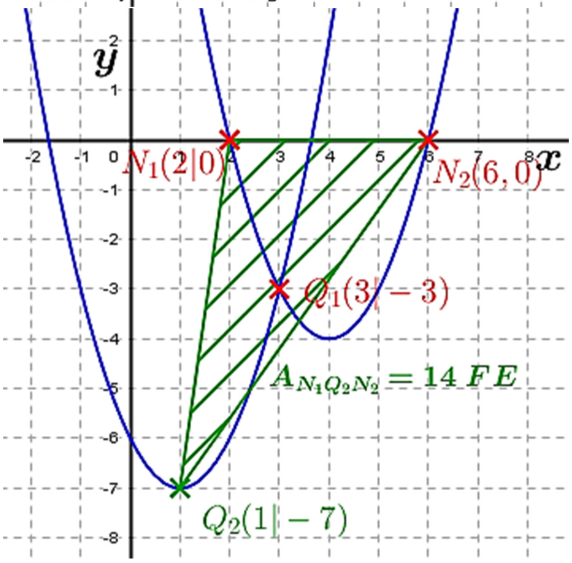
Lösungslogik

Schnittpunkt p_1 mit p_2:
Schnittpunktberechnung durch Gleichsetzung und Auflösen der Gleichung nach x. Einsetzen des ermittelten x-Wertes in p_1 oder p_2 zur Berechnung des zugehörigen y-Wertes.



Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse:
Wir setzen die Funktionsgleichung p_1 auf Null und lösen die Gleichung nach x auf.

Flächenberechnung Dreieck $N_1Q_1N_2$:
Basis des Dreiecks ist die Länge der Strecke $\overline{N_1N_2}$. Die Höhe ist der Betrag des y-Wertes von Q_1.



Lage von Q_2 für maximalen Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
Der Punkt Q_2 wandert auf der Parabel p_2. Der Betrag des y-Wertes von Q_2 stellt die Höhe des Dreiecks dar. Die Basis mit der Strecke $\overline{N_1N_2}$ ist konstant. Der größte Flächeninhalt ist dann, wenn die Höhe des Dreiecks am größten ist. Dies ist im Scheitelpunkt von p_2 der Fall.

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
Berechnung über Flächeninhaltsformel eines Dreiecks $A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkt p_1 mit p_2:

$p_1 \cap p_2$
$x^2 - 8x + 12 = (x-1)^2 - 7$
$x^2 - 8x + 12 = x^2 - 2x - 6$
$-8x + 12 = -2x - 6 \qquad | \quad +6$
$-8x + 18 = -2x \qquad | \quad +8x$
$18 = 6x \qquad | \quad :6$
$x = 3$
$y = (3-1)^2 - 7$
$y = 4 - 7 = -3$
$Q_1(3|-3)$

Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse:
Nullstellen mit $y = 0$ setzen.
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$x_{,1,2} = 4 \pm \sqrt{16-12} = 4 \pm 2$ | p/q-Formel
$x_{,1} = 2; \quad x_2 = 6$
$N_1(2|0); \quad N_2(6|0)$

Flächenberechnung Dreieck $N_1Q_1N_2$:
$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_1}|$
$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot (6-2) \cdot 3 = 6\,FE$

Lage von Q_2 für maximalen Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$
$\overline{N_1N_2}$ ist konstant. $A_{N_1Q_2N_2}$ hat größten Flächeninhalt wenn $|y_{Q_2}|$ am größten ist.
Dies ist im Scheitelpunkt von p_2 der Fall.
$|y_{Q_2}| = 7$

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14\,FE$